



Laporan Penelitian

**Analisis Kesulitan Belajar Mahasiswa  
Jurusan Pendidikan Matematika FITK  
UIN Sumatera Utara Medan  
dalam Menyelesaikan Soal  
Struktur Aljabar**

Karya Ilmiah untuk Melengkapi Syarat Pengajuan  
Kenaikan Pangkat pada Fakultas Ilmu Tarbiyah  
dan Keguruan UIN Sumatera Utara Medan  
Jurusan Pendidikan Matematika

Oleh:

**SITI MAYSARAH  
(NIB: BLU1100000076)**



**JURUSAN PENDIDIKAN MATEMATIKA  
FAKULTAS ILMU TARBIYAH DAN  
KEGURUAN UIN SUMATERA UTARA  
MEDAN  
2018**

TGL. TERIMA :	.....
NO. INDUK :	.....
ASAL :	.....

## REKOMENDASI

Setelah membaca dan menelaah hasil penelitian yang berjudul "**Analisis Kesulitan Belajar Mahasiswa Jurusan Pendidikan Matematika FITK UIN Sumatera Utara Medan dalam Menyelesaikan Soal Struktur Aljabar**" yang dilaksanakan oleh Siti Maysarah, M.Pd, maka saya menyimpulkan bahwa hasil penelitian ini dapat diterima sebagai karya tulis berupa hasil penelitian. Demikianlah rekomendasi ini diberikan kepada yang bersangkutan untuk dapat dipergunakan sebagaimana mestinya.

Medan, 28 Mei 2018

Konsultan,



**Dr. Mara Samin Lubis, M.Ed**

NIP. 1973050120031221004



**LEMBAR PERNYATAAN ORISINALITAS  
PENELITIAN**

Saya yang bertanda tangan di bawah ini:

Nama : Siti Maysarah, M.Pd  
NIB : BLU1100000076  
Alamat : Jl. Perhubungan Komplek Pondok 4  
Desa Kolam Kecamatan Percut Sei  
Tuan Kab. Deli Serdang  
Judul : Analisis Kesulitan Belajar  
Penelitian : Mahasiswa Jurusan Pendidikan  
Matematika FITK UIN Sumatera  
Utara Medan dalam Menyelesaikan  
Soal Struktur Aljabar

Menyatakan dengan sebenarnya bahwa hasil penelitian saya ini tidak terdapat unsur-unsur penjiplakan karya penelitian atau karya ilmiah yang pernah dilakukan atau dibuat orang lain, kecuali yang secara tertulis dikutip dalam naskah ini dan dapat disebutkan di dalam kutipan dan sumber pustaka.

Apabila dikemudian hari ternyata hasil penelitian ini terbukti terdapat unsur-unsur penjiplakan dan ada klaim dari pihak lain, maka saya bersedia untuk diproses sesuai peraturan perundang-undangan yang berlaku.

Demikian surat pernyataan ini saya buat dengan sebenarnya dan tanpa paksaan dari siapapun.

Medan, 28 Mei 2018  
Hormat Saya,

**Siti Maysarah, M.Pd**

## ABSTRAK

Siti Maysarah. 2018. Analisis Kesulitan Belajar Mahasiswa Jurusan Pendidikan Matematika FITK UIN Sumatera Utara Medan dalam Menyelesaikan Soal Struktur Aljabar

Kata Kunci: Kesulitan Belajar, Struktur Aljabar

Tujuan dalam penelitian ini adalah untuk mengetahui: (1) jenis kesulitan belajar mahasiswa Jurusan Pendidikan Matematika FITK UIN SU Medan dalam menyelesaikan soal Struktur Aljabar. (2) faktor penyebab mahasiswa Jurusan Pendidikan Matematika FITK UIN SU Medan mengalami kesulitan dalam menyelesaikan soal Struktur Aljabar. (3) bagaimana cara mengatasi kesulitan belajar mahasiswa jurusan Pendidikan Matematika FITK UIN SU Medan dalam menyelesaikan soal Struktur Aljabar. Subjek dalam penelitian ini adalah 40 orang mahasiswa Jurusan Pendidikan Matematika FITK Universitas Islam Negeri Sumatera Utara yang menempuh mata kuliah Struktur Aljabar dan mengalami kesulitan belajar dalam menyelesaikan soal struktur aljabar.

Jenis dari penelitian ini adalah penelitian kualitatif. Data hasil penelitian ini dituliskan dalam bentuk kata-kata atau deskriptif. Instrumen yang digunakan berupa tes diagnostik dan pedoman wawancara.

Hasil penelitian ini menunjukkan bahwa: jenis kesulitan yang dialami mahasiswa Jurusan Pendidikan Matematika dalam menyelesaikan soal Struktur Aljabar adalah: (1) kesulitan mahasiswa dalam menafsirkan simbol dalam struktur aljabar, (2) kesulitan mahasiswa dalam menggunakan dalil-dalil atau aksioma-aksioma yang terdapat dalam materi struktur aljabar, (3) kesulitan mahasiswa



dalam menjelaskan prosedur pengerjaan soal, dan (4) kesulitan mahasiswa dalam melakukan pembuktian deduktif.

Faktor yang menyebabkan mahasiswa Jurusan Pendidikan Matematika Fakultas Ilmu Tarbiyah dan Keguruan UIN Sumatera Utara Medan mengalami kesulitan dalam menyelesaikan soal struktur aljabar adalah: (1) ingatan mahasiswa yang lemah untuk menghafal simbol matematika dalam struktur aljabar, selain itu karena kurang berlatih dalam mengerjakan soal struktur aljabar. (2) banyaknya definisi, teorema bahkan lema yang harus diingat, membuat mahasiswa terkadang lupa menggunakan dalil tersebut dalam mengerjakan soal struktur aljabar. (3) Mahasiswa kurang teliti dalam menuliskan setiap langkah yang harus ada dalam mengerjakan soal struktur aljabar. (4) mahasiswa terbiasa menjawab persoalan matematika dengan menggunakan rumus yang telah tersedia sehingga sulit untuk melakukan pembuktian secara deduktif.

Cara mengatasi kesulitan belajar mahasiswa jurusan Pendidikan Matematika Fakultas Ilmu Tarbiyah dan Keguruan dalam menyelesaikan soal struktur aljabar adalah: (1) Mahasiswa harus sering berlatih dalam menjawab soal struktur aljabar dan memperbanyak referensi buku. (2) diharapkan bagi dosen pengampu untuk menyediakan buku pedoman struktur aljabar yang mudah dimengerti mahasiswa dengan memberikan latihan-latihan soal yang bervariasi kepada mahasiswa secara kontinu.

## KATA PENGANTAR

Puji syukur penulis panjatkan kehadirat Allah SWT yang selalu memberikan rahmat-Nya sehingga penelitian ini dapat diselesaikan dengan baik. Penulisan laporan ini dapat diselesaikan berkat bantuan dan dorongan dari berbagai pihak baik moril maupun materiil, yang tidak dapat penulis sebutkan satu persatu. Semoga bantuan dan dorongan yang telah diberikan menjadi amal ibadah serta mendapat rahmat dari Allah SWT, Amiin.

Rasa terima kasih terutama penulis sampaikan kepada: (1) Dekan FITK UIN Sumatera Utara Medan, Dr. Amiruddin Siahaan, M.Pd yang selalu memberi motivasi dan pemikiran positif terhadap karir dan pengembangan dosen-dosen muda untuk terus berkarya. (2) Wakil dekan I FITK UIN Sumatera Utara Medan, Drs. Rustam, MA yang banyak memberikan masukan kepada penulis. (3) Ketua Jurusan Pendidikan Matematika FITK UIN Sumatera Utara Medan, Dr. Indra Jaya, M.Pd yang telah banyak memberikan motivasi kepada penulis untuk terus berkarya. (4) Sekretaris Jurusan Pendidikan Matematika FITK UIN Sumatera Utara Medan sekaligus konsultan dalam penelitian ini, Dr. Mara Samin, M.Ed, yang telah banyak memberikan motivasi dan saran perbaikan yang membangun terhadap penelitian ini.

Akhirnya, penulis berdo'a kepada Allah SWT semoga hasil penelitian ini bermanfaat bagi kita semua. Amiin.

Medan, 28 Mei 2018  
Penulis,

**Siti Maysarah, M.Pd**



## DAFTAR ISI

BAB V PENUTUP	hlm
Halaman Sampul .....	i
Rekomendasi .....	ii
Lembar Pernyataan Orisinalitas Penelitian .....	iii
Abstrak .....	iv
Kata Pengantar .....	vi
Daftar Isi .....	vii
Daftar Tabel .....	ix
Daftar Gambar .....	x
BAB I PENDAHULUAN .....	1
1.1. Latar Belakang Masalah .....	1
1.2. Fokus Penelitian .....	5
1.3. Tujuan Penelitian .....	6
1.4. Manfaat Penelitian .....	6
BAB II KAJIAN TEORI .....	8
2.1. Pengertian Belajar .....	8
2.2. Kesulitan Belajar .....	10
2.3. Penyelesaian Soal .....	14
2.4. Struktur Aljabar .....	18
2.5. Penelitian yang Relevan .....	31
BAB III Metode Penelitian .....	33
3.1. Jenis Penelitian .....	33
3.2. Waktu dan Tempat Penelitian .....	33
3.3. Subjek Penelitian .....	34
3.4. Teknik Pengumpulan Data .....	34
3.5. Prosedur Penelitian .....	35
3.6. Teknik Analisis Data .....	35
BAB IV HASIL DAN PEMBAHASAN .....	38
4.1. Hasil Penelitian .....	38
4.2. Pembahasan Hasil Penelitian .....	41
4.2.1. Analisis Dokumen Hasil Tes Diagnostik .....	41
4.2.2. Analisis Dokumen Hasil Wawancara .....	54

4.2.3. Solusi Mengatasi Kesulitan Belajar Mahasiswa.....	57
BAB V PENUTUP.....	59
5.1. Kesimpulan.....	59
5.2. Saran.....	60
Daftar Pustaka.....	62
Lampiran.....	65

Tabel 2. Tabel Cayley $\langle U_n, X \rangle$ .....	21
Tabel 3. Menunjukkan Tabel Cayley dari Grup $Z_6$ .....	22
Tabel 4. Menunjukkan Tabel Cayley dari Grup $H_1$ .....	23
Tabel 5. Menunjukkan Tabel Cayley dari Grup $H_2$ .....	24
Tabel 6. Tabel Cayley dengan Operasi Komposisi dan Produk Titik.....	27
Tabel 7. Tabel Cayley.....	29
Tabel 8. Tabel Cayley.....	30



## DAFTAR TABEL

	hlm
Tabel 1. Rekapitan Hasil Studi Mahasiswa Jurusan Pendidikan Matematika (PMM) pada Matakuliah Struktur Aljabar 1 Tahun Akademik 2017/2018 .....	3
Tabel 2. Tabel Cayley $\langle U_8, \times \rangle$ .....	21
Tabel 3. Menunjukkan Tabel Cayley dari Grup $Z_8$ .....	24
Tabel 4. Menunjukkan Tabel Cayley dari Grup $H_1$ .....	24
Tabel 5. Menunjukkan Tabel Cayley dari Grup $H_2$ .....	24
Tabel 6. Tabel Cayley dengan Operasi Komposisi Pemetaan Terhadap Persegi Panjang .....	27
Tabel 7. Tabel Cayley $\langle Z_4, + \rangle$ .....	29
Tabel 8. Persentase Hasil Jawaban Tes Diagnostik ( $n = 40$ Mahasiswa).....	38
Tabel 9. Persentase Kesulitan Belajar pada Setiap Sub Materi .....	40

## DAFTAR GAMBAR

	hlm
Gambar 1. Lattice Diagram $\langle Z_8, + \rangle$ .....	25
Gambar 2. Persegi Panjang dengan titik sudut 1,2,3,4 .....	26
Gambar 3. Diagram Lattice Operasi Komposisi Pemetaan Terhadap Persegi Panjang .....	28
Gambar 4. Model Analisis Data Menurut Miles dan Huberman .....	37
Gambar 5. Contoh Jawaban Mahasiswa pada Butir Soal 1 .....	41
Gambar 6. Contoh Jawaban Mahasiswa pada Butir Soal Nomor 2 .....	43
Gambar 7. Contoh Jawaban Mahasiswa pada Butir Soal Nomor 3 .....	45
Gambar 8. Contoh Jawaban Mahasiswa pada Butir Soal 4 .....	46
Gambar 9. Contoh Jawaban Mahasiswa pada Butir Soal 5 .....	48
Gambar 10. Contoh Jawaban Mahasiswa pada Butir Soal 6 .....	49
Gambar 11. Contoh Jawaban Mahasiswa pada butir Soal 7 .....	50
Gambar 12. Contoh Jawaban Mahasiswa pada Butir Soal 8 .....	53



## SURAT PERNYATAAN KEABSAHAN KARYA ILMIAH

Yang bertanda tangan di bawah ini:

Nama : **Siti Maysarah, M.Pd**  
 NIB : **BLU1100000076**  
 Pangkat, golongan ruang, TMT : **Penata Muda Tk.I (III/b)**  
 Jabatan Fungsional, TMT : **Calon Dosen**  
 Mata Kuliah : **Struktur Aljabar**  
 Jurusan/Program Studi : **Pendidikan Matematika**  
 Unit Kerja : **FITK UIN Sumatera Utara**

Dengan ini menyatakan bahwa karya ilmiah, seperti di bawah ini:

No	Karya Ilmiah	Judul	Identitas Karya Ilmiah
1	Jurnal (Jurnal Ilmiah Fakultas tidak terakreditasi)	Peningkatan Hasil Belajar Matematika Siswa Melalui Strategi PAKEM di Kelas VIII MTs Nurul Amaliyah Tanjung Morawa	Jurnal Tarbiyah, Vol. 25, No. 1, Januari-Juli 2018 P-ISSN: 0854-2627, E-ISSN: 2597-4270
2.	Penelitian	Analisis Kesulitan Belajar Mahasiswa Jurusan Pendidikan Matematika FITK UIN Sumatera Utara Medan dalam Menyelesaikan Soal Struktur Aljabar	Terdokumentasi di Perpustakaan UIN Sumatera Utara dengan Nomor Stambuk: / / / / 2018 Tanggal: 2018

1. Adalah benar **karya saya sendiri atau bukan plagiat hasil karya orang lain** dan saya ajukan sebagai bahan penilaian penetapan angka kredit dan kenaikan Jabatan ke Asisten Ahli/ Penata Muda Tk.I (III/b)
2. Apabila dikemudian hari terbukti bahwa karya ilmiah ini bukan karya saya sendiri atau plagiat hasil karya orang lain, maka saya bersedia menerima sanksi sesuai ketentuan perundang-undangan yang berlaku.

Demikian Surat Pernyataan ini saya buat dengan sesungguhnya untuk dapat dipergunakan sebagaimana mestinya.

Medan, 28 Mei 2018  
Yang Membuat Pernyataan

**Siti Maysarah, M.Pd**  
NIB. BLU1100000076



# BAB I PENDAHULUAN

## 1.1. Latar Belakang Masalah

Matematika mempunyai beberapa cabang keilmuan yang masing-masing mempunyai penerapan dalam hubungannya dengan berbagai disiplin ilmu lain dan dalam kehidupan sehari-hari. Salah satu dari cabang-cabang ilmu tersebut adalah Aljabar abstrak. Aljabar abstrak merupakan bagian dari ilmu matematika yang berkembang dengan pesat karena berhubungan dengan himpunan, dan sifat struktur-struktur di dalamnya.

Pada Program Studi Pendidikan Matematika (PMM) Fakultas Ilmu Tarbiyah dan Keguruan (FITK) UIN-SU Medan, matakuliah Struktur Aljabar terbagi menjadi dua, yaitu struktur aljabar I dan struktur aljabar II. Matakuliah struktur aljabar I membahas tentang grup, sedangkan matakuliah struktur aljabar II membahas tentang ring yang merupakan kelanjutan dari matakuliah struktur aljabar I.

Matakuliah struktur aljabar merupakan salah satu mata kuliah dalam kurikulum jurusan/program studi matematika dan pendidikan matematika di semua perguruan tinggi di Indonesia. Syarifah dan Jamilah mengatakan bahwa "melalui perkuliahan struktur aljabar, mahasiswa dapat menyorikan hal-hal yang umum dari berbagai sistem matematika yang sudah mereka kenal sebelumnya, dan mahasiswa mempunyai

kesempatan untuk memperoleh pemahaman yang lebih mendalam tentang konsep-konsep seperti identitas dan invers.”<sup>1</sup>

Dalam pembelajaran matematika khususnya struktur aljabar tidak cukup dengan hanya membaca, tetapi harus mengerti, memahami, serta mampu menganalisis (dikenal dengan pembuktian). Pembuktian memainkan peranan penting dalam struktur aljabar karena matakuliah ini sarat dengan definisi, lema, dan teorema. Agar dapat memahami struktur aljabar dengan baik, mahasiswa dituntut untuk dapat memahami setiap lema dan teorema yang dipelajari.

Berdasarkan hasil observasi peneliti di lapangan, menunjukkan bahwa masih banyak mahasiswa program studi pendidikan matematika FITK UIN-SU Medan yang mengalami kesulitan dalam mempelajari matakuliah struktur aljabar. Masih banyak nilai struktur aljabar mahasiswa jurusan Pendidikan Matematika yang rendah, sehingga diantaranya harus mengulang di semester bawah. Hal ini berdasarkan Kartu Hasil Studi (KHS) mahasiswa jurusan Pendidikan Matematika pada matakuliah Struktur Aljabar I sebagai berikut:

---

<sup>1</sup>. Syarifah Fadillah dan Jamilah. (2016). *Pengembangan Bahan Ajar Struktur Aljabar untuk Meningkatkan Kemampuan Pembuktian Matematis Mahasiswa*. Pontianak: Cakrawala Pendidikan. hlm. 106



**Tabel 1.1.**  
**Rekapan Hasil Studi Mahasiswa Jurusan**  
**Pendidikan Matematika (PMM) pada**  
**Matakuliah Struktur Aljabar 1**  
**Tahun Akademik 2017/2018**

Kelas	Jumlah Mahasiswa yang Mendapatkan Nilai				
	A (80 s.d. 100)	B (70 s.d. 79)	C (60 s.d. 69)	D (50 s.d. 59)	E (0 s.d. 49)
PMM-1	11	17	0	0	0
PMM-2	17	15	0	0	0
PMM-3	2	5	24	1	1
PMM-4	2	16	18	1	0
PMM-5	4	16	12	3	0
PMM-6	9	24	3	0	0
<b>Total</b>	<b>45</b>	<b>93</b>	<b>57</b>	<b>5</b>	<b>1</b>
<b>Persentase</b>	<b>22,39</b> %	<b>46,27</b> %	<b>28,36</b> %	<b>2,49</b> %	<b>0,50</b> %
<b>Jumlah Mahasiswa</b>	<b>201</b>				

(Sumber Data: Sistem Informasi Akademik  
 Prodi Pendidikan Matematika  
 FITK UIN SU Medan)

Berdasarkan tabel di atas, menunjukkan bahwa masih banyak mahasiswa jurusan pendidikan matematika FITK UIN SU Medan yang memiliki nilai rendah pada matakuliah Stuktur Aljabar I. Jumlah mahasiswa yang mendapatkan nilai A pada matakuliah Struktur Aljabar I sebanyak 45 orang atau berkisar 22,39% dari total mahasiswa dan tergolong sangat baik. Sementara jumlah mahasiswa yang

mendapatkan nilai B pada matakuliah Struktur Aljabar I sebanyak 93 orang atau berkisar 46,27% dari total mahasiswa dan tergolong baik. Jumlah mahasiswa yang mendapatkan nilai C sebanyak 57 orang atau berkisar 28,36% dari total mahasiswa dan tergolong cukup. Jumlah mahasiswa yang mendapatkan nilai D pada matakuliah Struktur Aljabar I sebanyak 5 orang atau berkisar 2,49% dari total mahasiswa dan tergolong kurang. Sementara itu jumlah mahasiswa yang mendapatkan nilai E pada matakuliah Struktur Aljabar I sebanyak 1 orang atau berkisar 0,50% dari total mahasiswa dan tergolong sangat kurang.

Usman mengatakan bahwa seorang siswa disebut tuntas dalam belajar apabila telah mencapai skor 65% atau 6,5. Lebih lanjut suatu kelas disebut tuntas belajar apabila di kelas tersebut telah terdapat 65% yang telah mencapai skor 65%.<sup>2</sup> Berdasarkan pendapat tersebut dengan memperhatikan hasil studi mahasiswa jurusan Pendidikan Matematika FITK UIN SU Medan pada matakuliah Struktur Aljabar I, dapat dikatakan bahwa masih banyak mahasiswa yang dikatakan belum tuntas belajar, karena masih banyak siswa yang memperoleh nilai C. Hal ini tentunya menggambarkan bahwa masih banyak mahasiswa yang mengalami kesulitan dalam belajar matakuliah Struktur Aljabar.

---

<sup>2</sup>. Moh. Uzer Usman, *Menjadi Guru Profesional*, (Bandung: Remaja Rosdakarya, 2010), hlm. 64.



Hal ini sejalan dengan pendapat Arnawa dalam Setyaningsih, dkk mengatakan bahwa “struktur aljabar atau aljabar abstrak merupakan matakuliah yang sulit untuk dipelajari dan sulit untuk dikerjakan.”<sup>3</sup> Dari sisi mahasiswa, kesulitan ini misalnya disebabkan oleh: (1) konsep-konsep dalam struktur aljabar sangat abstrak, (2) banyak contoh-contoh yang berkenaan dengan konsep, tidak dikenali dengan baik oleh mahasiswa, (3) banyak mahasiswa yang belum terbiasa dengan pembuktian deduktif.

Berdasarkan pemaparan di atas, maka peneliti tertarik untuk melakukan penelitian dengan judul “Analisis Kesulitan Belajar Mahasiswa Jurusan Pendidikan Matematika FITK UIN Sumatera Utara Medan dalam Menyelesaikan Soal Struktur Aljabar.”

## 1.2. Fokus Penelitian

Berdasarkan pemaparan latar belakang masalah di atas, maka yang menjadi fokus dalam penelitian ini adalah:

1. Apa saja jenis-jenis kesulitan belajar mahasiswa Jurusan Pendidikan Matematika FITK UIN SU Medan dalam menyelesaikan soal Struktur Aljabar?
2. Faktor apa saja yang menyebabkan mahasiswa Jurusan Pendidikan Matematika FITK UIN SU Medan

---

<sup>3</sup>. Riyatin Setyaningsih, Sri Sutarni, Sri Rejeki. 2015. *Analisis Kemampuan Kognitif Mahasiswa Matematika dalam Menyelesaikan Soal Struktur Aljabar II*. Surakarta: FKIP UMS. hlm. 2.

mahasiswa tersebut. Manfaat bagi mahasiswa Jurusan Pendidikan Matematika FITK UIN SU Medan adalah mahasiswa akan mengetahui jenis-jenis kesulitan belajar yang dilakukan oleh mahasiswa sehingga bisa mengantisipasi agar tidak melakukan kesalahan-kesalahan tersebut di lain waktu dalam mengerjakan soal Struktur Aljabar.

2. Bagi Dosen

- a. Dosen dapat mengetahui letak kesulitan siswa dalam menyelesaikan soal Struktur Aljabar.
- b. Dosen dapat membantu dan membimbing mahasiswa dalam menanamkan konsep sehingga dapat meminimalkan kesulitan mahasiswa dalam menyelesaikan soal Struktur Aljabar.



## BAB II KAJIAN TEORI

### 2.1. Pengertian Belajar

Belajar merupakan proses perubahan perilaku sebagai akibat dari pengalaman. Belajar bukanlah sekedar mengumpulkan pengetahuan. Belajar adalah proses mental yang terjadi dalam diri seseorang sehingga menyebabkan perubahan tingkah laku.

Para ahli psikologi pendidikan mencoba merumuskan definisi tentang belajar, namun terdapat beberapa perbedaan diantara definisi-definisi yang mereka ajukan satu sama lain, misalnya:

1. Hilgard dan Bower:

“Belajar adalah berkaitan dengan perubahan perilaku seorang terhadap suatu situasi tertentu, dimana perubahan tingkah laku tersebut tidak mudah untuk dijelaskan atau dasar kecenderungan respons bawaan, kematangan atau keadaan sesaat individu.”

2. Gagne:

“Belajar terjadi apabila suatu stimulus bersama dengan isi ingatan siswa mempengaruhi siswa sedemikian rupa sehingga perbuatan (*performance*) berubah dari waktu sebelum ia mengalami situasi tertentu ke waktu sesudah ia mengalami situasi tersebut.”

3. Morgan:
 

“Belajar adalah setiap perubahan relatif menetap dalam perilaku yang terjadi sebagai suatu hasil dari latihan atau pengalaman.”
4. Witherington:
 

“Belajar adalah suatu perbuatan di dalam kepribadian, sebagaimana dimanifestasikan dalam perubahan penguasaan pola-pola respons atau tingkah laku baru berupa perubahan keterampilan, kebiasaan, kesanggupan atau pemahaman.”<sup>4</sup>

Lebih lanjut Sadiman mengatakan bahwa:

“Belajar adalah suatu proses kompleks yang terjadi pada semua orang dan berlangsung seumur hidup, sejak dia masih hidup hingga ke liang lahat nanti. Salah satu pertanda bahwa seseorang telah belajar adalah terdapat perubahan tingkah laku dalam dirinya. Perubahan tingkah laku tersebut menyangkut baik perubahan yang bersifat pengetahuan (kognitif) dan keterampilan (psikomotorik) maupun menyangkut nilai dan sikap (afektif).”<sup>5</sup>

---

<sup>4</sup>. Safwan Amin, (2005), *Pengantar Psikologi Pendidikan*, Banda Aceh: Yayasan PeNA, hlm. 57-58.

<sup>5</sup>. M. Sobry Sutikno, (2007), *Menggagas Pembelajaran Efektif dan Bermakna*, Mataram: NTP Press, hlm. 38.



Dari definisi di atas dapat disimpulkan bahwa belajar adalah suatu kegiatan yang membawa perubahan pada individu yang belajar. Perubahan itu tidak hanya mengenai jumlah pengetahuan melainkan juga dalam bentuk kecakapan, kebiasaan, sikap, pengertian, penghargaan, minat, penyesuaian diri, pendeknya mengenai segala aspek atau pribadi seseorang.

## 2.2. Kesulitan Belajar

Jamaris mengatakan bahwa:

“Kesulitan belajar adalah suatu kondisi yang menunjuk pada sejumlah kelainan yang berpengaruh pada pemerolehan, pengorganisasian, penyimpanan, dan penggunaan informasi secara verbal dan non-verbal. Akibatnya, individu yang mengalami kesulitan belajar akan mengalami kesulitan dalam mengoperasikan fikiran karena kondisi yang berkaitan dengan kesulitan belajar akan mempengaruhi operasi fungsi intelektual secara umum.”<sup>6</sup>

Lebih lanjut Jamaris mengatakan bahwa siswa yang mengalami kesulitan belajar memiliki ciri-ciri sebagai berikut:

---

<sup>6</sup>. Martini Jamaris, (2014), *Kesulitan Belajar Perspektif, Asesmen, dan Penanggulangan Bagi Anak Usia Dini dan Usia Sekolah*, Bogor: Ghalia Indonesia, hlm. 17.

“(1) Menunjukkan hasil belajar yang rendah, (2) hasil belajar tidak seimbang dengan usaha yang dilakukannya, (3) lambat dalam melakukan tugas-tugas belajar, (4) menunjukkan sikap yang kurang wajar, (5) menunjukkan perilaku yang kurang tepat seperti suka bolos, dan datang terlambat.”<sup>7</sup>

Dari pernyataan di atas, dapat disimpulkan bahwa kesulitan belajar adalah suatu kesulitan yang berdampak serius pada kemampuan anak didik dalam menerima pelajaran. Kesulitan belajar tersebut berasal dari luar (eksternal) dan dari dalam (internal) anak didik.

1. Faktor internal (faktor yang berasal dari dalam diri peserta didik)  
Faktor internal terdiri dari dua aspek yaitu aspek fisiologis dan aspek psikologis. Aspek fisiologis berhubungan dengan kesehatan peserta didik. Sedangkan aspek psikologis berhubungan dengan tingkat kecerdasan peserta didik, keadaan mental peserta didik, kemauan belajar, sikap peserta didik, model pembinaan, metode penilaian, dan lain sebagainya.
2. Faktor eksternal (faktor yang berasal dari luar diri peserta didik)  
Faktor eksternal terdiri dari dua aspek yaitu aspek lingkungan sosial dan aspek lingkungan non sosial. Aspek lingkungan sosial diantaranya pengaruh teman,

---

<sup>7</sup>. *Ibid.* hlm. 52.



kondisi sosial ekonomi, keadaan pribadi pendidik, dan lain sebagainya. Sedangkan aspek lingkungan non sosial, seperti keadaan lembaga pendidikan, sarana dan prasarana, dan lain sebagainya.”<sup>8</sup>

Lebih lanjut Runtukahu dan Kandou mengemukakan faktor penyebab kesulitan belajar sebagai berikut:

1. Faktor kondisi fisik  
Kondisi yang tidak menunjang anak belajar, termasuk kurang penglihatan dan pendengaran, kurang dalam orientasi, dan terlalu aktif.
2. Faktor lingkungan  
Faktor lingkungan yang tidak menunjang anak dalam belajar, antara lain keadaan keluarga, masyarakat, dan pengajaran di sekolah yang tidak memadai. Kondisi lingkungan yang mengganggu proses psikologis, misalnya kurang perhatian dalam belajar yang menyebabkan anak sulit dalam belajar.
3. Faktor motivasi dan sikap  
Kurang motivasi belajar dapat menyebabkan anak kurang percaya diri dan menimbulkan perasaan-perasaan negatif terhadap sekolah.
4. Faktor psikologis  
Kurang persepsi, ketidakmampuan kognitif, dan lamban dalam bahasa, semua

---

<sup>8</sup>. Safwan Amin, (2005), *Pengantar Psikologi Pendidikan*, Banda Aceh: Yayasan PeNA, hlm. 69-70.

- dapat menyebabkan terjadinya kesulitan dalam bidang akademik.
5. Faktor lingkungan sekolah  
Fasilitas-fasilitas yang diberikan pihak sekolah sebagai sarana dan prasarana belajar siswa seperti bangku, meja, papan tulis, perpustakaan, ekstra kurikuler, dan lain-lain sangat memberikan pengaruh terhadap proses belajar siswa. Di samping itu, sikap dan perilaku di lingkungan sekolah mulai dari kepala sekolah, guru, tenaga administrasi, keamanan, dan siswa lainnya juga sangat berpengaruh terhadap proses belajar siswa.
  6. Faktor pendekatan belajar  
Kurikulum yang seragam (*uniform*), bahan dan buku-buku (sumber) yang tidak sesuai dengan tingkat-tingkat kematangan dan perbedaan individu; ketidaksesuaian standar (sistem pengajaran, penilaian, pengelolaan kegiatan dan pengalaman belajar mengajar, dan sebagainya); terlalu berat beban belajar (siswa) dan atau mengajar (guru).<sup>9</sup>

Faktor penyebab kesulitan belajar peserta didik tersebut menyebabkan mereka mendapatkan kesulitan dalam menyelesaikan soal. Selanjutnya kemampuan pemahaman dan kecerdasan yang dimiliki peserta didik juga

---

<sup>9</sup>. J. Tombokan Runtukahu & Selpius Kandao, (2013), *Pembelajaran Matematika Dasar Bagi Anak Berkesulitan Belajar*, Yogyakarta: Ar-Ruzz Media, hlm. 27.



dapat menyebabkan terjadinya kesulitan dalam bidang akademik.

5. Faktor lingkungan sekolah

Fasilitas-fasilitas yang diberikan pihak sekolah sebagai sarana dan prasarana belajar siswa seperti bangku, meja, papan tulis, perpustakaan, ekstra kurikuler, dan lain-lain sangat memberikan pengaruh terhadap proses belajar siswa. Di samping itu, sikap dan perilaku di lingkungan sekolah mulai dari kepala sekolah, guru, tenaga administrasi, keamanan, dan siswa lainnya juga sangat berpengaruh terhadap proses belajar siswa.

6. Faktor pendekatan belajar

Kurikulum yang seragam (*uniform*), bahan dan buku-buku (sumber) yang tidak sesuai dengan tingkat-tingkat kematangan dan perbedaan individu; ketidaksesuaian standar (sistem pengajaran, penilaian, pengelolaan kegiatan dan pengalaman belajar mengajar, dan sebagainya); terlalu berat beban belajar (siswa) dan atau mengajar (guru).<sup>9</sup>

Faktor penyebab kesulitan belajar peserta didik tersebut menyebabkan mereka mendapatkan kesulitan dalam menyelesaikan soal. Selanjutnya kemampuan pemahaman dan kecerdasan yang dimiliki peserta didik juga

---

<sup>9</sup> J. Tombokan Runtukahu & Selpius Kandao, (2013), *Pembelajaran Matematika Dasar Bagi Anak Berkesulitan Belajar*, Yogyakarta: Ar-Ruzz Media, hlm. 27.

berbeda, bagi peserta didik yang memiliki kecerdasan yang lebih tinggi akan menerima materi lebih cepat dibandingkan dengan peserta didik yang memiliki kecerdasan lemah.

### 2.3. Penyelesaian Soal

Menurut teori Watson dalam Ayarsha terdapat 8 klasifikasi atau kriteria dalam mengerjakan soal, yaitu:

“(1) data tidak tepat (*inappropriate data*) disingkat **id**, (2) prosedur tidak tepat (*inappropriate procedure*) disingkat **ip**, (3) data hilang (*omitted data*) disingkat **od**, (4) kesimpulan hilang (*omitted conclusion*) disingkat **oc**, (5) konflik level respon (*response level conflict*) disingkat **rlc**, (6) manipulasi tidak langsung (*undirected manipulation*) disingkat **um**, (7) masalah hirarki keterampilan (*skills hierarchy problem*) disingkat **shp**, dan (8) selain ketujuh kategori di atas (*above other*) disingkat **ao**.”<sup>10</sup>

Kriteria pertama yaitu tidak tepat (*inappropriate data*), di mana kesulitan peserta didik meliputi penggunaan data yang kurang tepat dengan kata lain salah dalam memasukkan nilai ke variabel.

---

<sup>10</sup>. Rifan Ayarsha, (2016), *Analisis Kesalahan Siswa dalam Mengerjakan Soal Matematika Berdasarkan Kriteria Watson*, Jakarta: Skripsi UIN Syarif Hidayatullah, hlm.11.



Kriteria kedua yaitu prosedur tidak tepat (*inappropriate procedure*), di mana kesulitan dalam menentukan rumus matematika yang dipakai oleh peserta didik. Misalnya, peserta didik sulit dalam menjumlahkan atau mengurangi bahkan mengalikan atau membagikan bilangan. Selain itu, misalnya peserta didik salah dalam memberi tanda jumlah, yang ditulis kurang, kali ditulis bagi atau sebaliknya.

Kriteria ketiga yaitu data hilang (*omitted data*), di mana kesalahan peserta didik dalam mengerjakan soal ada data yang dihilangkan atau tidak ada. Seharusnya ada, menjadi tidak ada.

Kriteria keempat yaitu kesimpulan hilang (*omitted conclusion*), dalam kesimpulan hilang ini berarti dalam menyelesaikan soal peserta didik belum sampai tahap akhir dari apa yang diminta dalam soal.

Kriteria kelima yaitu konflik level respon (*response level conflict*), di mana peserta didik kurang memahami bentuk soal, sehingga yang dilakukan adalah melakukan operasi sederhana dengan data yang ada dan kemudian dijadikan hasil akhir dengan cara yang tidak sesuai dengan konsep sebenarnya. Ataupun peserta didik hanya langsung menuliskan jawaban tanpa ada alasan atau cara yang logis.

Kriteria keenam yaitu memanipulasi tidak langsung (*undirected manipulation*). Dalam manipulasi tidak langsung ini ada penyelesaian proses merubah dari tahap satu

ke tahap selanjutnya terdapat hal yang tidak logis.

Kriteria ketujuh yaitu masalah hirarki keterampilan (*skills hierarchy problem*). Dalam masalah hirarki keterampilan ini berkaitan dengan bagaimana siswa dapat merubah rumus dasar menjadi rumus yang diminta dalam soal.

Kriteria kedelapan yaitu selain ketujuh kategori di atas (*above other*), dimana salah satunya adalah peserta didik tidak mengerjakan soal.

Menurut Sudjana kesalahan-kesalahan yang dilakukan peserta dalam mengerjakan soal-soal matematika dapat diidentifikasi menjadi beberapa aspek, yaitu:

“(1) Aspek bahasa, merupakan kesulitan dan kekeliruan peserta didik dalam menafsirkan kata-kata atau simbol-simbol dan bahasa yang digunakan dalam matematika. (2) Aspek imajinasi, merupakan kesulitan dan kekeliruan peserta didik dalam imajinasi (spasial) dalam dimensi-dimensi tiga yang berakibat salah dalam mengerjakan soal-soal matematika. (3) Aspek prasyarat, merupakan kesalahan dan kekeliruan peserta didik dalam mengerjakan soal matematika karena bahan pelajaran yang sedang dipelajari siswa belum dikuasai. (4) Aspek tanggapan merupakan kekeliruan dalam penafsiran atau tanggapan siswa



terhadap konsepsi, rumus-rumus, dan dalil-dalil matematika dalam mengerjakan soal matematika. (5) Aspek terapan, merupakan kekeliruan siswa dalam menerapkan rumus-rumus dan dalil-dalil matematika dalam mengerjakan soal matematika.”<sup>11</sup>

Berdasarkan penjelasan di atas, kesulitan yang dialami peserta didik dalam menyelesaikan soal matematika adalah:

1. Kesulitan peserta didik dalam menafsirkan kata-kata atau simbol-simbol dalam matematika.
2. Kesulitan peserta didik dalam berimajinasi dan memahami bentuk soal.
3. Kesulitan dan kesalahan peserta didik dalam mengerjakan soal matematika karena materi belum dikuasai.
4. Kesulitan dan kekeliruan siswa terhadap konsepsi, rumus-rumus, dan dalil-dalil matematika dalam menyelesaikan soal matematika.

Dengan demikian, seorang pendidik (dosen) perlu mengetahui jenis kesulitan belajar dan faktor penyebab kesulitan tersebut yang dialami oleh peserta didiknya (mahasiswa). Sehingga mahasiswa tersebut dapat diberikan kemudahan dalam

---

<sup>11</sup>. Nana Sudjana, (2009), *Penilaian Hasil Belajar Mengajar*, Bandung: Remaja Rosdakarya, hlm. 27.

menyelesaikan soal dan terhindar dari kesulitan-kesulitan dalam menyelesaikan soal tersebut. Sebagaimana tertuang dalam Firman Allah swt dalam *al-Qur'an* Surah *Al-Insyirah* ayat 5-6 berikut ini:

فَإِنَّ مَعَ الْعُسْرِ يُسْرًا ﴿٥﴾ إِنَّ مَعَ الْعُسْرِ يُسْرًا ﴿٦﴾

Artinya:

"5. Karena sesungguhnya sesudah kesulitan itu ada kemudahan, 6. sesungguhnya setelah kesulitan itu ada kemudahan."<sup>12</sup>

Dari ayat di atas menjelaskan bahwa setiap orang pasti mempunyai suatu masalah yang akan diperoleh untuk menemukan titik tertentu. Setiap masalah atau kesulitan pasti ada kemudahan untuk mencari pemecahan masalah. Dalam memecahkan masalah hendaklah dikerjakan secara bersungguh-sungguh agar mendapat suatu kemudahan. Karena Allah swt tidak akan memberikan masalah diluar kemampuan hamba-Nya.

#### 2.4. Struktur Aljabar

Struktur aljabar adalah ilmu yang mempelajari suatu himpunan dengan satu atau lebih operasi biner yang diberlakukan pada sistem aljabar tersebut.<sup>13</sup>

<sup>12</sup>. Departemen Agama RI, (1995), *Al-Qur'an dan Terjemahnya*, Semarang: Toha Putra, hlm. 1073.

<sup>13</sup>. Suci Yuniati, 2013. *Peta Konsep (Mind Mapping) dalam Pembelajaran Struktur Aljabar*: Riau: Gramatika Vol. III No.2 Mei 2013, hlm. 130.



Istilah struktur aljabar juga mengacu kepada cabang ilmu matematika bernama Aljabar Abstrak yang mempelajari mengenai karakteristik sistem aljabar seperti Grup, Ring, dan Field. Pada penelitian ini, materi struktur aljabar yang ingin dibahas dibatasi pada materi grup.

Nugroho, dkk mengatakan bahwa teori grup merupakan salah satu bidang kajian aljabar abstrak yang mempelajari struktur himpunan. Sebuah himpunan dengan satu operasi biner dapat dinyatakan sebagai grup jika operasi biner pada himpunan tersebut memenuhi sifat asosiatif, adanya elemen identitas, dan setiap anggota grup tersebut mempunyai invers.<sup>14</sup>

Cabang matematika yang mempelajari grup disebut teori grup. Kegunaan dari teori Grup ini adalah merupakan dasar-dasar untuk mempelajari ring, field, integral domain, ideal dan ruang vektor.

### (1) Definisi Grup:

Sebuah grup  $\langle G, * \rangle$  adalah sebuah himpunan  $G$  dengan operasi biner  $*$  pada  $G$ , sedemikian sehingga memenuhi aksioma-aksioma berikut ini.<sup>15</sup>

(i) Operasi  $*$  *closure* (tertutup)

<sup>14</sup>. Deni Nugroho, Rahayu Budhiati Veronica, dan Mashuri. (2017) *Struktur dan Sifat-Sifat K-Aljabar*. Semarang: UNNES Journal of Mathematics 6 (1) 2017, P – ISSN 2259-6943, e – ISSN 2342-6944, hlm. 83.

<sup>15</sup>. Aslan. 2009. *Struktur Aljabar I*, Medan: Fakultas Tarbiyah IAIN-SU, hlm. 13.



- (ii) Operasi  $*$  Asosiatif
- (iii) Terdapat sebuah unsur  $i$  dalam  $G$ , sedemikian hingga  $i * a = a * i = a$  untuk setiap  $a \in G$ , unsur  $i$  disebut sebuah unsur identitas dalam Grup  $G$ .
- (iv) Untuk setiap  $a \in G$  terdapat sebuah unsur  $a^{-1} \in G$ , sedemikian hingga  $a * a^{-1} = a^{-1} * a = i$ . Dimana  $a^{-1}$  disebut invers dari  $a$ .

Atau sebuah Grup  $G$  dengan operasi biner  $*$  dituliskan dengan simbol  $\langle G, * \rangle$ , jika memenuhi aksioma-aksioma berikut ini:

- (i)  $\forall a, b \in G, a * b = c \in G$
- (ii)  $\forall a, b, c \in G, a * (b * c) = (a * b) * c$
- (iii)  $\exists_1 i \in G, i * a = a * i = a \in G$
- (iv)  $\forall a \in G, \exists_1 a^{-1} \in G, a * a^{-1} = a^{-1} * a = i$

### Contoh 1:

Buktikan bahwa himpunan bilangan bulat  $Z$  merupakan Grup dengan operasi penjumlahan  $\langle Z, + \rangle$

#### Penyelesaian:

- (i) Akan dibuktikan tertutup  
ambil sembarang unsur  $a, b \in Z$   
karena  $a, b \in Z$ , maka  $a + b \in Z$   
(terbukti tertutup)
- (ii) Akan dibuktikan asosiatif  
ambil sembarang unsur  $a, b, c \in Z$   
 $(a + b) + c = a + (b + c)$   
 $a + b + c = a + b + c$   
karena  $a, b, c \in Z$ , maka  $a + b + c \in Z$   
sehingga



- (i)  $(a + b) + c = a + (b + c)$  tabel di  
memenuhi sifat asosiatif  
penjumlahan
- (ii) Akan dibuktikan terdapat unsur  
identitas  
Terdapat unsur identitas, yaitu  $i = 0$ ,  
ambil sembarang unsur  $a \in Z$ , maka  
 $0 + a = a + 0 = a$
- (iii) Akan dibuktikan mempunyai invers  
ambil sembarang unsur misalkan  
 $a, b, c \in Z$   
maka invers dari  $a$  atau  $a^{-1}$  yaitu  $=$   
 $-a$   
sebab  $a + (-a) = 0$   
invers dari  $b$  atau  $b^{-1}$  yaitu  $= -b$   
sebab  $b + (-b) = 0$   
invers dari  $c$  atau  $c^{-1}$  yaitu  $= -c$   
sebab  $c + (-c) = 0$

Terbukti bahwa  $\langle Z, + \rangle$  merupakan sebuah  
Grup.

**Contoh 2:**

Buktikan bahwa  $\langle U_8, \times \rangle$  merupakan sebuah  
Grup.

**Penyelesaian:**

$$U_8 = \{1, 3, 5, 7\}$$

**Tabel 2.1.**

**Tabel Cayley  $\langle U_8, \times \rangle$**

$\times$	1	3	5	7
1	1	3	5	7
3	3	1	7	5
5	5	7	1	3
7	7	5	3	1

- (i) Jelas tertutup (perhatikan tabel di atas)
- (ii) Akan dibuktikan asosiatif  
ambil sembarang unsur, misal  $a = 3, b = 5, c = 7$ , dimana  $a, b, c \in U_8$   
 $(3 \times 5) \times 7 = 3 \times (5 \times 7)$   
 $7 \times 7 = 3 \times 7$   
 $1 = 1$  (Terbukti asosiatif)
- (iii) Akan dibuktikan terdapat unsur identitas  
terdapat unsur identitas yaitu  $i = 1$   
sebab  $a \times 1 = a$
- (iv) Akan dibuktikan mempunyai invers  
 $1^{-1} = 1$  sebab  $1 \times 1 = 1 = i$   
 $3^{-1} = 3$  sebab  $3 \times 3 = 1 = i$   
 $5^{-1} = 5$  sebab  $5 \times 5 = 1 = i$   
 $7^{-1} = 1$  sebab  $7 \times 7 = 1 = i$

Terbukti bahwa  $\langle U_8, \times \rangle$  merupakan sebuah Grup.

### Contoh 3:

Buktikan bahwa himpunan bilangan asli  $N$  bukan grup terhadap operasi  $+$

#### Penyelesaian:

- (i) Akan dibuktikan tertutup  
ambil sembarang unsur, misal:  $a = 0, b = 1$ , dimana  $a, b \in N$   
 $0 + 1 = 1 \in N$  dimana  $a + b \in N$   
(terbukti tertutup)
- (ii) Akan dibuktikan asosiatif  
ambil sembarang unsur, misal:  $a = 0, b = 1, c = 2$  dimana  $a, b, c \in N$   
 $(a + b) + c = a + (b + c)$



$$(0 + 1) + 2 = 0 + (1 + 2)$$

$$3 = 3$$

memenuhi sifat asosiatif penjumlahan

(iii) Akan dibuktikan terdapat unsur identitas

Terdapat unsur identitas, yaitu  $i = 0$ , ambil sembarang unsur, misal:  $a = 0$  dimana  $a \in N$ , maka  $0 + a = 0 + 0 = 0 = a$  jadi, terdapat unsur identitas,  $i = 0$

(iv) Akan dibuktikan mempunyai invers

tidak mempunyai invers, ambil sembarang unsur

$$\text{misal: } c = 2, \text{ maka } c^{-1} = \frac{1}{2}$$

$$c + c^{-1} = 0$$

$$2 + \frac{1}{2} = 2\frac{1}{2} \notin N$$

Terbukti bahwa himpunan bilangan asli  $N$  bukan grup terhadap operasi  $+$

## (2) Definisi Subgrup

Sebuah himpunan bagian  $H$  dari grup  $\langle G, * \rangle$  dikatakan sebuah grup dari  $G$  jika semua unsur dari  $H$  membentuk sebuah grup dengan operasi  $*$  dan diberi notasi  $H < G$ .<sup>16</sup>

### Contoh 4:

Perhatikan grup  $Z_8 = \{0,1,2,3,4,5,6,7\}$ . Dengan tabel Cayley dapat diselidiki himpunan-himpunan bagian  $H_1 = \{0,4\}$  dan  $H_2 = \{0,2,4,6\}$  dari  $Z_8$  dengan operasi penjumlahan modulo 8, masing-masing merupakan subgrup dari  $Z_8$ . Untuk  $Z_8$  sendiri dapat dilihat pada tabel Cayley berikut ini:

<sup>16</sup> Aslan, 2009, *Struktur Aljabar I*, Medan: Fakultas Tarbiyah IAIN-SU, hlm. 28.

Subgrup di  $Z_8$       **Tabel 2.2.**      dibuat Lattice

**Menunjukkan Tabel Cayley dari Grup  $Z_8$**

$+_8$	0	1	2	3	4	5	6	7
0	0	1	2	3	4	5	6	7
1	1	2	3	4	5	6	7	0
2	2	3	4	5	6	7	0	1
3	3	4	5	6	7	0	1	2
4	4	5	6	7	0	1	2	3
5	5	6	7	0	1	2	3	4
6	6	7	0	1	2	3	4	5
7	7	0	1	2	3	4	5	6

Perhatikan himpunan bagian dari  $Z_8$  yaitu  $H_1 = \{0,4\}$  dan  $H_2 = \{0,2,4,6\}$ . Kemudian dibentuk tabel Cayley berorde 2 dan berorde 4 dari  $H_1$  dan  $H_2$  terhadap operasi yang sama pada  $Z_8$  yaitu penjumlahan modulo 8, masing-masing diperlihatkan pada tabel 3.2 dan tabel 3.3 di bawah ini:

**Tabel 2.3.**

**Menunjukkan Tabel Cayley dari Grup  $H_1$**

$+_8$	0	4
0	0	4
4	4	0

**Tabel 2.4.**

**Menunjukkan Tabel Cayley dari Grup  $H_2$**

$+_8$	0	2	4	6
0	0	2	4	6
2	2	4	6	0
4	4	6	0	2
6	6	0	2	4



Subgrup di atas dapat dibuat Lattice diagramnya sebagai berikut:

$$\langle Z_8, + \rangle$$



$$\langle H_1 \rangle$$



$$\langle H_1 \rangle$$



$$\langle 0 \rangle$$

**Gambar 2.1.**

**Lattice Diagram  $\langle Z_8, + \rangle$**

Untuk memperlihatkan bahwa  $H_1$  dan  $H_2$  dengan operasi penjumlahan modulo 8 adalah suatu grup, perhatikan aksioma berikut:

Dengan melihat tabel di atas diperoleh:

- (i) Aksioma pertama (sifat tertutup) dipenuhi karena seluruh hasil operasi ada pada himpunan  $H_1$  dan  $H_2$ .
- (ii) Aksioma kedua (sifat asosiatif) penjumlahan modulo 8 dipenuhi pada  $Z_8$ , karenanya pada  $H_1$  dan  $H_2$  juga dipenuhi.
- (iii) Aksioma ketiga (unsur identitas) dipenuhi:

$\exists 0 \in H_1$  dan  $H_2$  sebagai unsur identitas karena  $\forall a \in H_1$  dan  $H_2$  dipenuhi sebab:

$$a +_8 0 = 0 +_8 a = a$$

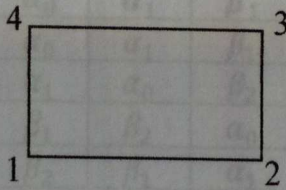
(iv) Aksioma keempat (unsur invers) dipenuhi yaitu:

$H_1 \rightarrow 0$  inversnya 0, 4 inversnya 4

$H_2 \rightarrow 0$  inversnya 0, 2 inversnya 6, 4 inversnya 4, dan 6 inversnya 2.

**Contoh 5:**

Tafsiran geometris, sebuah persegi panjang dengan titik sudut 1, 2, 3, dan 4 sebagai berikut:



**Gambar 2.2.**

**Persegi Panjang dengan titik sudut 1,2,3,4**

dengan operasi komposisi pemetaan apakah pemetaan terhadap persegi panjang tersebut membentuk sebuah grup? Jika ada, tuliskan subgrupnya!

**Penyelesaian:**

Apabila diputar sejauh  $0^\circ$  maka unsurnya

$$\alpha_0 = \begin{pmatrix} 1234 \\ 1234 \end{pmatrix}$$

Apabila diputar  $180^\circ$  maka unsurnya

$$\alpha_1 = \begin{pmatrix} 1234 \\ 3412 \end{pmatrix}$$

Apabila diputar terhadap sumbu horizontal

$$(1,2) \text{ maka unsurnya } \beta_1 = \begin{pmatrix} 1234 \\ 2143 \end{pmatrix}$$



Apabila diputar terhadap sumbu vertikal (1,4) maka unurnya  $\beta_2 = \begin{pmatrix} 1234 \\ 4321 \end{pmatrix}$

Sekarang apakah pemetaan terhadap empat persegi panjang tersebut juga membentuk sebuah Grup, untuk itu perhatikan tabel 3.5 berikut:

**Tabel 2.5**

**Tabel Cayley dengan Operasi Komposisi Pemetaan Terhadap Persegi Panjang**

$\circ$	$\alpha_0$	$\alpha_1$	$\beta_1$	$\beta_2$
$\alpha_0$	$\alpha_0$	$\alpha_1$	$\beta_1$	$\beta_2$
$\alpha_1$	$\alpha_1$	$\alpha_0$	$\beta_2$	$\beta_1$
$\beta_1$	$\beta_1$	$\beta_2$	$\alpha_0$	$\alpha_1$
$\beta_2$	$\beta_2$	$\beta_1$	$\alpha_1$	$\alpha_0$

$$\alpha_0 \circ \alpha_0 = \begin{pmatrix} 1234 \\ 1234 \end{pmatrix} \circ \begin{pmatrix} 1234 \\ 1234 \end{pmatrix} = \begin{pmatrix} 1234 \\ 1234 \end{pmatrix} = \alpha_0$$

$$\alpha_0 \circ \alpha_1 = \begin{pmatrix} 1234 \\ 1234 \end{pmatrix} \circ \begin{pmatrix} 1234 \\ 3412 \end{pmatrix} = \begin{pmatrix} 1234 \\ 3412 \end{pmatrix} = \alpha_1$$

$$\alpha_0 \circ \beta_1 = \begin{pmatrix} 1234 \\ 1234 \end{pmatrix} \circ \begin{pmatrix} 1234 \\ 2143 \end{pmatrix} = \begin{pmatrix} 1234 \\ 2143 \end{pmatrix} = \beta_1$$

$$\alpha_0 \circ \beta_2 = \begin{pmatrix} 1234 \\ 1234 \end{pmatrix} \circ \begin{pmatrix} 1234 \\ 4321 \end{pmatrix} = \begin{pmatrix} 1234 \\ 4321 \end{pmatrix} = \beta_2$$

$$\alpha_1 \circ \alpha_0 = \begin{pmatrix} 1234 \\ 3412 \end{pmatrix} \circ \begin{pmatrix} 1234 \\ 1234 \end{pmatrix} = \begin{pmatrix} 1234 \\ 3412 \end{pmatrix} = \alpha_1$$

$$\alpha_1 \circ \alpha_1 = \begin{pmatrix} 1234 \\ 3412 \end{pmatrix} \circ \begin{pmatrix} 1234 \\ 3412 \end{pmatrix} = \begin{pmatrix} 1234 \\ 1234 \end{pmatrix} = \alpha_0$$

$$\alpha_1 \circ \beta_1 = \begin{pmatrix} 1234 \\ 3412 \end{pmatrix} \circ \begin{pmatrix} 1234 \\ 2143 \end{pmatrix} = \begin{pmatrix} 1234 \\ 4321 \end{pmatrix} = \beta_2$$

$$\alpha_1 \circ \beta_2 = \begin{pmatrix} 1234 \\ 3412 \end{pmatrix} \circ \begin{pmatrix} 1234 \\ 4321 \end{pmatrix} = \begin{pmatrix} 1234 \\ 2143 \end{pmatrix} = \beta_1$$

$$\beta_1 \circ \alpha_0 = \begin{pmatrix} 1234 \\ 2143 \end{pmatrix} \circ \begin{pmatrix} 1234 \\ 1234 \end{pmatrix} = \begin{pmatrix} 1234 \\ 2143 \end{pmatrix} = \beta_1$$

$$\beta_1 \circ \alpha_1 = \begin{pmatrix} 1234 \\ 2143 \end{pmatrix} \circ \begin{pmatrix} 1234 \\ 3412 \end{pmatrix} = \begin{pmatrix} 1234 \\ 4321 \end{pmatrix} = \beta_2$$

$$\beta_1 \circ \beta_1 = \begin{pmatrix} 1234 \\ 2143 \end{pmatrix} \circ \begin{pmatrix} 1234 \\ 2143 \end{pmatrix} = \begin{pmatrix} 1234 \\ 1234 \end{pmatrix} = \alpha_0$$

$$\beta_1 \circ \beta_2 = \begin{pmatrix} 1234 \\ 2143 \end{pmatrix} \circ \begin{pmatrix} 1234 \\ 4321 \end{pmatrix} = \begin{pmatrix} 1234 \\ 3412 \end{pmatrix} = \alpha_1$$

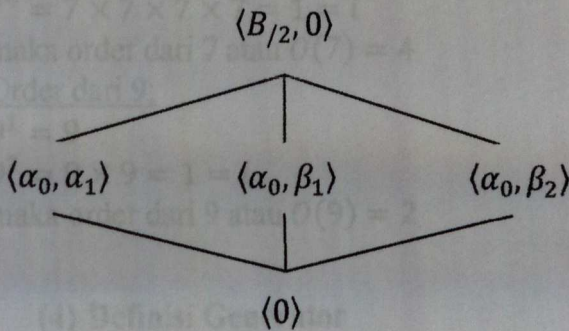
$$\beta_2 \circ \alpha_0 = \begin{pmatrix} 1234 \\ 4321 \end{pmatrix} \circ \begin{pmatrix} 1234 \\ 1234 \end{pmatrix} = \begin{pmatrix} 1234 \\ 4321 \end{pmatrix} = \beta_2$$

$$\beta_2 \circ \alpha_1 = \begin{pmatrix} 1234 \\ 4321 \end{pmatrix} \circ \begin{pmatrix} 1234 \\ 3412 \end{pmatrix} = \begin{pmatrix} 1234 \\ 2143 \end{pmatrix} = \beta_1$$

$$\beta_2 \circ \beta_1 = \begin{pmatrix} 1234 \\ 4321 \end{pmatrix} \circ \begin{pmatrix} 1234 \\ 2143 \end{pmatrix} = \begin{pmatrix} 1234 \\ 3412 \end{pmatrix} = \alpha_1$$

$$\beta_2 \circ \beta_2 = \begin{pmatrix} 1234 \\ 4321 \end{pmatrix} \circ \begin{pmatrix} 1234 \\ 4321 \end{pmatrix} = \begin{pmatrix} 1234 \\ 1234 \end{pmatrix} = \alpha_0$$

Subgrup:  $\langle \alpha_0, \alpha_1 \rangle, \langle \alpha_0, \beta_1 \rangle, \langle \alpha_0, \beta_2 \rangle$



**Gambar 2.3.**

**Diagram Lattice Operasi Komposisi Pemetaan Terhadap Persegi Panjang**

**(3) Definisi Order dari Suatu Unsur**

$\forall a \in G, a^n = i, n =$  bilangan bulat positif terkecil  $i =$  identitas maka  $n$  disebut order dari  $a$  dan ditulis  $O(a)$ .

**Contoh 6:**

Tentukan order dari  $\langle U_{10}, \times \rangle$

**Penyelesaian:**

$$U_{10} = \langle 1, 3, 7, 9 \rangle$$



Order dari 1:

$$1^1 = 1$$

Order dari 3:

$$3^1 = 3$$

$$3^2 = 3 \times 3 = 9$$

$$3^3 = 3 \times 3 \times 3 = 27$$

$$3^4 = 3 \times 3 \times 3 \times 3 = 81 = 1 = i$$

maka order dari 3 atau  $O(3) = 4$

Order dari 7:

$$7^1 = 7$$

$$7^2 = 7 \times 7 = 49$$

$$7^3 = 7 \times 7 \times 7 = 343$$

$$7^4 = 7 \times 7 \times 7 \times 7 = 2401 = 1 = i$$

maka order dari 7 atau  $O(7) = 4$

Order dari 9:

$$9^1 = 9$$

$$9^2 = 9 \times 9 = 81 = 1 = i$$

maka order dari 9 atau  $O(9) = 2$

#### (4) Definisi Generator

Andaikan  $G$  adalah sebuah grup,  $a \in G$ , jika  $O(a) = O(G)$ , maka  $a$  dikatakan sebagai generator dari  $G$ .

#### Contoh 7:

Tunjukkan semua generator dari  $\langle \mathbb{Z}_4, + \rangle$

**Penyelesaian:**

**Tabel 2.6. Tabel Cayley  $\langle \mathbb{Z}_4, + \rangle$**

+	0	1	2	3
0	0	1	2	3
1	1	2	3	0
2	2	3	0	1
3	3	0	1	2

- Ambil  $0 \in G$ 
  - $0^1 = 0$
  - $0^2 = 0 + 0 = 0$
  - $0^3 = 0 + 0 + 0 = 0$

dengan demikian  $0 \in G$  bukan generator dari  $Z_4$
- Ambil  $1 \in G$ 
  - $1^1 = 1$
  - $1^2 = 1 + 1 = 2$
  - $1^3 = 1 + 1 + 1 = 3$
  - $1^4 = 1 + 1 + 1 + 1 = 0$

dengan demikian  $1 \in G$  merupakan generator dari  $Z_4$
- Ambil  $2 \in G$ 
  - $2^1 = 2$
  - $2^2 = 2 + 2 = 4$
  - $2^3 = 2 + 2 + 2 = 2$

dengan demikian  $2 \in G$  bukan generator dari  $Z_4$
- Ambil  $3 \in G$ 
  - $3^1 = 3$
  - $3^2 = 3 + 3 = 2$
  - $3^3 = 3 + 3 + 3 = 1$
  - $3^4 = 3 + 3 + 3 + 3 = 0$

dengan demikian  $3 \in G$  merupakan generator dari  $Z_4$

Dapat disimpulkan bahwa generator dari  $Z_4$  adalah himpunan semua bilangan bulat positif kurang dari 4 dan relatif prima dengan 4, yaitu 1 dan 3.



### (5) Definisi Grup Siklik

Grup  $G$  dikatakan grup siklik jika dan hanya jika terdapat sekurang-kurangnya satu generator dalam  $G$ .

#### Contoh 8:

$G = \langle Z_4, + \rangle$  adalah grup siklik sebab pada  $G$  terdapat dua buah generator yaitu 1 dan 3.

## 2.5. Penelitian yang Relevan

Adapun penelitian sebelumnya yang pernah dilakukan berkaitan dengan penelitian yang akan dilakukan adalah:

1. Penelitian Riyatin Setyaningsih (2015) dengan judul "Analisis Kemampuan Kognitif Mahasiswa Matematika dalam Menyelesaikan Soal Struktur Aljabar II". Tujuan penelitian ini adalah untuk mengetahui kemampuan mahasiswa dalam menyelesaikan soal struktur aljabar II ditinjau dari jenjang mengingat, memahami, menerapkan, dan menganalisis, pada mahasiswa semester VI 2015/2016 Program Studi Pendidikan Matematika FKIP Universitas Muhammadiyah Surakarta (UMS). Hasil penelitian menunjukkan bahwa kemampuan mahasiswa dalam menyelesaikan soal struktur aljabar II pada jenjang mengingat (*remember*) sebesar 60,1136 % dalam kriteria cukup, memahami (*understand*) sebesar 42,1591 % dalam kriteria cukup, menerapkan (*apply*) sebesar 52,8409 % dalam kriteria

cukup, dan menganalisis (*analyze*) sebesar 35,5682 % dalam kriteria kurang.

2. Penelitian Ade Kumala Sari dan Sugiman, (2015) dengan judul "Analisis Kesulitan Belajar Mahasiswa pada Mata Kuliah Kapita Selekta Matematika Sekolah Menengah" Penelitian ini bertujuan untuk mendeskripsikan letak dan jenis kesulitan belajar matematika mahasiswa pendidikan matematika Universitas Jember pada matakuliah Kapita Selekta Matematika Sekolah Menengah. Hasil penelitian menunjukkan bahwa kesulitan belajar matematika mahasiswa terletak pada pengetahuan faktual 12,2%, pengetahuan konseptual 19,7%, pengetahuan prosedural 20,7%, dan pengetahuan metakognitif 47,4%. Jenis kesulitan belajar matematika yang dialami peserta didik adalah kesulitan mengingat fakta 1,9%, kesulitan mengingat konsep 13,1%, kesulitan memahami fakta 8%, kesulitan memahami konsep 5,2%, kesulitan menerapkan konsep 0,9%, kesulitan menerapkan prosedur 0,9%, kesulitan menganalisis prosedur 7%, kesulitan mengevaluasi konsep 0,5%, kesulitan mengevaluasi prosedur 8,9%, kesulitan mengomunikasikan metakognitif 47,4%, kesulitan meneliti fakta 2,3%, dan kesulitan meneliti prosedur 3,8%.



### BAB III METODE PENELITIAN

#### 3.1. Jenis Penelitian

Jenis dari penelitian ini adalah penelitian kualitatif. Moleong mengatakan bahwa:

“Penelitian kualitatif adalah penelitian yang bermaksud untuk memahami fenomena tentang apa yang dialami oleh subjek penelitian, misalnya perilaku, persepsi, motivasi, tindakan, secara holistik, dengan mendeskripsikan ke dalam bentuk kata-kata dan bahasa.”<sup>17</sup>

Data hasil penelitian kualitatif adalah dalam bentuk kata-kata atau deskriptif. Hal ini dikarenakan untuk mendeskripsikan suatu keadaan atau fenomena yang terjadi apa adanya secara menyeluruh.

#### 3.2. Waktu dan Tempat Penelitian

Penelitian ini dilaksanakan pada tanggal 8 Januari 2018 s.d. 25 Mei 2018. Sementara itu, penelitian ini dilaksanakan di Universitas Islam Negeri Sumatera Utara Medan yang berlokasi di Jalan Williem Iskandar Pasar V Medan Estate.

---

<sup>17</sup>. Lexy J Moleong, (2007), *Metodologi Penelitian Kualitatif*. Bandung: Remaja Rosdakarya hlm. 6.

### 3.3. Subjek Penelitian

Subjek dalam penelitian ini adalah 40 orang mahasiswa Jurusan Pendidikan Matematika FITK Universitas Islam Negeri Sumatera Utara yang menempuh mata kuliah Struktur Aljabar dan mengalami kesulitan belajar dalam menyelesaikan soal struktur aljabar. Dianggap mengalami kesulitan belajar, karena mereka mendapatkan nilai C, D, dan E pada matakuliah Struktur Aljabar I.

### 3.4. Teknik Pengumpulan Data

Teknik pengumpulan data dengan melakukan metode tes, observasi, dokumentasi, dan wawancara. Metode tes digunakan untuk mendapatkan data tertulis berupa jawaban dari mahasiswa.

Observasi digunakan untuk mencari daftar nama-nama mahasiswa semester VI di kelas pengamatan, mengamati materi-materi struktur aljabar yang disampaikan oleh dosen, dan memperoleh gambaran kegiatan tes tertulis pada mahasiswa semester VI.

Dokumentasi digunakan untuk mendapatkan foto situasi kegiatan di kelas dan hasil dari tes tertulis yang dijadikan objek penelitian.

Sedangkan wawancara digunakan untuk menggali informasi dan mendapatkan data berupa jawaban pertanyaan wawancara tentang kemampuan mahasiswa dalam menyelesaikan soal struktur aljabar pada mahasiswa semester VI Jurusan Pendidikan Matematika FITK UIN SU Medan.



### 3.5. Prosedur Penelitian

Penelitian ini dilakukan pertama-tama mengumpulkan data melalui tes diagnostik. Setelah mahasiswa diberikan tes diagnostik, peneliti mengelompokkan mahasiswa pada kelompok yang mengalami kesulitan dan tidak mengalami kesulitan belajar matematika. Mahasiswa yang mengalami kesulitan kemudian dianalisis letak dan jenis kesulitannya berdasarkan hasil pengerjaan tes diagnostiknya. Kemudian mahasiswa diwawancara untuk mengkonfirmasi jenis kesulitan belajar matematika yang dialami oleh mahasiswa tersebut.

Data yang diperoleh merupakan letak dan jenis kesulitan belajar matematika mahasiswa. Adapun instrumen yang digunakan untuk menganalisis letak dan jenis kesulitan adalah tes diagnostik. Instrumen yang digunakan untuk mengkonfirmasi letak dan jenis kesulitan belajar matematika mahasiswa adalah pedoman wawancara.

### 3.6. Teknik Analisis Data

Teknik analisis data dalam penelitian ini dilakukan dengan merujuk pada model Miles & Huberman (dalam Salim & Syahrums) yang meliputi: pengumpulan data, reduksi data, penyajian data, dan penarikan kesimpulan atau verifikasi.<sup>18</sup>

---

<sup>18</sup>. Salim & Syahrums, (2015), *Metodologi Penelitian Kualitatif*, Bandung: Citapustaka Media, hlm.151.

### 1. Pengumpulan Data

Pada tahap analisis data pertama ini, peneliti melakukan pengumpulan data dengan memberi tes diagnostik untuk mengetahui mahasiswa yang mengalami kesulitan belajar pada matakuliah struktur aljabar.

### 2. Reduksi Data

Pada tahap analisis data kedua ini, peneliti memfokuskan pada hal-hal yang penting, melakukan analisis yang tajam, menggolongkan, mengarahkan, membuang data yang tidak perlu.

### 3. Penyajian Data

Pada tahap analisis data ini, peneliti menyajikan data dalam bentuk uraian singkat, bagan, tabel, foto, *flowchart* atau sejenisnya. Sebelumnya, melalui pemberian tes diagnostik, mahasiswa digolongkan dalam 2 kategori, yaitu mahasiswa yang mengalami kesulitan belajar dan mahasiswa yang tidak mengalami kesulitan belajar. Pada tahap ini, peneliti menyajikan data mahasiswa yang mengalami kesulitan belajar, beserta jenis kesulitan yang ia alami.

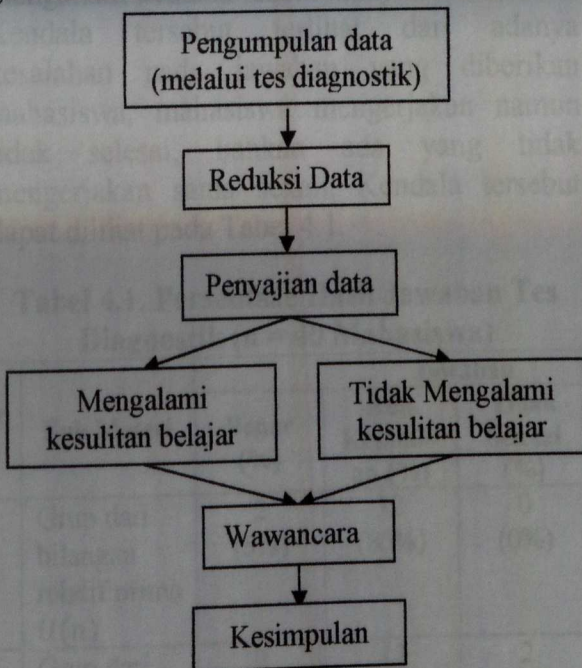
### 4. Penarikan Kesimpulan/ Verifikasi

Pada tahap analisis data ini, peneliti menarik kesimpulan sementara berdasarkan sajian data yang telah ada. Selain itu, peneliti juga melakukan wawancara terhadap mahasiswa yang mengalami kesulitan belajar.



Kesimpulan sementara tersebut, akan terus diverifikasi selama proses penelitian berlangsung berdasarkan penemuan data baru, sehingga akan didapat suatu kesimpulan yang akhir dan benar-benar sesuai dengan keadaan yang sebenarnya. Secara teknis proses penarikan kesimpulan dalam penelitian ini akan dilakukan dengan cara mendiskusikan data-data hasil temuan di lapangan dengan teori-teori yang dimasukkan dalam bab tinjauan pustaka.

Secara garis besar, teknik analisa data dalam penelitian ini dapat disajikan dalam gambar berikut:



**Gambar 3.1. Model Analisis Data Menurut Miles dan Huberman**

## BAB IV HASIL DAN PEMBAHASAN

### 4.1. Hasil Penelitian

Dalam penelitian ini, peneliti mengumpulkan informasi baik melalui tes diagnostik maupun wawancara pada mahasiswa. Berdasarkan hasil jawaban soal tes tersebut, peneliti memperoleh data-data yang dapat menunjukkan mahasiswa yang mengalami kesulitan belajar.

Berdasarkan tes diagnostik yang terdiri dari 8 soal dan diberikan kepada 40 mahasiswa diperoleh informasi bahwa mahasiswa mengalami kendala dalam menyelesaikan soal. Kendala tersebut terlihat dari adanya kesalahan pada jawaban yang diberikan mahasiswa, mahasiswa mengerjakan namun tidak selesai, bahkan ada yang tidak mengerjakan sama sekali. Kendala tersebut dapat dilihat pada Tabel 4.1.

**Tabel 4.1. Persentase Hasil Jawaban Tes Diagnostik (n = 40 Mahasiswa)**

Butir Soal	Sub Materi	Jawaban			
		Benar (%)	Ada Kesalahan (%)	Tidak Selesai (%)	Tidak Menjawab (%)
1	Grup dari bilangan relatif prima $U(n)$	2 (5%)	32 (80%)	0 (0%)	6 (15%)
2	Grup dari matriks $2 \times 2$	2 (5%)	17 (42,5%)	2 (5%)	19 (47,5%)



3	Grup dari bilangan bulat $Z_n$	9 (22,5%)	7 (17,5%)	20 (50%)	4 (10%)
4	Grup abelian	0 (0%)	25 (62,5%)	9 (22,5%)	6 (15%)
5	Subgrup dari $Z_n$	0 (0%)	12 (30%)	10 (25%)	18 (45%)
6	Subgrup dari transformasi	0 (0%)	1 (2,5%)	7 (17,5%)	32 (80%)
7	Order	4 (10%)	24 (60%)	6 (15%)	6 (15%)
8	Generator	0 (0%)	3 (7,5%)	11 (27,5%)	26 (65%)
<b>Jumlah</b>		<b>17</b> <b>(5.31%)</b>	<b>121</b> <b>(37.81%)</b>	<b>65</b> <b>(20.31%)</b>	<b>117</b> <b>(36.56%)</b>

Setiap soal yang dikerjakan oleh 40 mahasiswa terdiri atas 40 pekerjaan, sehingga dari 8 soal yang dikerjakan oleh 40 mahasiswa diperoleh total 320 pekerjaan. Berdasarkan 320 pekerjaan mahasiswa tersebut diperoleh informasi bahwa ada 17 (5,31%) jawaban yang benar, 121 (37,81%) jawaban yang salah, 65 (20,31%) jawaban yang tidak selesai, dan 117 (36,56%) yang tidak dikerjakan.

Berdasarkan hasil jawaban soal tes, peneliti memperoleh data-data yang dapat menunjukkan mahasiswa yang mengalami kesulitan belajar dan tidak mengalami kesulitan belajar. Persentase kesulitan belajar yang dialami mahasiswa pada tiap sub materi dapat dilihat pada tabel 4.2 berikut.

**Tabel 4.2. Persentase Kesulitan Belajar pada Setiap Sub Materi**

Butir Soal	Sub Materi	Kategori (dalam %)	
		Mengalami Kesulitan Belajar	Tidak Mengalami Kesulitan Belajar
1	Grup dari bilangan relatif prima $U(n)$	95%	5%
2	Grup dari matriks $2 \times 2$	95%	5%
3	Grup dari bilangan bulat $Z_n$	77,5%	22,5%
4	Grup abelian	100%	0%
5	Subgrup dari $Z_n$	100%	0%
6	Subgrup dari transformasi	100%	0%
7	Order	90%	10%
8	Generator	100%	10%

Berdasarkan tabel di atas, dapat ditarik kesimpulan mengenai persentase mahasiswa yang mengalami kesulitan belajar (diambil dari tes diagnostik bagi mahasiswa yang menjawab tes dengan ada kesalahan, tidak selesai, dan tidak menjawab sama sekali). Sedangkan persentase mahasiswa yang tidak mengalami kesulitan belajar (diambil dari hasil tes diagnostik bagi mahasiswa yang menjawab tes dengan benar).

Hasil tes diagnostik terhadap materi struktur aljabar I diketahui bahwa kesulitan belajar tertinggi terdapat pada materi Grup abelian, Subgrup dari  $Z_n$ , Subgrup dari



transformasi dan Generator dengan persentase 100%.

## 4.2. Pembahasan Hasil Penelitian

### 4.2.1 Analisis Dokumen Hasil Tes Diagnostik

1. Pada submateri tentang pembuktian Grup dari bilangan relatif prima  $U(n)$

Soal:

Buktikan bahwa  $U(8)$  merupakan sebuah grup dengan operasi perkalian modulo 8.

Contoh jawaban mahasiswa:

Buktikan bahwa  $\langle U_8, \times \rangle$  merupakan sebuah grup

x	0	1	2	3	4	5	6	7	
0	0	0	0	0	0	0	0	0	$\rightarrow U_8$
1	0	1	2	3	4	5	6	7	$\rightarrow U_8$
2	0	2	4	6	0	2	4	6	$\rightarrow U_8$
3	0	3	6	1	4	7	3	5	$\rightarrow U_8$
4	0	4	0	4	0	4	0	4	$\rightarrow U_8$
5	0	5	2	7	4	1	6	3	$\rightarrow U_8$
6	0	6	4	2	0	6	4	2	$\rightarrow U_8$
7	0	7	6	5	4	3	2	1	$\rightarrow U_8$

ket.  $U_8 = \{0, 1, 2, 3, 4, 5, 6, 7\}$

Jadi

$\Rightarrow$  Asosiatif  $(axb)xc = ax(bxc)$   
 $a=1 \quad c=3$   
 $b=2$   
 maka  $(axb)xc = ax(bxc)$   
 $(1 \times 2) \times 3 = 1 \times (2 \times 3)$   
 $2 \times 3 = 1 \times 6$   
 $6 = 6$  (Terbukti)

$\Rightarrow$  Identitas  $1 \times e = e \times 1$   
 $e=3$   
 $1 \times 3 = 3 \times 1$   
 $3 = 3$  (Terbukti)

$\Rightarrow$  Tertutup  $3 \times 1 = 3$   
 $2 \times 3 = 6$  } Manak dalam  $U_8$

Gambar 4.1. Contoh Jawaban Mahasiswa pada Butir Soal 1

Kesalahan yang dilakukan mahasiswa diantaranya:

- a) Mahasiswa belum mampu menafsirkan simbol-simbol matematika, terlihat di sini mahasiswa belum mampu membedakan  $U(8)$  dengan  $Z_8$ . Padahal,  $U(n)$  memiliki makna sebagai himpunan semua bilangan bulat positif kurang dari  $n$  dan relatif prima dengan  $n$ .  $U(n)$  merupakan grup terhadap operasi perkalian modulo  $n$ . Dengan demikian,  $U(8) = \{1,3,5,7\}$ . Namun, di sini kelihatan mahasiswa mengalami kekeliruan dalam menjawab soal, terlihat bahwa mahasiswa mendefinisikan  $U(8)$  sebagai  $Z_8$ , yang berarti himpunan bilangan bulat modulo  $n$  dengan operasi penjumlahan. Terlihat bahwa masih banyak mahasiswa yang menjawab  $U(8) = \{0,1,2,3,4,5,6,7\}$
- b) Mahasiswa masih salah dalam prosedur mengerjakan soal. Seharusnya, untuk membuktikan suatu grup, mahasiswa cukup membuktikan ke empat aksioma, yaitu: tertutup, asosiatif, memiliki identitas, dan memiliki invers. Dari jawaban mahasiswa tersebut jelas tidak sistematis, padahal untuk membuktikan tertutup, mahasiswa cukup dengan menunjukkan tabel Cayley.
- c) mahasiswa masih keliru dalam menggunakan aksioma-aksioma sebagai prasyarat terjadinya suatu grup. Dari jawaban ini mahasiswa hanya



- b) menuliskan tiga aksioma, yaitu: asosiatif, identitas, dan tertutup. Sementara aksioma invers tidak dituliskan.

2. Pada submateri tentang pembuktian Grup dari suatu matriks ordo  $2 \times 2$

Soal:

*Buktikan bahwa himpunan matriks  $2 \times 2$ , dimana  $|A| \neq 0$  dengan operasi perkalian matriks membentuk sebuah grup.*

Contoh jawaban mahasiswa:

$$A \begin{bmatrix} 1 & 2 \\ 3 & 4 \end{bmatrix} \begin{bmatrix} 2 & 1 \\ 4 & 3 \end{bmatrix} = \begin{bmatrix} 2+8 & 1+6 \\ 6+16 & 3+12 \end{bmatrix} = \begin{bmatrix} 10 & 7 \\ 22 & 15 \end{bmatrix}$$
 Buktikan bahwa himpunan matriks  $2 \times 2$  dimana  $|A| \neq 0$  dengan operasi perkalian membentuk sebuah grup

**Gambar 4.2. Contoh Jawaban Mahasiswa pada Butir Soal Nomor 2**

Kesalahan yang dilakukan mahasiswa diantaranya:

- a) Mahasiswa belum mampu menafsirkan simbol-simbol matematika, terlihat di sini mahasiswa belum mampu mengartikan matriks ordo  $2 \times 2$  dengan entri-entri himpunan elemen matriks memiliki determinan tidak sama dengan nol. Seharusnya mahasiswa menuliskan contoh 2 buah matriks ordo  $2 \times 2$ , misal matriks  $A$  dan  $B$ , yang akan ditunjukkan  $|AB| \neq 0$ .

b) Mahasiswa masih salah dalam prosedur mengerjakan soal. Selain itu mahasiswa masih keliru dalam menggunakan aksioma-aksioma yang menjadi suatu prasyarat terbentuknya grup. Seharusnya, untuk membuktikan matriks ordo  $2 \times 2$  merupakan suatu grup, mahasiswa cukup membuktikan ke empat aksioma, yaitu: tertutup, asosiatif, memiliki identitas, dan memiliki invers. Dari jawaban mahasiswa tersebut jelas tidak sistematis, seharusnya prosedur dalam menjawab soal ini adalah:

(i) Akan dibuktikan operasi perkalian matriks  $2 \times 2$  adalah tertutup  
ambil sembarang unsur

$$A = \begin{bmatrix} a & b \\ c & d \end{bmatrix}, B = \begin{bmatrix} p & q \\ r & s \end{bmatrix}, \text{ dimana}$$

$A, B \in A_{2 \times 2}$  sehingga  $A \times B \in A_{2 \times 2}$

(ii) Akan dibuktikan operasi perkalian matriks  $2 \times 2$  adalah asosiatif  
ambil sembarang unsur  $A =$

$$\begin{bmatrix} a & b \\ c & d \end{bmatrix}, B = \begin{bmatrix} p & q \\ r & s \end{bmatrix}, C = \begin{bmatrix} k & l \\ m & n \end{bmatrix},$$

dimana  $A, B, C \in A_{2 \times 2}$

sehingga  $(A \times B) \times C = A \times (B \times C)$

(iii) Akan ditunjukkan terdapat identitas matriks  $2 \times 2$

terdapat identitas matriks  $2 \times 2$ , yaitu

$$i = \begin{bmatrix} 1 & 0 \\ 0 & 1 \end{bmatrix} \text{ sebab } A \times i = A$$

(iv) Akan ditunjukkan terdapat invers matriks  $2 \times 2$

Misalkan matriks  $A = \begin{bmatrix} a & b \\ c & d \end{bmatrix}$ , maka

invers dari  $A$  adalah:



$$A^{-1} = \frac{1}{ad - bc} \begin{bmatrix} d & -b \\ -c & a \end{bmatrix}$$

$$\text{sebab } A \times A^{-1} = I$$

- b) Mahasiswa tidak dapat memberikan kesimpulan yang jelas dalam penyelesaian soal, terlihat bahwa kesimpulan yang ditulis bukanlah apa yang seharusnya diminta dalam soal.

3. Pada Submateri tentang pembuktian grup dari  $Z_n$

Soal:

Buktikan bahwa  $Z_5 = \{0,1,2,3,4\}$  terhadap operasi penjumlahan bilangan bulat modulo 5 merupakan grup.

Contoh jawaban mahasiswa:

③ Buktikan bahwa  $Z_5 = \{0,1,2,3,4\}$  terhadap operasi (penjumlahan bilangan bulat modulo 5) merupakan grup?

+	0	1	2	3	4
0	0	1	2	3	4
1	1	2	3	4	0
2	2	3	4	0	1
3	3	4	0	1	2
4	4	0	1	2	3

→ Asosiatif:

$$(a+b)+c = a+(b+c)$$

$$(2+3)+3 = 2+(3+3)$$

$$2+3 = 2+3$$

$$0 = 0$$

→ Identitas =

$$1+2 = 2+1$$

$$1+4 = 4+1$$

$$4 = 4$$

→ Tertutup

$$3+2 = 0$$

$$4+4 = 3$$

**Gambar 4.3. Contoh Jawaban Mahasiswa pada Butir Soal Nomor 3**

Kesalahan mahasiswa diantaranya:

- a) Mahasiswa masih salah dalam menuliskan prosedur dalam pengerjaan soal. Terlihat pada saat pembuktian aksioma asosiatif,

5) Tentukan subgrup dan  $\langle Z_{20}, + \rangle$  Buat tabel Cayley dan diagram Lattice -

+	0	1	2	3	4	5	6	7	8	9	10	11	12	13	14	15	16	17	18	19
0	0	1	2	3	4	5	6	7	8	9	10	11	12	13	14	15	16	17	18	19
1	1	2	3	4	5	6	7	8	9	10	11	12	13	14	15	16	17	18	19	0
2	2	3	4	5	6	7	8	9	10	11	12	13	14	15	16	17	18	19	0	1
3	3	4	5	6	7	8	9	10	11	12	13	14	15	16	17	18	19	0	1	2
4	4	5	6	7	8	9	10	11	12	13	14	15	16	17	18	19	0	1	2	3
5	5	6	7	8	9	10	11	12	13	14	15	16	17	18	19	0	1	2	3	4
6	6	7	8	9	10	11	12	13	14	15	16	17	18	19	0	1	2	3	4	5
7	7	8	9	10	11	12	13	14	15	16	17	18	19	0	1	2	3	4	5	6
8	8	9	10	11	12	13	14	15	16	17	18	19	0	1	2	3	4	5	6	7
9	9	10	11	12	13	14	15	16	17	18	19	0	1	2	3	4	5	6	7	8
10	10	11	12	13	14	15	16	17	18	19	0	1	2	3	4	5	6	7	8	9
11	11	12	13	14	15	16	17	18	19	0	1	2	3	4	5	6	7	8	9	10
12	12	13	14	15	16	17	18	19	0	1	2	3	4	5	6	7	8	9	10	11
13	13	14	15	16	17	18	19	0	1	2	3	4	5	6	7	8	9	10	11	12
14	14	15	16	17	18	19	0	1	2	3	4	5	6	7	8	9	10	11	12	13
15	15	16	17	18	19	0	1	2	3	4	5	6	7	8	9	10	11	12	13	14
16	16	17	18	19	0	1	2	3	4	5	6	7	8	9	10	11	12	13	14	15
17	17	18	19	0	1	2	3	4	5	6	7	8	9	10	11	12	13	14	15	16
18	18	19	0	1	2	3	4	5	6	7	8	9	10	11	12	13	14	15	16	17
19	19	0	1	2	3	4	5	6	7	8	9	10	11	12	13	14	15	16	17	18

Diagram Lattice

$$\begin{array}{c}
 \langle Z_{20}, + \rangle \\
 \swarrow \quad \searrow \\
 \langle H_1 \rangle \quad \langle H_3 \rangle \\
 \downarrow \quad \downarrow \\
 \langle H_2 \rangle \quad \langle H_4 \rangle
 \end{array}$$

$H_2 = \{0, 4, 8, 12, 16\}$  orde 5  
 $H_3 = \{0, 5, 10, 15\}$  orde 4  
 $H_4 = \{0, 10\}$  orde 2

**Gambar 4.5. Contoh Jawaban Mahasiswa pada Butir Soal 5**

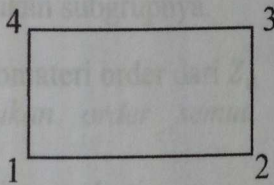
Kesalahan yang dilakukan mahasiswa adalah:

- a) Prosedur dalam menjawab soal kurang lengkap. Mahasiswa masih kurang dalam menuliskan subgrup dari  $Z_{20}$ . Seharusnya mahasiswa menuliskan  $\langle H_1 \rangle = \{0, 2, 4, 6, 8, 10, 12, 14, 16, 18\}$  berorder 10.

Kesalahan juga terjadi pada saat mahasiswa membuat diagram Lattice, mahasiswa tidak membuat  $\langle 0 \rangle$  sebagai penutup diagram yang menghubungkan antara  $\langle H_2 \rangle$  dan  $\langle H_4 \rangle$ .



- b) Mahasiswa masih salah dalam menuliskan kata-kata, dan simbol matematika. Seperti “orde” seharusnya ditulis “order” dan “ $H$ ” seharusnya ditulis  $\langle H \rangle$ .
6. Pada Submateri tentang subgrup dari geometris persegi panjang
- Soal: Perhatikan gambar persegi panjang berikut:



Apabila diputar sejauh  $0^\circ$  maka unsurnya

$$\alpha_0 = \begin{pmatrix} 1234 \\ 1234 \end{pmatrix}$$

Apabila diputar  $180^\circ$  maka unsurnya

$$\alpha_1 = \begin{pmatrix} 1234 \\ 3412 \end{pmatrix}$$

Apabila diputar terhadap sumbu horizontal

$$(1,2) \text{ maka unsurnya } \beta_1 = \begin{pmatrix} 1234 \\ 2143 \end{pmatrix}$$

Apabila diputar terhadap sumbu vertikal (1,4)

$$\text{maka unsurnya } \beta_2 = \begin{pmatrix} 1234 \\ 4321 \end{pmatrix}$$

Apakah ada subgrup dari persegi panjang tersebut?

Contoh jawaban mahasiswa:

$$\text{ada. } \begin{pmatrix} 1 & 2 & 3 & 4 \\ 1 & 2 & 3 & 4 \end{pmatrix} + \begin{pmatrix} 1 & 2 & 3 & 4 \\ 3 & 4 & 1 & 2 \end{pmatrix}$$

**Gambar 4.6. Contoh Jawaban Mahasiswa pada Butir Soal 6**

Kesalahan mahasiswa diantaranya:

- a) Mahasiswa tidak mengerti tentang prosedur pengerjaan soal. Terlihat bahwa mahasiswa tidak menguasai materi tentang subgrup dari geometris persegi panjang. Mahasiswa tidak mampu membuat operasi komposisi pemetaan terhadap persegi panjang, sehingga tidak dapat membuat tabel Cayley dan menentukan subgrupnya.

7. Pada submateri order dari  $Z_n$

Soal: Tentukan order semua unsur dari  $\langle Z_6, + \rangle$

Contoh jawaban mahasiswa:

Order dari  $\langle Z_6, + \rangle$   
 $Z_6$  memiliki Generator  $\langle 1 \rangle$  dan  $\langle 5 \rangle$  maka  
 $\langle 1 \rangle = \{1, 0, 1, 1, 1, 2, 1, 3, 1, 4, 1, 5, \dots\}$   
 $= \{0, 1, 2, 3, 4, 5\}$   
 $\langle 5 \rangle = \{5^0, 5^1, 5^2, 5^3, 5^4, 5^5\}$   
 $= \{0, 5, 4, 3, 2, 1\}$   
Generator dari  $Z_6$   
 $\langle 0 \rangle = \{0^0, 0^1, 0^2, 0^3, 0^4, 0^5, 0^6\}$   
 $= \{0\}$   
 $\langle 1 \rangle = \{1^0, 1^1, 1^2, 1^3, 1^4, 1^5\}$   
 $= \{0, 1, 2, 3, 4\}$   
 $\langle 2 \rangle = \{2^0, 2^1, 2^2, 2^3, 2^4\}$   
 $= \{0, 2, 4\}$   
 $\langle 3 \rangle = \{3^0, 3^1, 3^2, 3^3, 3^4\}$   
 $= \{0, 3, 2\}$   
 $\langle 4 \rangle = \{4^0, 4^1, 4^2, 4^3, 4^4\}$   
 $= \{0, 4, 2\}$

Gambar 4.7. Contoh Jawaban Mahasiswa pada butir Soal 7



Kesalahan mahasiswa diantaranya:

a) Mahasiswa tidak paham mengenai definisi order. Mahasiswa tidak menguasai materi tentang order. Sehingga jawaban yang diberikan salah. Padahal definisi order adalah  $\forall a \in G, a^n = i, n = \text{bilangan bulat positif terkecil}$   $i = \text{identitas}$  maka  $n$  disebut order dari  $a$  dan ditulis  $O(a)$ . Diperoleh: order dari 0 atau  $O(0) = 1$  karena

$0^1 = 0 = i$ , order dari 1 atau  $O(1) = 6$

karena  $1^6 = 1 + 1 + 1 + 1 + 1 + 1 =$

$0 = i$ , order dari 2 atau  $O(2) = 3$  karena

$2^3 = 2 + 2 + 2 = 0 = i$ , order dari 3 atau

$O(3) = 2$  karena  $3^2 = 3 + 3 = 0 = i$ ,

order dari 4 atau  $O(4) = 3$  karena

$4^3 = 4 + 4 + 4 = i$ , order dari 5 atau

$O(5) = 6$  karena  $5^6 = 5 + 5 + 5 + 5 +$

$5 + 5 = 0 = i$

b) Kesalahan mahasiswa dalam memahami soal. Sebagian besar yang dijawab mahasiswa adalah generator, yang hasilnya juga salah.

#### 8. Pada Submateri Generator

Soal: Tentukan semua generator dari masing-masing grup  $Z_5, Z_{12}, Z_{15}$

Contoh Jawaban mahasiswa:

Generator dari  $\mathbb{Z}_5$

$$\langle 0 \rangle = \{0^0, 0^1, 0^2, 0^3, 0^4\}$$

$$= \{0\}$$

$$\langle 1 \rangle = \{1^0, 1^1, 1^2, 1^3, 1^4\}$$

$$= \{0, 1, 2, 3, 4\}$$

$$\langle 2 \rangle = \{2^0, 2^1, 2^2, 2^3, 2^4\}$$

$$= \{0, 2, 4, 1, 3\}$$

$$\langle 3 \rangle = \{3^0, 3^1, 3^2, 3^3, 3^4\}$$

$$= \{0, 3, 2, 4, 1\}$$

$$\langle 4 \rangle = \{4^0, 4^1, 4^2, 4^3, 4^4\}$$

$$= \{0, 4, 2, 3, 1\}$$

Relasi ke Generator yang ada lain <math>\langle 1 \rangle</math>

Generator dari  $\mathbb{Z}_{12}$

$$\mathbb{Z}_{12} = \{0, 1, 2, 3, 4, 5, 6, 7, 8, 9, 10, 11\}$$

$$\langle 0 \rangle = \{0^0, 0^1, 0^2, 0^3, 0^4, 0^5, 0^6, 0^7, 0^8, 0^9, 0^{10}, 0^{11}\}$$

$$= \{0\}$$

$$\langle 1 \rangle = \{1^0, 1^1, 1^2, 1^3, 1^4, 1^5, 1^6, 1^7, 1^8, 1^9, 1^{10}, 1^{11}\}$$

$$= \{0, 1, 2, 3, 4, 5, 6, 7, 8, 9, 10, 11\}$$

$$\langle 2 \rangle = \{2^0, 2^1, 2^2, 2^3, 2^4, 2^5, 2^6, 2^7, 2^8, 2^9, 2^{10}, 2^{11}\}$$

$$= \{0, 2, 4, 6, 8, 10, 12, 2, 4, 6, 8, 10, 12\}$$

$$\langle 3 \rangle = \{3^0, 3^1, 3^2, 3^3, 3^4, 3^5, 3^6, 3^7, 3^8, 3^9, 3^{10}, 3^{11}\}$$

$$= \{0, 3, 6, 9, 0, 3, 6, 9, 0, 3, 6, 9\}$$

$$\langle 4 \rangle = \{4^0, 4^1, 4^2, 4^3, 4^4, 4^5, 4^6, 4^7, 4^8, 4^9, 4^{10}, 4^{11}\}$$

$$= \{0, 4, 8, 0, 4, 8, 0, 4, 8, 0, 4, 8\}$$



$$\begin{aligned}
 \langle 5 \rangle &= \{5^0, 5^1, 5^2, 5^3, 5^4, 5^5, 5^6, 5^7, 5^8, 5^9, 5^{10}, 5^{11}\} \\
 &= \{0, 5, 10, 3, 8, 1, 6, 11, 4, 9, 2, 7\} \\
 \langle 6 \rangle &= \{6^0, 6^1, 6^2, 6^3, 6^4, 6^5, 6^6, 6^7, 6^8, 6^9, 6^{10}\} \\
 &= \{0, 6\} \\
 \langle 7 \rangle &= \{7^0, 7^1, 7^2, 7^3, 7^4, 7^5, 7^6, 7^7, 7^8, 7^9, 7^{10}, 7^{11}\} \\
 &= \{0, 7, 2, 9, 4, 11, 6, 1, 8, 3, 10, 5\} \\
 \langle 8 \rangle &= \{8^0, 8^1, 8^2, 8^3, 8^4, 8^5, 8^6, 8^7, 8^8, 8^9, 8^{10}, 8^{11}\} \\
 &= \{0, 8, 4\} \\
 \langle 9 \rangle &= \{9^0, 9^1, 9^2, 9^3, 9^4, 9^5, 9^6, 9^7, 9^8, 9^9, 9^{10}, 9^{11}\} \\
 &= \{0, 9, 6, 3\} \\
 \langle 10 \rangle &= \{10^0, 10^1, 10^2, 10^3, 10^4, 10^5, 10^6, 10^7, 10^8, 10^9, 10^{10}, 10^{11}\} \\
 &= \{0, 10, 8, 6, 4, 2\} \\
 \langle 11 \rangle &= \{11^0, 11^1, 11^2, 11^3, 11^4, 11^5, 11^6, 11^7, 11^8, 11^9, 11^{10}, 11^{11}\} \\
 &= \{0, 11, 10, 9, 8, 7, 6, 5, 4, 3, 2, 1\}
 \end{aligned}$$

Maka pada  $Z_n$  generator adalah  $\langle 1 \rangle, \langle 5 \rangle, \langle 7 \rangle$   
 $\langle 11 \rangle$

**Gambar 4.8 Contoh Jawaban Mahasiswa pada Butir Soal 8**

Kesalahan mahasiswa diantaranya:

1. Mahasiswa tidak memahami maksud soal, terlihat bahwa mahasiswa tidak menguasai materi yang diberikan. Padahal dapat disimpulkan bahwa generator dari  $Z_n$  adalah himpunan semua bilangan bulat positif kurang dari  $n$  dan relatif prima

- dengan  $n$ . Sehingga generator dari  $Z_5 = 1$  dan 3, generator dari  $Z_{12} = 1, 5, 7, 9, 11$ , dan generator dari  $Z_{15} = 1, 7, 9, 11, 13$
- c) Jawaban mahasiswa tidak lengkap, karena generator dari  $Z_{15}$  tidak dituliskan.

Analisis dokumen hasil tes diagnostik di atas, terlihat bahwa masih banyak mahasiswa jurusan Pendidikan Matematika yang mengalami kesulitan belajar, diantaranya: 1) kesulitan mahasiswa dalam menafsirkan simbol dalam struktur aljabar, 2) kesulitan mahasiswa dalam menggunakan dalil-dalil atau aksioma-aksioma yang terdapat dalam materi struktur aljabar, 3) kesulitan mahasiswa dalam menjelaskan prosedur pengerjaan soal karena materi tidak dikuasai, dan 4) kesulitan mahasiswa dalam melakukan pembuktian deduktif.

Hal ini sejalan dengan pendapat Arnawa dalam Setyaningsih, dkk mengatakan bahwa "struktur aljabar atau aljabar abstrak merupakan matakuliah yang sulit untuk dipelajari dan sulit untuk dikerjakan."<sup>19</sup>

#### 4.2.2. Analisis Dokumen Hasil Wawancara

Hasil wawancara dengan mahasiswa bertujuan untuk mengungkap faktor penyebab mahasiswa mengalami kesulitan belajar dalam memahami matakuliah struktur aljabar.

---

<sup>19</sup> Riyatin Setyaningsih, Sri Sutarni, Sri Rejeki. 2015. *Analisis Kemampuan Kognitif Mahasiswa Matematika dalam Menyelesaikan Soal Struktur Aljabar II*. Surakarta: FKIP UMS. hlm. 2.



Berikut beberapa faktor yang menyebabkan mahasiswa mengalami kesulitan dalam menyelesaikan soal struktur aljabar berdasarkan wawancara yang telah dirangkum, yaitu:

1. Mahasiswa tidak menguasai dan memahami makna dari simbol struktur aljabar seperti membedakan antara  $U(n)$  dan  $Z_n$ . Hal ini disebabkan banyaknya simbol matematika yang digunakan dalam struktur aljabar, sehingga membuat mahasiswa bingung dan kesulitan untuk mengingatnya. Selain itu, ditinjau dari faktor internal (mahasiswa) selain disebabkan karena tingkat kecerdasan, juga dipengaruhi karena kurang berlatih dalam mengerjakan soal struktur aljabar.
2. Mahasiswa mengalami kesulitan dalam menggunakan aksioma-aksioma yang terdapat dalam materi struktur aljabar. Hal ini disebabkan oleh banyaknya teorema maupun aksioma bahkan lema yang diturunkan dari definisi yang terdapat pada materi struktur aljabar. Sementara itu, antara teorema yang satu berkaitan dengan teorema yang lain, dibutuhkan untuk mengerjakan soal yang lebih kompleks. Oleh karena banyaknya definisi, teorema bahkan lema yang harus diingat, membuat mahasiswa terkadang lupa menggunakan dalil tersebut dalam mengerjakan soal struktur aljabar.

3. Mahasiswa mengalami kesulitan mahasiswa dalam menjelaskan prosedur pengerjaan soal karena materi tidak dikuasai. Hal ini disebabkan karena dalam mengerjakan soal struktur aljabar, ada bagian yang tidak boleh dihilangkan. Seperti diketahui bahwa struktur aljabar merupakan matakuliah yang begitu abstrak, oleh karena itu perlu langkah yang terperinci dan mendetail dalam menyelesaikan segala persoalan terkait. Kebanyakan mahasiswa tidak begitu teliti dalam menuliskan setiap langkah yang harus ada dalam mengerjakan soal struktur aljabar.
4. Mahasiswa mengalami kesulitan dalam melakukan pembuktian deduktif. Hal ini disebabkan karena mahasiswa terbiasa menjawab persoalan matematika dengan menggunakan rumus yang telah tersedia, misalnya dalam matakuliah kalkulus, aljabar linier, program linier, statistika matematika, dan lain sebagainya. Di mana mata kuliah tersebut jarang sangat jarang menuntut mahasiswanya untuk membuktikan suatu teorema. Berbeda dengan struktur aljabar, setiap teorema bahkan lema harus dibuktikan kebenarannya. Hal inilah yang membuat mahasiswa merasa sulit untuk melakukan pembuktian deduktif.



Hasil wawancara yang telah dilaksanakan selama pelaksanaan pembelajaran didapatkan data tentang faktor penting yang menyebabkan mahasiswa melakukan kesalahan adalah kurangnya latihan dalam mengerjakan soal yang berhubungan dengan pembuktian teorema secara deduktif. Hasil yang diperoleh merupakan penjabaran dari data nilai yang diperoleh dan dipadukan dengan hasil wawancara terhadap subjek penelitian. Tidak menutup kemungkinan masih ada faktor lain yang menyebabkan mahasiswa mengalami kesulitan dalam menyelesaikan soal-soal mekanika, yang tidak terungkap baik dari hasil tes maupun dari hasil wawancara.

#### **4.2.3. Solusi Mengatasi Kesulitan Belajar Mahasiswa**

Berdasarkan hasil tes diagnostik dan wawancara baik dengan mahasiswa maupun dosen yang bersangkutan, maka peneliti mengambil beberapa solusi untuk mengatasi kesulitan belajar dalam menyelesaikan soal struktur aljabar, diantaranya:

1. Mahasiswa harus sering berlatih dalam menjawab soal struktur aljabar, karena dengan demikian mahasiswa akan ingat dengan sendirinya terhadap teorema-teorema dan simbol-simbol dalam struktur aljabar. Seorang mahasiswa dianjurkan untuk mencari berbagai referensi buku agar memperdalam pengetahuan tentang struktur aljabar.

2. Diharapkan bagi dosen pengampu untuk menyediakan buku pedoman struktur aljabar yang mudah dimengerti dan menuntun mahasiswa. Karena dari buku pedoman tersebut, diharapkan mahasiswa jadi sering berlatih dan memiliki tanggung jawab yang lebih terhadap matakuliah struktur aljabar.



## BAB V PENUTUP

### 5.1. Kesimpulan

Berdasarkan hasil penelitian dan pembahasan dapat disimpulkan bahwa:

1. Kesulitan yang dialami mahasiswa Jurusan Pendidikan Matematika Fakultas Ilmu Tarbiyah dan Keguruan UIN Sumatera Utara Medan dalam menyelesaikan soal struktur aljabar adalah: (1) kesulitan mahasiswa dalam menafsirkan simbol dalam struktur aljabar, (2) kesulitan mahasiswa dalam menggunakan dalil-dalil atau aksioma-aksioma yang terdapat dalam materi struktur aljabar, (3) kesulitan mahasiswa dalam menjelaskan prosedur pengerjaan soal karena materi tidak dikuasai, dan (4) kesulitan mahasiswa dalam melakukan pembuktian deduktif.
2. Faktor yang menyebabkan mahasiswa Jurusan Pendidikan Matematika Fakultas Ilmu Tarbiyah dan Keguruan UIN Sumatera Utara Medan mengalami kesulitan dalam menyelesaikan soal struktur aljabar adalah: (1) ingatan mahasiswa yang lemah untuk menghafal simbol matematika dalam struktur aljabar, selain itu karena kurang berlatih dalam mengerjakan soal struktur aljabar. (2)

banyaknya definisi, teorema bahkan lema yang harus diingat, membuat mahasiswa terkadang lupa menggunakan dalil tersebut dalam mengerjakan soal struktur aljabar. (3) Mahasiswa kurang teliti dalam menuliskan setiap langkah yang harus ada dalam mengerjakan soal struktur aljabar. (4) mahasiswa terbiasa menjawab persoalan matematika dengan menggunakan rumus yang telah tersedia sehingga sulit untuk melakukan pembuktian secara deduktif.

3. Cara mengatasi kesulitan belajar mahasiswa jurusan Pendidikan Matematika Fakultas Ilmu Tarbiyah dan Keguruan dalam menyelesaikan soal struktur aljabar adalah: (1) Mahasiswa harus sering berlatih dalam menjawab soal struktur aljabar dan memperbanyak referensi buku. (2) diharapkan bagi dosen pengampu untuk menyediakan buku pedoman struktur aljabar yang mudah dimengerti mahasiswa dengan memberikan latihan-latihan soal yang bervariasi kepada mahasiswa secara kontinu.

## 5.2. Saran

1. Bagi Peneliti Lain  
Agar dapat melakukan penelitian lebih lanjut untuk menemukan faktor penyebab dan solusi untuk kesulitan



belajar matematika berdasarkan letak dan jenis kesulitan ini.

2. Bagi mahasiswa

Agar mencoba untuk memahami letak dan jenis kesulitan yang dialaminya tersebut. Hal ini dapat dilakukan melalui diagnostik baik dengan bantuan pendidik ataupun teman sejawat yang dianggap mampu agar dapat mengidentifikasi faktor penyebab dan mencari solusi alternatif untuk meminimalisir maupun mengatasi kesulitan tersebut.

3. Bagi Dosen

Agar memperhatikan letak dan jenis kesulitan belajar matematika mahasiswa. Dengan mengetahui letak dan jenis kesulitan belajar matematika, dosen dapat mengusahakan pembelajaran yang sesuai agar dapat meminimalisir maupun mengatasi kesulitan yang dialami oleh mahasiswa.

## DAFTAR PUSTAKA

- Amin, Safwan. 2005. *Pengantar Psikologi Pendidikan*. Banda Aceh: Yayasan PeNA.
- Aslan. 2009. *Struktur Aljabar I*. Medan: Fakultas Tarbiyah IAIN-SU.
- Ayarsha, Rifan. 2016. *Analisis Kesalahan Siswa dalam Mengerjakan Soal Matematika Berdasarkan Kriteria Watson*, Jakarta: Skripsi UIN Syarif Hidayatullah.
- Departemen Agama RI. 1995. *Al-Qur'an dan Terjemahnya*. Semarang: Toha Putra.
- Fadillah, Syarifah dan Jamilah. 2016. *Pengembangan Bahan Ajar Struktur Aljabar untuk Meningkatkan Kemampuan Pembuktian Matematis Mahasiswa*. Pontianak: Cakrawala Pendidikan.
- Jamaris, Martini. 2014. *Kesulitan Belajar Perspektif, Asesmen, dan Penanggulangan Bagi Anak Usia Dini dan Usia Sekolah*, Bogor: Ghalia Indonesia.
- Kumalasari, Ade & Sugiman. 2015. *Analisis Kesulitan Belajar Mahasiswa pada Matakuliah Kapita Selekt Matematika Sekolah Menengah*. Yogyakarta: Jurnal Riset Pendidikan Matematika Volume

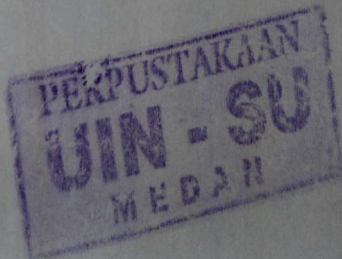


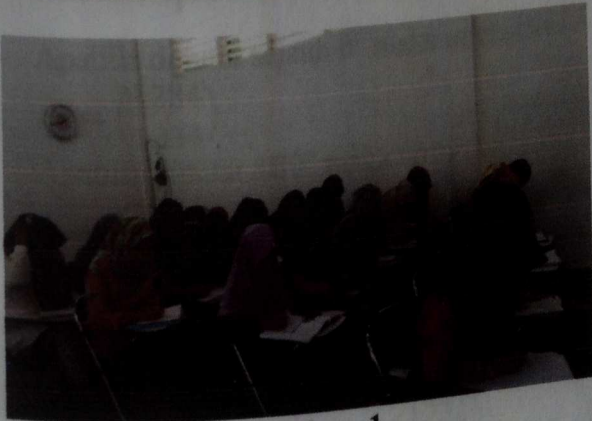
- 2-Nomor 1, Mei 2015. P-ISSN: 2356-2684, E-ISSN: 2477-1503.
- Moleong, Lexy J. 2007. *Metodologi Penelitian Kualitatif*. Bandung: Remaja Rosdakarya.
- Nugroho, Deni, Rahayu Budhiati Veronica, dan Mashuri. 2017. *Struktur dan Sifat-Sifat K-Aljabar*. Semarang: UNNES Journal of Mathematics 6 (1) 2017, P – ISSN 2259-6943, e – ISSN 2342-6944.
- Runtukahu, J. Tombokan & Selpius Kandao. 2013. *Pembelajaran Matematika Dasar Bagi Anak Berkesulitan Belajar*. Yogyakarta: Ar-Ruzz Media.
- Salim & Syahrur. 2015. *Metodologi Penelitian Kualitatif*. Bandung: Citapustaka Media.
- Setyaningsih, Riyatin, Sri Sutarni, Sri Rejeki. 2015. *Analisis Kemampuan Kognitif Mahasiswa Matematika dalam Menyelesaikan Soal Struktur Aljabar II*. Surakarta: FKIP UMS.
- Sudjana, Nana. 2009 *Penilaian Hasil Belajar Mengajar*. Bandung: Remaja Rosdakarya.
- Sutikno, M. Sobry. 2007. *Menggagas Pembelajaran Efektif dan Bermakna*. Mataram: NTP Press.
- Usman, Moh. Uzer. 2010. *Menjadi Guru Profesional*. Bandung: Remaja Rosdakarya.

- 2-Nomor 1, Mei 2015. P-ISSN: 2356-2684, E-ISSN: 2477-1503.
- Moleong, Lexy J. 2007. *Metodologi Penelitian Kualitatif*. Bandung: Remaja Rosdakarya.
- Nugroho, Deni, Rahayu Budhiati Veronica, dan Mashuri. 2017. *Struktur dan Sifat-Sifat K-Aljabar*. Semarang: UNNES Journal of Mathematics 6 (1) 2017, P – ISSN 2259-6943, e – ISSN 2342-6944.
- Runtukahu, J. Tombakan & Selpius Kandao. 2013. *Pembelajaran Matematika Dasar Bagi Anak Berkesulitan Belajar*. Yogyakarta: Ar-Ruzz Media.
- Salim & Syahrums. 2015. *Metodologi Penelitian Kualitatif*. Bandung: Citapustaka Media.
- Setyaningsih, Riyatin, Sri Sutarni, Sri Rejeki. 2015. *Analisis Kemampuan Kognitif Mahasiswa Matematika dalam Menyelesaikan Soal Struktur Aljabar II*. Surakarta: FKIP UMS.
- Sudjana, Nana. 2009 *Penilaian Hasil Belajar Mengajar*. Bandung: Remaja Rosdakarya.
- Sutikno, M. Sobry. 2007. *Menggagas Pembelajaran Efektif dan Bermakna*. Mataram: NTP Press.
- Usman, Moh. Uzer. 2010. *Menjadi Guru Profesional*. Bandung: Remaja Rosdakarya.



Yuniati, Suci. 2013. *Peta Konsep (Mind Mapping) dalam Pembelajaran Struktur Aljabar*: Riau: Gramatika Vol. III No.2 Mei 2013.



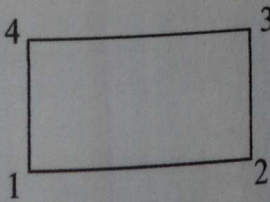
**DOKUMENTASI PENELITIAN****STRUKTUR ALJABAR**

**Gambar. 1**  
**Mahasiswa sedang Mengerjakan Tes**  
**Diagnostik**



## TES DIAGNOSTIK STRUKTUR ALJABAR

1. Buktikan bahwa  $U(8)$  merupakan sebuah grup dengan operasi perkalian modulo 8.
2. Buktikan bahwa himpunan matriks  $2 \times 2$ , dimana  $|A| \neq 0$  dengan operasi perkalian matriks membentuk sebuah grup.
3. Buktikan bahwa  $Z_5 = \{0,1,2,3,4\}$  terhadap operasi penjumlahan bilangan bulat modulo 5 merupakan grup.
4.  $\forall a, b \in G$  sebuah grup abelian. Buktikan bahwa untuk sembarang bilangan bulat  $n$  berlaku  $(ab)^2 = a^2b^2$
5. Tentukan subgrup dari  $\langle Z_{20}, + \rangle$ . Buatlah tabel Cayley dan diagram Lattice tersebut!
6. Perhatikan gambar persegi panjang berikut:



Apabila diputar sejauh  $0^\circ$  maka unsurnya

$$\alpha_0 = \begin{pmatrix} 1234 \\ 1234 \end{pmatrix}$$

Apabila diputar  $180^\circ$  maka unsurnya

$$\alpha_1 = \begin{pmatrix} 1234 \\ 3412 \end{pmatrix}$$

Apabila diputar terhadap sumbu horizontal

$$(1,2) \text{ maka unsurnya } \beta_1 = \begin{pmatrix} 1234 \\ 2143 \end{pmatrix}$$

Apabila diputar terhadap sumbu vertikal

$$(1,4) \text{ maka unsurnya } \beta_2 = \begin{pmatrix} 1234 \\ 4321 \end{pmatrix}$$

Apakah ada subgrup dari persegi panjang tersebut?

7. Tentukan order semua unsur dari  $\langle Z_6, + \rangle$
8. Tentukan semua generator dari masing-masing grup  $Z_5, Z_{12}, Z_{15}$



## PEDOMAN OBSERVASI LAPANGAN

No.	Aspek yang diamati	Keterangan		
		Tidak	Kadang-kadang	Ya
1.	Mahasiswa merasa bosan belajar struktur aljabar.			√
2.	Mahasiswa mencatat materi pelajaran struktur aljabar.			√
3.	Mahasiswa memperhatikan dosen ketika pelajaran struktur aljabar berlangsung.			√
4.	Mahasiswa membawa perlengkapan yang menunjang pelajaran struktur aljabar.		√	
5.	Mahasiswa mau mengerjakan soal struktur aljabar.		√	
6.	Pada saat mengikuti pelajaran struktur aljabar, mahasiswa memperhatikan kegiatan lain.		√	
7.	Mahasiswa mengulang bahan pelajaran struktur aljabar.	√		
8.	Mahasiswa mengerjakan soal struktur aljabar tepat waktu.		√	
9.	Mahasiswa mengerjakan tugas struktur aljabar di rumah (PR).			√
10.	Mahasiswa datang tepat waktu.			√
11.	Mahasiswa sering masuk kuliah khususnya pada matakuliah struktur aljabar.			√
12.	Mahasiswa mengganggu temanyang sedang belajar pada matakuliah struktur aljabar.			√
13.	Mahasiswa sering keluar masuk ruangan saat pelajaran struktur aljabar berlangsung.			√

14.	Mahasiswa menyontek pekerjaan teman saat pelajaran struktur aljabar berlangsung.		√	
15.	Mahasiswa sering tidak menyelesaikan tugas struktur aljabar yang diberikan oleh dosen di kelas.		√	
16.	Mahasiswa ingin pulang lebih awal sebelum pelajaran struktur aljabar selesai.		√	
17.	Mahasiswa berkelahi dengan teman setelah matakuliah struktur aljabar selesai.	√		
18.	Mahasiswa antusias dalam belajar struktur aljabar.	√		
19.	Mahasiswa menjawab pertanyaan dari dosen.		√	
20.	Mahasiswa ingin belajar lebih dalam tentang struktur aljabar.	√		
21.	Mahasiswa mau memecahkan masalah yang berhubungan dengan struktur aljabar secara mandiri.		√	
22.	Mahasiswa mendapatkan dorongan dari dosen.			√



KEMENTERIAN AGAMA  
REPUBLIK INDONESIA  
DIREKTORAT JENDERAL MANAJEMEN PELAYANAN  
KEAGAMAAN  
PUSAT PENELITIAN DAN PENGEMBANGAN  
KEAGAMAAN

## PEDOMAN WAWANCARA DENGAN MAHASISWA

No.	Pertanyaan
1.	Apakah soal ini mudah untuk kamu pahami?
2.	Informasi apa saja yang kamu ketahui dalam soal tersebut?
3.	Apakah kamu mengetahui cara menyelesaikan soal ini?
4.	Rumus apa yang digunakan untuk menyelesaikan soal ini?
5.	Jelaskan bagaimana langkah-langkah yang kamu lakukan untuk menyelesaikannya?
6.	Apakah kamu kesulitan dalam menyelesaikan soal ini?
7.	Apa saja yang menyebabkan kamu mengalami kesulitan menyelesaikan soal tersebut?

**PEDOMAN WAWANCARA  
DENGAN MAHASISWA**

<b>No.</b>	<b>Pertanyaan</b>
1.	Apakah soal ini mudah untuk kamu pahami?
2.	Informasi apa saja yang kamu ketahui dalam soal tersebut?
3.	Apakah kamu mengetahui cara menyelesaikan soal ini?
4.	Rumus apa yang digunakan untuk menyelesaikan soal ini?
5.	Jelaskan bagaimana langkah-langkah yang kamu lakukan untuk menyelesaikannya?
6.	Apakah kamu kesulitan dalam menyelesaikan soal ini?
7.	Apa saja yang menyebabkan kamu mengalami kesulitan menyelesaikan soal tersebut?



