

BAB II

LANDASAN TEORETIS

A. Kajian Teori

1. Matematika dan Pembelajaran Matematika

Kata matematika berasal dari kata Latin, *mathematika* yang mulanya diambil dari kata Yunani *mathematike* yang berarti mempelajari. Kata itu mempunyai asal katanya *mathema* yang berarti pengetahuan atau ilmu (*knowledge, science*). Kata *mathematike* berhubungan pula dengan kata lainnya yang hampir sama, yaitu *mathein* atau *mathenein* yang artinya belajar (berpikir). Jadi berdasarkan asal katanya, maka kata matematika berarti ilmu pengetahuan yang didapat dengan berpikir (bernalar). Menurut James dalam Subekti, matematika adalah ilmu tentang logika mengenai bentuk, susunan, besaran, dan konsep yang saling berhubungan satu dengan lainnya. James juga menyatakan bahwa matematika terbagi menjadi tiga bidang meliputi aljabar, analisis, dan geometri. Namun demikian ada pendapat lain yang menyatakan bahwa adanya matematika disebabkan oleh pikiran manusia yang berkenaan dengan ide atau nalar yang terbagi atas empat bidang yaitu aljabar, aritmetika, analisis, dan geometri.¹⁷

Menurut teori psikologi kognitif belajar diartikan sebagai proses pemfungsian unsur-unsur kognisi, terutama unsur pikiran, untuk dapat mengenal dan memahami stimulus yang datang dari luar (Rifa'i & Anni).¹⁸ Berdasarkan pandangan ini perilaku manusia tidak ditentukan oleh stimulus yang berada di luar

¹⁷Subekti, (2011), *Ensiklopedia Matematika Jilid I*. Jakarta: PT Ikrar Mandiriabadi, hal. 6.

¹⁸Rifa'i, &Anni, (2012), *Psikologi Pendidikan*, Semarang: Pusat Pengembangan MKU-MKDK UNNES, Hal. 162

dirinya, melainkan berasal dari faktor yang ada pada dirinya sendiri yang berupa kemampuan atau potensi yang berfungsi untuk mengenal dunia luar dan memberikan respon terhadap stimulus. Dalam pengertian ini, aktivitas belajar pada diri manusia ditekankan pada proses internal dalam berpikir.

Dari definisi di atas dapat kita bangun pengertian dari pembelajaran matematika sebagai proses pemfungsian unsur pikiran untuk dapat memahami hal-hal yang berkaitan dengan pola dan hubungan, bahasa dan simbol, serta pola berpikir.

2. Kemampuan Berpikir Kritis

a. Kemampuan Berpikir Sebagai Hasil Belajar

Hasil belajar merupakan perubahan kemampuan kognisi yang diperoleh oleh seseorang setelah mengalami kegiatan belajar. Perolehan aspek-aspek perubahan kognisi yang dialami oleh individu bergantung pada apa yang dipelajari olehnya. Dalam pendidikan, perubahan kognisi yang akan dicapai oleh siswa setelah mengalami kegiatan belajar, dirumuskan dalam tujuan pendidikan. Perumusan tujuan pendidikan, yakni hasil belajar yang diharapkan pada siswa, lebih rumit untuk dilakukan karena tidak dapat diukur secara langsung. Namun dalam kegiatan belajar, tujuan yang harus dicapai oleh setiap individu dalam belajar memiliki beberapa peranan penting, yaitu sebagai berikut.

Memberikan arah dalam kegiatan pendidikan. Bagi pendidik, tujuan pendidikan akan memberikan arah dalam pemilihan strategi dan jenis kegiatan yang tepat untuk dilakukan. Bagi peserta didik, tujuan pendidikan akan mengarahkan mereka untuk melakukan kegiatan belajar, tujuan yang harus dicapai

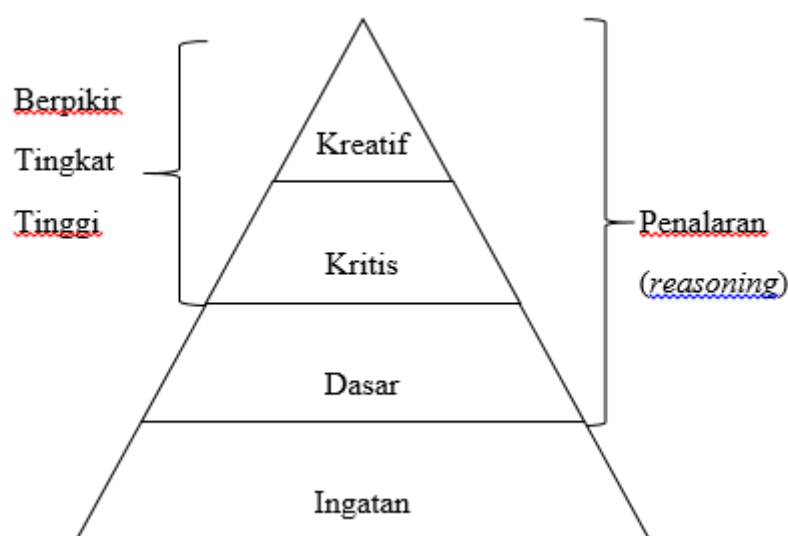
oleh setiap individu dalam belajar memiliki beberapa peranan penting, yaitu sebagai berikut.

- a) Memberikan arah dalam kegiatan pendidikan. Bagi pendidik, tujuan pendidikan akan memberikan arah dalam pemilihan strategi dan jenis kegiatan yang tepat untuk dilakukan. Bagi peserta didik, tujuan pendidikan akan mengarahkan mereka untuk melakukan kegiatan belajar yang tepat dengan menggunakan waktu yang seefisien mungkin.
- b) Untuk mengetahui kemajuan belajar. Dengan tujuan pendidikan, pendidik akan mengetahui seberapa jauh peserta didik telah menguasai tujuan pendidikan tertentu dan tujuan pendidikan yang mana yang belum dikuasai oleh peserta didik.
- c) Sebagai bahan komunikasi. Dengan adanya tujuan pendidikan, pendidik dapat mengkomunikasikan kepada peserta didik tujuan yang ingin dicapai dalam kegiatan belajar, sehingga peserta didik dapat mempersiapkan diri dalam mengikuti proses belajar tersebut.

Benyamin S. Bloom sebagaimana dikutip oleh Rifa'i & Anni, menyampaikan tiga taksonomi dalam merumuskan tujuan pendidikan, yang disebut dengan ranah belajar, yaitu: ranah kognitif (*cognitive domain*), ranah afektif (*affective domain*), dan ranah psikomotorik (*psychomotoric domain*).¹⁹ Sedangkan Krulik & Rudnick mendefinisikan kemampuan berpikir tingkat tinggi

¹⁹ Rifa'i, & Anni, (2012), *Psikologi Pendidikan*, Semarang: Pusat Pengembangan MKU-MKDK UNNES, hal. 86-90

yang agak berbeda dengan Taksonomi Bloom, tetapi masih senada. Krulik & Rudnick sebagaimana dikutip oleh Rochmad berpendapat bahwa —*Reasoning to be the part of thinking that goes beyond recall level*. Penalaran merupakan bagian berpikir yang melebihi tingkat mengingat. Penalaran di sini meliputi berpikir dasar (*basic thinking*), berpikir kritis (*critical thinking*), dan berpikir kreatif (*creative thinking*). Dalam Hirarki berpikir, berpikir yang tingkatnya di atas berpikir dasar (*basic thinking*) dinamakan berpikir tingkat tinggi (*high order thinking*). Hierarki berpikir menurut Krulik & Rudnick tersebut diilustrasikan pada Gambar 2.1 berikut.



Gambar 2.1 Hierarki Berpikir

b. Berpikir Kritis

Berpikir kritis merupakan salah satu kemampuan yang ingin dikembangkan dalam proses pendidikan, khususnya dalam pendidikan matematika. Berpikir kritis sebagai bagian dari jenis berpikir, merupakan cara berpikir yang berkaitan dengan interpretasi dan evaluasi terhadap apa yang dihadapi. Sedangkan berpikir kritis sebagai bagian dari tahap berpikir adalah

proses berpikir untuk menentukan kesimpulan dari hasil tahap berpikir sebelumnya. Berpikir kritis sering dikaitkan dengan berpikir kreatif. Lamb menyatakan bahwa berpikir kritis lebih berkaitan dengan berpikir logis dan penalaran sedangkan berpikir kreatif erat kaitannya dengan menciptakan (*create*) sesuatu yang baru atau sesuatu yang lain; berpikir kritis lebih banyak melibatkan penggunaan otak kiri sedangkan berpikir kreatif lebih banyak melibatkan penggunaan otak kanan.²⁰

Banyak ahli yang mendefinisikan pengertian dari berpikir kritis itu sendiri. Sebagaimana dikutip oleh Fisher, Glaser mendefinisikan berpikir kritis sebagai: 1) Suatu sikap mau berpikir secara mendalam tentang masalah masalah dan hal-hal yang berada dalam jangkauan pengalaman seseorang; 2) Pengetahuan tentang metode-metode pemeriksaan dan penalaran yang logis; dan 3) semacam suatu keterampilan untuk menerapkan metode-metode tersebut. Berpikir kritis menuntut upaya keras untuk memeriksa setiap keyakinan atau pengetahuan asumptif berdasarkan bukti pendukungnya dan kesimpulan-kesimpulan lanjutan yang diakibatkannya.

Menurut Alquran berpikir adalah fungsi akal, dengan berpikir, manusia memanfaatkan akalnya untuk memahami hakikat segala sesuatu. Hakikat segala sesuatu adalah kebenaran, dan kebenaran yang sejati adalah Tuhan. Dengan berpikir, manusia mengenal Tuhan dan mendekatkan diri kepada-Nya. Maka berpikir adalah awal perjalanan ibadah, yang tanpanya ibadah menjadi tak bernilai.

²⁰ Lamb, (2006), *Critical and Creative Thinking-Bloom's Taxonomy*, A.Lamb, hal.18

إِنَّ فِي خَلْقِ السَّمُوتِ وَالْأَرْضِ وَاخْتِلَافِ اللَّيْلِ وَالنَّهَارِ لَآيَاتٍ لِّأُولِي الْأَلْبَابِ ۝ ١٩٠ الَّذِينَ يَذْكُرُونَ
 اللَّهَ قِيَمًا وَقُعُودًا وَعَلَىٰ جُنُوبِهِمْ وَيَتَفَكَّرُونَ فِي خَلْقِ السَّمُوتِ وَالْأَرْضِ رَبَّنَا مَا خَلَقْتَ هَذَا بَطْلًا
 سُبْحَانَكَ فَقِنَا عَذَابَ النَّارِ ۝ ١٩١

"Sesungguhnya dalam penciptaan langit dan bumi, dan silih bergantinya malam dan siang terdapat tanda-tanda bagi orang-orang yang berakal, (yaitu) orang-orang yang mengingat Allah sambil berdiri atau duduk atau dalam keadan berbaring dan mereka memikirkan tentang penciptaan langit dan bumi (seraya berkata): "Ya Tuhan kami, tiadalah Engkau menciptakan ini dengan sia-sia, Maha Suci Engkau. Maka lindungi kami dari siksa neraka. (Q.S. Ali 'Imran [3]: 190-191.)

Dalam surah Ali 'Imran ini Allah menceritakan tentang penciptaan langit dan bumi terhadap apa-apa yang ada pada keduanya dari tata aturan datangnya malam setelah siang secara terus menerus. Dan juga tanda yang jelas terhadap orang-orang yang memiliki kemampuan dan kecerdasan dalam mengambil hikmahnya dan tidak jelas yang demikian itu kecuali bagi orang-orang yang memiliki akal yaitu orang-orang yang melihat atau menganalisa tentang penciptaan alam dengan jalan berpikir, tidak seperti binatang dalam melihat sesuatu. Orang-orang yang mengingat Allah dengan lisan mereka dan hati mereka dalam keadaan apapun baik itu dalam keadaan berdiri, duduk maupun berbaring maka tidaklah mereka itu lalai dari mengingat Allah SWT disetiap waktu mereka.²¹

Dari uraian tafsir surah Ali 'Imran ayat 190-191 di atas dapat disimpulkan bahwa berpikir merupakan memikirkan proses kejadian alam semesta dan fenomena yang ada di dalamnya sehingga mendapatkan manfaat dari padanya dan teringat atau mengingatkan kita kepada sang pencipta alam.

²¹ Ali Al-Shabuni, *Mukhtashar Tafsir Ibn Katsir, Jilid I*, Dar Al-Qur'an Al-Karim, Saudia Arabia, 1396 H. hal. 230

Oleh karena itu dalam berpikir kritis, seseorang harus mempunyai keterampilan-keterampilan yang dapat mendukungnya untuk melakukan suatu interpretasi dan evaluasi terhadap suatu hal. Selain itu, dalam berpikir kritis seseorang harus melakukannya dengan aktif. Hal ini menunjukkan bahwa berpikir kritis dilakukan oleh seseorang yang memiliki sikap untuk mau berpikir terhadap suatu hal.

c. Keterampilan Berpikir Kritis

Keterampilan berpikir kritis dapat diartikan dengan kecakapan seseorang untuk melakukan aktivitas yang membuatnya dapat berpikir secara kritis. Keterampilan dalam berpikir kritis menurut Glaser meliputi kegiatan: a) mengenal masalah, b) menemukan cara-cara yang dapat dipakai untuk menangani masalah masalah itu, c) mengumpulkan dan menyusun informasi yang diperlukan, d) mengenal asumsi-asumsi dan nilai-nilai yang tidak dinyatakan, e) memahami dan menggunakan bahasa yang tepat, jelas, dan khas, f) menganalisis data, g) menilai fakta dan mengevaluasi pernyataan-pernyataan, h) mengenal adanya hubungan yang logis antara masalah-masalah, i) menarik kesimpulan-kesimpulan dan kesamaan-kesamaan yang diperlukan, j) menguji kesamaan-kesamaan dan kesimpulan-kesimpulan yang seseorang ambil, k) menyusun kembali pola-pola keyakinan seseorang berdasarkan pengalaman yang lebih luas, dan l) membuat penilaian yang tepat tentang hal-hal dan kualitas-kualitas tertentu dalam kehidupan sehari-hari.

Keterampilan berpikir kritis sebagai kecakapan seseorang dalam melakukan kegiatan berpikir merupakan serangkaian kegiatan yang seseorang

lakukan dalam proses berpikir, seperti yang dijabarkan oleh Glaser. Karena keterampilan ini berkaitan dengan aktivitas berpikir manusia, maka keterampilan ini tidak dapat disebutkan dengan pasti. Banyak kegiatan yang dapat dijabarkan sebagai keterampilan berpikir kritis. Seperti keterampilan berpikir kritis menurut Fisher yang meliputi kegiatan:

- a) Mengidentifikasi elemen-elemen dalam kasus yang dipikirkan, khususnya alasan-alasan dan kesimpulan-kesimpulan;
- b) Mengidentifikasi dan mengevaluasi asumsi-asumsi;
- c) Mengklarifikasi dan menginterpretasi pernyataan-pernyataan dan gagasan-gagasan;
 - i. Menilai akseptabilitas, khususnya kredibilitas, klaim-klaim;
 - ii. Mengevaluasi argumen-argumen yang beragam jenisnya;
 - iii. Menganalisis, mengevaluasi, dan membuat keputusan-keputusan;
 - iv. Menarik inferensi-inferensi; dan
 - v. Menghasilkan argumen-argumen.²²

d. Indikator Kemampuan Berpikir Kritis

Sumarmo mengutip beberapa indikator berpikir kritis diantaranya menurut Nickerson dan Bayer, yaitu: a) menentukan kredibilitas suatu sumber; b) membedakan antara yang relevan atau valid dari yang tidak relevan atau valid dan

²² Fisher, Alec, (2007), *Berpikir Kritis : Sebuah Pengantar*, Translated by Hadinata, 2009, Jakarta: Penerbit Erlangga, hal.8

antara fakta dan penilaian; c) mengidentifikasi dan mengevaluasi asumsi, bias, dan sudut pandang; d) mengevaluasi bukti untuk mendukung pengakuan.²³

Menurut Ennis dalam Costa terdapat 12 indikator berpikir kritis yang terangkum dalam 5 kelompok keterampilan berpikir, yaitu memberikan penjelasan sederhana (*elementary clarification*), membangun keterampilan dasar (*basic support*), menyimpulkan (*inference*), membuat penjelasan lebih lanjut (*advance clarification*), serta strategi dan taktik (*strategy and tactics*).²⁴

Berdasarkan beberapa uraian di atas, indikator kemampuan berpikir kritis matematis yang akan digunakan dalam penelitian ini adalah berupa indikator yang disimpulkan sebagai berikut: i) Merumuskan pokok-pokok permasalahan dan mengungkap fakta yang ada, ii) Mendeteksi bias dengan sudut pandang yang berbeda, iii) Mengungkapkan argument secara relevan, dan iv) menarik kesimpulan.²⁵

e. Tahap Berpikir Kritis Dalam Matematika

Menurut Perkins & Murphy membagi tahap berpikir kritis menjadi 4 tahap sebagai berikut:

a) Tahap Klarifikasi (*clarification*)

Tahap ini merupakan tahap menyatakan, mengklarifikasi, menggambarkan (bukan menjelaskan) atau mendefinisikan masalah.

Aktivitas yang dilakukan adalah menyatakan masalah, menganalisis

²³ Utari Sumarmo, (2013), *Berpikir dan Disposisi Matematik serta Pembelajarannya*, Kumpulan Makalah Jurusan Pendidikan Matematika Fakultas MIPA Universitas Pendidikan Indonesia, hal. 382

²⁴ Dina Mahyadani, (2009), *Kemampuan Berpikir Kritis Matematika*. (Jakarta: Cakrawala Maha Karya), hal.13

²⁵ Kasdin Sihotang, (2012), *Critical Thinking, Membangun Pemikiran Logis*, Jakarta: Pustaka Sinar Harapan, hal. 8

pengertian dari masalah, mengidentifikasi sejumlah asumsi yang mendasari, mengidentifikasi hubungan di antara pernyataan atau asumsi, mendefinisikan atau mengkritisi definisi pola-pola yang relevan.

b) Tahap Assesmen (*assessment*)

Tahap ini merupakan tahap menilai aspek-aspek seperti membuat keputusan pada situasi, mengemukakan fakta-fakta argumen atau menghubungkan masalah dengan masalah yang lain. Pada tahap ini digunakan beragam fakta mendukung atau menyangkal. Aktivitas yang dilakukan adalah menyediakan atau bertanya apakah penalaran yang dilakukan valid, penalaran yang dilakukan relevan, menentukan kriteria penilaian seperti kredibilitas sumber, membuat penilaian keputusan berdasarkan kriteria penilaian atau situasi atau topik, memberikan fakta bagi pilihan kriteria penilaian.

c) Tahap penyimpulan (*inference*)

Tahap ini menunjukkan hubungan di antara sejumlah ide, menggambarkan kesimpulan yang tepat dengan deduksi dan induksi, menggeneralisasi, menjelaskan (bukan menggambarkan) dan membuat hipotesis. Aktivitas yang dilakukan anatara lain membuat deduksi yang tepat, membuat kesimpulan yang tepat, membuat generalisasi, mendeduksi hubungan di antara sejumlah ide-ide.

d) Tahap strategi/taktik (*strategy/tactic*)

Tahap ini merupakan tahap mengajukan, mengevaluasi sejumlah tindakan yang mungkin. Aktivitas yang dilakukan antara lain melakukan tindakan,

menggambarkan tindakan yang mungkin, mengevaluasi tindakan, dan memprediksi hasil tindakan.²⁶

Ennis sebagaimana dikutip Maftukhin juga merumuskan tahap-tahap berpikir kritis yang dirinci sebagai berikut:

a) Klarifikasi Dasar (*Elementary Clarification*)

Klarifikasi dasar terbagi menjadi tiga indikator yaitu (1) mengidentifikasi atau merumuskan pertanyaan, (2) menganalisis argumen, dan (3) bertanya dan menjawab pertanyaan klarifikasi atau pertanyaan yang menantang.

b) Memberikan Alasan untuk Suatu Keputusan (*The Basis for The Decision*)

Tahap ini terbagi menjadi dua indikator yaitu (1) mempertimbangkan kredibilitas suatu sumber dan (2) mengobservasi dan mempertimbangkan hasil observasi.

c) Menyimpulkan (*Inference*)

Tahap menyimpulkan terdiri dari tiga indikator (1) membuat deduksi dan mempertimbangkan hasil deduksi, (2) membuat induksi dan mempertimbangkan hasil induksi, dan (3) membuat dan mempertimbangkan nilai keputusan.

d) Klarifikasi Lebih Lanjut (*Advanced Clarification*)

Tahap ini terbagi menjadi dua indikator yaitu (1) mengidentifikasikan istilah dan mempertimbangkan definisi dan (2) mengacu pada asumsi yang tidak dinyatakan.

e) Dugaan dan Keterpaduan (*Supposition and Integration*)

Tahap ini terbagi menjadi dua indikator (1) mempertimbangkan dan memikirkan secara logis premis, alasan, asumsi, posisi, dan usulan lain yang tidak disetujui oleh mereka atau yang membuat mereka merasa ragu-ragu tanpa membuat ketidaksepakatan atau keraguan itu mengganggu pikiran mereka, dan (2) menggabungkan kemampuan-kemampuan lain dan disposisi-disposisi dalam membuat dan mempertahankan sebuah keputusan.²⁷

²⁶ Perkins, & Murphy, (2006), *Identifying and Measuring Individual Engagement in Critical Thinking in Online Discussions : An Exploratory Case Study*, *Educational Technology & Society*, 9(1), hal. 298-307

²⁷ Maftukhin, (2013), *Keefektifan Mode Pembelajaran CPS Berbantuan CD Pembelajaran Terhadap Kemampuan Berpikir Kritis Materi Pokok Geometri Kelas X*, Skripsi, Semarang: Universitas Negeri Semarang, hal. 24-25

3. Pemecahan Masalah Dalam Matematika

a. Pemecahan Masalah

Pemecahan masalah sering dikenal dengan sebutan *problem solving*. *Problem solving* berasal dari bahasa Inggris yang terdiri dari kata *problem* artinya soal, masalah atau persoalan dan *solve* artinya pemecahan masalah.²⁸

Pemecahan masalah merupakan bagian yang sangat penting, bahkan paling penting dalam belajar matematika. Hal ini juga disampaikan Suherman dkk, bahwa pemecahan masalah merupakan bagian kurikulum matematika yang sangat penting karena dalam proses pembelajarannya maupun penyelesaiannya, siswa dimungkinkan memperoleh pengalaman menggunakan pengetahuan serta keterampilan yang sudah dimiliki untuk diterapkannya pada pemecahan masalah atau soal yang bersifat tidak rutin.²⁹

Oemar berpendapat bahwa pemecahan masalah adalah suatu proses mental dan intelektual dalam menemukan suatu masalah dan memecahkannya berdasarkan data dan informasi yang akurat, sehingga dapat diambil kesimpulan yang tepat dan cermat.³⁰

Berdasarkan beberapa pengertian di atas dapat disimpulkan bahwa pemecahan masalah adalah suatu kegiatan untuk mengatasi kesulitan yang ditemui dengan menggabungkan konsep-konsep dan aturan-aturan yang telah diperoleh sebelumnya, sehingga diperoleh jalan untuk mencapai suatu tujuan yang

²⁸ Anita Widia Wati H, (2013), *Analisis Kemampuan Berpikir Kritis Siswa dalam Memahami Masalah Matematika pada Materi Fungsi di Kelas XI IPA MA Al-Muslihun Kanigoro Blitar Semester Genap TahunAjaran 2012/ 2013*. Tulungagung: Skripsi Tidak Diterbitkan, hal.51

²⁹ Erman Suherman dkk., (2006), *Strategi Pembelajaran Matematika Kontemporer*, hal. 83

³⁰ Oemar Hamalik, (2013), *Kurikulum dan Pembelajaran*, (Jakarta: Bumi Aksara,), hal. 151

diinginkan. Melalui penggunaan masalah-masalah yang tidak rutin, siswa tidak hanya terfokus pada bagaimana menyelesaikan masalah dengan berbagai strategi yang ada, tetapi juga menyadari kekuatan dan kegunaan matematika di dunia sekitar mereka dan berlatih melakukan penyelidikan dan penerapan berbagai konsep matematika yang telah mereka pelajari.

b. Langkah-Langkah Pemecahan Masalah

Menurut Polya, solusi soal pemecahan masalah memuat empat langkah fase penyelesaian, yaitu memahami masalah, merencanakan penyelesaian, menyelesaikan masalah sesuai rencana, dan melakukan pengecekan kembali terhadap semua langkah yang telah dikerjakan.³¹

Proses yang harus dilakukan para siswa dari keempat tahapan tersebut secara rinci dapat diuraikan sebagai berikut:³²

- 1) Memahami masalah pada tahap ini, kegiatan pemecahan masalah diarahkan untuk membantu siswa menetapkan apa yang diketahui pada permasalahan dan apa yang ditanyakan. Beberapa pertanyaan perlu dimunculkan kepada siswa untuk membantunya dalam memahami masalah ini. Pertanyaan-pertanyaan tersebut, antara lain:
 - a) Apakah yang diketahui dari soal?
 - b) Apakah yang ditanyakan soal?
 - c) Apa saja informasi yang diperlukan?

³¹Erman Suherman dkk., (2006), *Strategi Pembelajaran Matematika Kontemporer*, hal. 84

³² Nyimas, Aisyah dkk., 2007, *Pengembangan Pembelajaran Matematika SD*, Jakarta: Depdiknas, hal. 20.

d) Bagaimana cara menyelesaikan soal?

Berdasarkan pertanyaan-pertanyaan di atas, diharapkan siswa dapat lebih mudah mengidentifikasi unsur yang diketahui dan yang ditanyakan soal.

- 2) Merencanakan penyelesaian pendekatan pemecahan masalah tidak akan berhasil tanpa perencanaan yang baik. Dalam perencanaan pemecahan masalah, siswa diarahkan untuk dapat mengidentifikasi strategi-strategi pemecahan masalah yang sesuai untuk menyelesaikan masalah. Dalam mengidentifikasi strategi-strategi pemecahan masalah ini, hal yang paling penting untuk diperhatikan adalah apakah strategi tersebut berkaitan dengan permasalahan yang akan dipecahkan.
- 3) Menyelesaikan masalah jika siswa telah memahami permasalahan dengan baik dan sudah menentukan strategi pemecahannya, langkah selanjutnya adalah melaksanakan penyelesaian soal sesuai dengan yang telah direncanakan. Kemampuan siswa memahami substansi materi dan keterampilan siswa melakukan perhitungan matematika akan sangat membantu siswa untuk melaksanakan tahap ini.
- 4) Melakukan pengecekan kembali langkah memeriksa ulang jawaban yang diperoleh merupakan langkah terakhir dari pendekatan pemecahan masalah matematika. Langkah ini penting dilakukan untuk mengecek apakah hasil yang diperoleh sudah sesuai dengan ketentuan dan tidak terjadi kontradiksi dengan yang ditanya.

c. Proses Berpikir Kritis dalam Pemecahan Masalah Berdasarkan Teori Polya

Berdasarkan langkah-langkah pemecahan masalah yang dikemukakan Polya, maka dapat dilihat sangat diperlukan keterampilan/ kemampuan berpikir kritis mulai dari memahami masalah, merencanakan pemecahan, melaksanakan rencana, sampai melihat/memeriksa kembali pemecahan yang telah dilaksanakan.³³

Pada tahap memahami masalah agar siswa dapat memahami masalah dia harus mempunyai kemampuan interpretasi agar dia memahami secara tepat masalah matematika yang diajukan kepadanya. Selain itu dia juga harus mempunyai kemampuan evaluasi untuk mengevaluasi pemikirannya dalam memahami masalah. Kemampuan inferensi juga diperlukan untuk mengidentifikasi apa yang diketahui dan apa yang ditanya dalam masalah. Pada tahap merencanakan pemecahan masalah, keterampilan interpretasi, analisis, dan evaluasi juga diperlukan karena untuk dapat menentukan rencana apa yang akan dilaksanakan siswa harus mampu memaknai informasi yang ada pada masalah dan menghubungkan setiap unsur yang ada pada masalah. Bahkan Polya mengemukakan bahwa sesungguhnya kemampuan memecahkan masalah ada pada ide menyusun rencana pemecahan.³⁴

Berdasarkan langkah-langkah pemecahan masalah yang dikemukakan oleh Polya, maka dalam pembelajaran matematika khususnya yang terkait dengan penyelesaian masalah matematika perlu diselidiki tentang proses berpikir kritis

³³ Desti Haryani, (2011), "*Pembelajaran Matematika dengan Pemecahan Masalah untuk menumbuh kembangkan Kemampuan Berpikir Kritis Siswa*", dalam Posiding Seminar Nasional Penelitian, Pendidikan dan Penerapan MIPA, Fakultas MIPA, UNY, 14 Mei 2011, hal.125

³⁴ *Ibid*, hal. 125

siswa.³⁵ Karena dalam pemecahan masalah dibutuhkan tingkat berpikir tingkat tinggi, salah satunya adalah dengan berpikir kritis.

Dalam penelitian ini dilakukan analisis tingkat berpikir kritis siswa dengan menelusuri kemampuan berpikir kritis siswa yang terintegrasi dalam pemecahan masalah matematika yang melibatkan siswa secara aktif dan mengaitkan dengan indikator-indikator dari setiap komponen berpikir kritis.

4. Materi Barisan dan Deret

Barisan bilangan adalah susunan bilangan yang memiliki pola atau aturan tertentu antara satu bilangan dengan bilangan berikutnya.

Seperti yang di jelaskan di Q.S. Al-Kahfi: 22

سَيَقُولُونَ ثَلَاثَةٌ رَّابِعُهُمْ كَلْبُهُمْ وَيَقُولُونَ خَمْسَةٌ سَادِسُهُمْ كَلْبُهُمْ رَجْمًا بِالْغَيْبِ وَيَقُولُونَ سَبْعَةٌ وَثَامِنُهُمْ كَلْبُهُمْ قُلْ رَبِّي أَعْلَمُ بِعَدَّتِهِمْ مَّا يَكْتُمُهُمْ إِلَّا قَلِيلٌ فَلَا تُمَارِ فِيهِمْ إِلَّا مِرَاءً ظُهْرًا وَلَا تَسْتَفْتِ فِيهِمْ مِنْهُمْ أَحَدًا ٢٢

Artinya: Nanti (ada orang yang akan) mengatakan (jumlah mereka) adalah tiga orang yang keempat adalah anjingnya, dan (yang lain) mengatakan: "(jumlah mereka) adalah lima orang yang keenam adalah anjing nya", sebagai terkaan terhadap barang yang gaib; dan (yang lain lagi) mengatakan: "(jumlah mereka) tujuh orang, yang ke delapan adalah anjingnya". Katakanlah: "Tuhanku lebih mengetahui jumlah mereka; tidak ada orang yang mengetahui (bilangan) mereka kecuali sedikit". Karena itu janganlah kamu (Muhammad) bertengkar tentang hal mereka, kecuali pertengkar lahir saja dan jangan kamu menanyakan tentang mereka (pemuda-pemuda itu) kepada seorangpun di antara mereka.

Dalam surah Al-Kahfi ayat 22 Allah menceritakan tentang perselisihan pendapat dikalangan orang-orang sehubungan dengan kisah para peronda penghuni gua itu. Ibnu Abbas mengatakan aku merupakan bagian orang yang sedikit itu bahwa mereka itu berjumlah tujuh orang. Sesungguhnya Allah SWT

³⁵ Rasiman, (2012) *Penelusuran Proses Berpikir Kritis dalam Menyelesaikan Masalah Matematika Bagi Siswa dengan Kemampuan Matematika Tinggi*, dalam e-Journal Matematika dan Pendidikan Matematika Vol 3, No 1/Maret (2012), hal. 5

menghitung mereka sampai berhenti pada bilangan ketujuh. Berkatalah para ahli tafsir sesungguhnya Allah menyebutkan ucapan yang pertama dan kedua kemudian Allah SWT mengikuti atau mengatakan bahwa itu adalah dugaan atas ketidak ketahuan mereka. Dan ketika Allah menyebutkan ucapan yang terakhir tidaklah Allah SWT memberikan keterangan apapun, maka seolah-olah Allah SWT membenarkan ucapan mereka kemudian Allah SWT memperingatkan kepada Rasulnya sikap yang paling utama dan yang paling sempurna adalah dengan mengembalikan ilmu pengetahuan itu kepada yang maha mengetahui sesuatu yang ghaib. Tidaklah ahlul kitab itu berdebat mengenai jumlah mereka kecuali sebuah perdebatan yang meragukan pengetahuan yang sebenar-benarnya dari berita itu. Janganlah engkau Muhammad bertanya kepada salah seorang dari merekapun mengenai kisah pemuda kahfi itu karena sesungguhnya apa yang diwahyukan kepadamu itu sudah cukup.³⁶

Jika bilangan pertama u_1 , bilangan kedua u_2 , bilangan ketiga u_3 , dan bilangan ke nadalah u_n , maka barisan bilangan itu dituliskan sebagai $u_1, u_2, u_3, \dots, u_k, \dots, u_n$.

Jika barisan bilangan dijumlahkan maka terbentuklah deret bilangan. Misalkan $u_1, u_2, u_3, \dots, u_n$ merupakan suku-suku suatu barisan bilangan. Jumlah beruntun dari suku-suku barisan itu dinamakan sebagai deret bilangan dan dituliskan sebagai $u_1 + u_2 + u_3 + \dots + u_n$

³⁶ Ali Al-Shabuni, *Mukhtashar Tafsir Ibn Katsir, Jilid I*, Dar Al-Qur'an Al-Karim, Saudia Arabia, 1396 H. hal. 171-172

Dalam bentuk penjumlahan beruntun seperti diatas, u_n juga dapat disebut sebagai suku penjumlahan yang ke-n. jika n merupakan bilangan asli berhingga maka deret itu dinamakan sebagai deret berhingga.

a. Barisan Aritmetika

Suatu barisan dikatakan barisan aritmetika jika selisih antara dua suku yang berurutan selalu tetap. Bilangan selisih tetap tersebut disebut sebagai beda (b).

Definisi tersebut jika diubah ke bentuk notasi adalah sebagai berikut.

Jika $U_1, U_2, U_3, \dots, U_{n-1}, U_n$ adalah suatu barisan bilangan maka barisan tersebut dikatakan sebagai barisan aritmetika apabila memenuhi bilangan berikut.

$$U_2 - U_1 = U_3 - U_2 = \dots = U_n - U_{n-1} = b$$

Dengan b adalah suatu tetapan (konstanta) yang tidak tergantung pada n.

Rumus suku ke-n suatu Barisan Aritmetika

Misalkan suatu barisan aritmetika $U_1, U_2, \dots, U_n$ maka rumus umum suku ke-n dengan suku pertama a dan beda b adalah $U_n = a + (n-1)b$

b. Deret Aritmetika

Telah diketahui bahwa penjumlahan dari barisan bilangan dikenal sebagai deret bilangan. Begitu pula jika menjumlahkan suatu barisan aritmetika maka akan mendapatkan deret aritmetika.

Misalkan $U_1, U_2, \dots, U_n$ adalah barisan aritmetika maka penjumlahan $U_1 + U_2 + \dots + U_n$ adalah deret aritmetika.

Jika suatu barisan dengan $U_1 = a$ dan beda b , dapat diperoleh bentuk umum deret aritmetika, yaitu

$$U_1 + U_2 + \dots + U_n = a + (a+b) + (a+2b) + \dots + (a + (n-1)b)$$

Dari suatu deret aritmetika, dapat memperoleh suatu jumlah. Jika

$$S_n = U_1 + U_2 + \dots + U_n = a + (a+b) + (a+2b) + \dots + (a + (n-1)b)$$

Sehingga dengan $S_n = U_1 + U_2 + \dots + U_n$ merupakan deret aritmetika dengan suku pertama a dan beda b maka.

$$S_n = \frac{n(a + U_n)}{2} \text{ atau } S_n = \frac{n}{2} (2a + (n-1)b)$$

c. Barisan Geometri

Misalkan $U_1, U_2, \dots, U_n$ suatu barisan bilangan. Barisan bilangan tersebut dikatakan sebagai barisan geometri apabila memenuhi

$$\frac{U_2}{U_1} = \frac{U_3}{U_2} = \dots = \frac{U_n}{U_{n-1}} = r$$

Dengan r = rasio atau perbandingan

Jika diketahui suatu barisan geometri $U_1, U_2, \dots, U_n$ dan dimisalkan

$U_1 = a$ dengan rasionya r maka dapat dituliskan :

$$\begin{aligned} U_1 &= a \\ U_2 &= U_1 r = a.r = ar^{2-1} \\ U_3 &= U_2 r = (a.r) r = ar^2 = ar^{3-1} \\ &\vdots \\ U_n &= a. r. r. r \dots r = ar^{n-1} \\ r &= n \text{ buah} \end{aligned}$$

Dengan demikian, dapat menentukan suatu rumus umum untuk menentukan suku ke- n dari suatu barisan geometri.

Misalkan terdapat suatu barisan geometri $U_1, U_2, \dots, U_n$ maka rumus umum suku ke- n dengan suku pertamanya a dan rasionya r adalah

$$U_n = ar^{n-1}$$

d. Deret Geometri

Misalkan $U_1, U_2, \dots, U_n$ adalah barisan geometri maka penjumlahan $U_1 + U_2 + \dots + U_n$ adalah deret geometri.

Secara umum, dari suatu barisan geometri $U_1, U_2, \dots, U_n$ dengan $U_1 = a$ dan rasio r , dapat diperoleh bentuk umum deret geometri

$$U_1 + U_2 + U_3 + \dots + U_n = a + ar + ar^2 + \dots + ar^{n-1}$$

$$\text{Jumlah deret geometri } S_n = a + ar + ar^2 + \dots + ar^{n-1} \dots (1)$$

Kalikan dengan r maka diperoleh

$$S_n \cdot r = ar + ar^2 + ar^3 + \dots + ar^n \dots (2)$$

Selanjutnya selisih kedua persamaan:

$$S_n = a + ar + ar^2 + \dots + ar^{n-1}$$

$$\begin{array}{r} S_n \cdot r = ar + ar^2 + ar^3 + \dots + ar^n \\ \hline S_n - (S_n \cdot r) = a - ar^n \end{array}$$

$$S_n(1 - r) = a(1 - r^n) \text{ faktorkan masing-masing ruas}$$

$$\text{Sehingga diperoleh } S_n = \frac{a(1-r^n)}{(1-r)}, r \neq 1$$

Rumus jumlah n suku pertama dari deret geometri

Misalkan $U_1 + U_2 + \dots + U_n$ merupakan deret geometri, dengan suku pertama a dan rasio r , maka jumlah n suku pertama (S_n) dari deret tersebut adalah

$$S_n = \frac{a(1-r^n)}{(1-r)}, r < 1 \text{ atau } S_n = \frac{a(1-r^n)}{(1-r)}, r > 1$$

Barisan tak hingga yaitu barisan yang banyak suku-sukunya tak berhingga. Jumlah dari suku-suku barisan tak hingga dinamakan deret tak hingga. Deret tak hingga dapat dituliskan sebagai berikut.

$$S = u_1 + u_2 + u_3 + \dots + u_n + \dots = \sum_{n=1}^{n=\infty} u_n$$

a) Deret Aritmetika

Deret aritmetika tak hingga dapat dituliskan sebagai berikut.

$$\begin{aligned} S &= u_1 + u_2 + u_3 + \dots + u_n + \dots \\ &= a + (a+b) + (a+2b) + \dots + (a + (n-1)b) + \dots \end{aligned}$$

Oleh karena itu nilai u_n pada deret aritmatika mendekati tak hingga untuk n mendekati tak hingga, maka nilai S pada deret aritmetika adalah tak hingga.

b) Deret Geometri

Jika banyak suku-suku penjumlahan deret geometri itu bertambah terus mendekati tak hingga, maka deret geometri semacam ini dinamakan sebagai deret geometri tak hingga.

Deret geometri tak hingga ini ditulis sebagai berikut:

$$u_1 + u_2 + u_3 + \dots + u_n + \dots = a + ar + ar^2 + \dots + ar^{n-1} + \dots$$

Jumlah dari deret geometri tak hingga dilambangkan dengan S dan $S = \lim_{n \rightarrow \infty} S_n$, dikatakan S diperoleh dari S_n dengan proses limit n mendekati tak hingga. Selanjutnya nilai $S = \lim_{n \rightarrow \infty} S_n$ ditentukan dengan menggunakan teorema limit sebagai berikut.

$$\begin{aligned}\lim_{n \rightarrow \infty} S_n &= \lim_{n \rightarrow \infty} \frac{a(1-r^n)}{1-r} \\ \lim_{n \rightarrow \infty} S_n &= \lim_{n \rightarrow \infty} \frac{a}{1-r} - \lim_{n \rightarrow \infty} \frac{a(1-r^n)}{1-r} \\ \lim_{n \rightarrow \infty} S_n &= \frac{a}{1-r} - \frac{a}{1-r} \lim_{n \rightarrow \infty} r^n \dots (i)\end{aligned}$$

Berdasarkan persamaan (i) jelas bahwa $\lim_{n \rightarrow \infty} S_n$ ditentukan oleh ada atau tidaknya nilai $\lim_{n \rightarrow \infty} r^n$. Berdasarkan uraian di atas, ciri deret geometri tak hingga dapat ditetapkan dengan menggunakan sifat sebagai berikut.

Deret geometri tak hingga $a + ar + ar^2 + \dots + ar^{n-1} + \dots$ dikatakan

- i. Mempunyai limit jumlah atau konvergen, jika dan hanya jika $|r| < 1$.

Berdasarkan persamaan (i) untuk $|r| < 1$, $\lim_{n \rightarrow \infty} r^n$ nilainya mendekati nol dan dianggap bahwa nilai $\lim_{n \rightarrow \infty} r^n$ nol. Sehingga $\lim_{n \rightarrow \infty} S_n$ dapat ditentukan dari nilai $\frac{a}{1-r}$. Maka dapat disimpulkan bahwa untuk mencari nilai limit jumlah untuk $|r| < 1$ diperoleh dengan rumus $S = \frac{a}{1-r}$

- ii. Tidak terdefinisi, jika dan hanya jika $|r| = 1$

Berdasarkan persamaan (i) untuk $|r| = 1$, $\lim_{n \rightarrow \infty} r^n$ nilainya mendekati tak hingga. Sehingga dengan $|r| = 1$ penyebut akan menjadi nol sehingga nilai $\lim_{n \rightarrow \infty} S_n$ tak terdefinisi.

iii. Tidak mempunyai limit jumlah atau divergen, jika dan hanya jika $|r| > 1$.

Berdasarkan persamaan (i) untuk $|r| > 1$, $\lim_{n \rightarrow \infty} r^n$ nilainya mendekati tak hingga dan dianggap nilai $\lim_{n \rightarrow \infty} r^n$ ada. Sehingga $\lim_{n \rightarrow \infty} S_n$ akan memperoleh nilai yang sangat besar. Maka dapat disimpulkan bahwa untuk mencari nilai jumlah untuk $|r| > 1$ memperoleh hasil tak hingga.

B. Penelitian yang Relevan

Penelitian yang berhubungan dengan analisis kemampuan berpikir kritis siswa dalam pemecahan masalah matematika, dilaporkan oleh peneliti sebagai berikut.

1. Anita Widia Wati H. dilaksanakan tahun 2013

Penelitian ini mendiskripsikan kemampuan berpikir kritis siswa dalam pemecahan masalah matematika pada materi fungsi di kelas XI IPA MA Al-Muslihun Kanigoro Blitar semester genap tahun ajaran 2012/2013. Dari penelitian ini tingkat kemampuan berpikir kritis siswa kelas XI IPA MA Al-Muslihun Kanigoro Blitar dalam memahami masalah matematika hanya sampai TBK 3 (kritis) dan tidak sampai TKBK 4 (sangat kritis). Sehingga kesimpulan dari penelitian ini adalah TKBK siswa hanya sampai tingkat kritis dan sebagian besar siswa menunjukkan kemampuan berpikir kritis rendah.

Penelitian ini hampir sama dengan penelitian yang akan dilaksanakan, namun pada dasarnya berbeda. Karena peneliti menggunakan pokok pembahasan materi barisan dan deret sedangkan penelitian terdahulu dari Anita Widia Wati H. menggunakan pokok pembahasan fungsi. Serta kondisi dan situasinya juga berbeda.

2. Faridhotus Solihah, dilaksanakan tahun 2015

Penelitian ini mendiskripsikan kemampuan berpikir kritis siswa dalam pemecahan masalah matematika pada materi trigonometri di kelas X MIA 5 MAN 2 Tulungagung semester genap tahun ajaran 2014/2015. Dari penelitian ini tingkat kemampuan berpikir kritis siswa kelas X MIA 5 MAN 2 Tulungagung dalam memahami masalah matematika hanya sampai TBK 3 (kritis) dan tidak sampai TKBK 4 (sangat kritis). Sehingga kesimpulan dari penelitian ini adalah TKBK siswa hanya sampai tingkat kritis dan sebagian besar siswa menunjukkan kemampuan berpikir kritis rendah.

Penelitian ini hampir sama dengan penelitian yang akan dilaksanakan, namun pada dasarnya berbeda. Karena peneliti menggunakan subjek kelas XI-IPA sedangkan penelitian terdahulu menggunakan subjek kelas X-MIA. Serta peneliti menggunakan pokok pembahasan materi barisan dan deret sedangkan penelitian terdahulu dari Faridhotus Sholihah, menggunakan pokok pembahasan trigonometri. Serta kondisi dan situasinya juga berbeda.

C. Kerangka Berpikir

Setiap individu membangun sendiri pengetahuannya. Sebab setiap individu melakukan interaksi terus menerus dengan lingkungan dan lingkungan tersebut mengalami perubahan. Lingkungan yang mendukung proses belajar adalah lingkungan di mana siswa dapat melakukan eksplorasi, penemuan-penemuan baru berdasarkan pengalaman yang telah dimilikinya. Selain itu proses belajar juga memerlukan partisipasi aktif dan kreatif dari siswa. Jadi siswa tidak hanya menerima dan menghafal begitu saja materi yang diperolehnya dari guru.

Namun pembelajaran matematika selama ini sebagian besar cenderung monoton. Guru cenderung lebih mendominasi proses pembelajaran dan aktivitas kelas kurang mengedepankan proses pemecahan masalah dengan soal yang diberikan lebih bersifat rutin. Dalam hal ini guru seperti menjelaskan pada diri sendiri apa yang telah dipersiapkannya dan yang akan dipelajari. Akibatnya siswa bersikap pasif, hanya mencontoh apa yang dikerjakan guru sehingga siswa beranggapan bahwa dalam menyelesaikan soal cukup dikerjakan seperti apa yang dicontohkan. Hal tersebut menyebabkan siswa kurang memiliki kemampuan berpikir untuk mencari alternatif lain dalam menyelesaikan masalah dan proses penalaran siswa menjadi tidak berkembang bahkan cenderung tidak digunakan.

Mengetengahkan pentingnya kemampuan berpikir kritis siswa dalam pemecahan masalah matematika, maka kelompok pembelajaran dalam suatu sekolah dirasa perlu diadakan suatu pengukuran analisis terhadap siswanya yang berkaitan dengan berpikir kritis siswa dalam pemecahan masalah matematika. Analisis kali ini diadakan pada siswa kelas XI IPA MAS Al-Jam'iyatul Washliyah Tembung dengan menggunakan materi barisan dan deret. Analisis ini bisa mendeskripsikan kemampuan berpikir kritis siswa pada materi barisan dan

deret. Informasi dan gambaran yang dihasilkan bisa menjadi referensi dan bahan evaluasi bagi guru matematika untuk bisa meningkatkan penggunaan indikator berpikir kritis pada materi matematika, khususnya pada materi barisan dan deret tersebut

