BAB 2

TINJAUAN PUSTAKA

2.1 Teori Graf

2.1.1 Pengertian Graf

Penemuan teori graf dimulai pada tahun 1736, ketika matematikawan Swiss Leonhard Euler memecahkan teka-teki jembatan Königsberg (Wahyuningrum, 2019). Graf adalah diagram di mana titik-titik dihubungkan untuk mewakili informasi tertentu. Simpul melambangkan kumpulan titik-titik, sisi melambangkan garis-garis yang menghubungkan titik-titik, dan busur melambangkan garis-garis panah pada suatu graf. Suatu graf G didefinisikan sebagai himpunan pasangan (V, E) , dimana $V = V(G) = \{v_1, v_2, \dots, v_n\}$ merupakan himpunan berhingga dan tidak kosong dan $E = E(G) = \{e_1, e_2, \dots, e_3\}$ merupakan himpunan berhingga dan boleh kosong. Suatu graf disebut dengan $G(V, E)$, apabila simpul dinyatakan dengan titik, dan sisi dinyatakan dengan garis.

Graf dengan dua simpul yang dihubungkan oleh lebih dari satu sisi disebut graf sisi ganda, graf yang simpul-simpulnya dihubungkan oleh lebih dari satu sisi disebut multigraf (*multiple graph*). Di bawah ini merupakan gambar dari multigraf :

Gambar 2.1 Multigraf

Graf diklasifikasikan menjadi dua kategori berdasarkan arah tepinya, yaitu :

- Graf yang semua sisinya tidak berarah dinamakan graf tak berarah (*undirected graph*). Seperti gambar di bawah ini :

Gambar 2.2 Graf tak berarah

- b. Graf yang semua sisinya berarah dinamakan graf berarah (*directed graph* atau *digraph*). Seperti gambar dibawah ini :

Gambar 2.3 Graf berarah

Sisi ganda (*parallel edges* atau *multiple edges*) adalah sisi yang memiliki simpul ujung yang sama. Suatu sisi disebut *loop* jika ia bergabung dengan titik yang sama. Pada gambar 2.4, terlihat bahwa pada graf G terdapat 7 simpul, yaitu $v_1, v_2, v_3, v_4, v_5, v_6, v_7$ dan terdapat 10 sisi, yaitu $e_1, e_2, e_3, e_4, e_5, e_6, e_7, e_8, e_9, e_{10}$. Sisi-sisi dari graf G yaitu, $e_1 = \{v_1, v_5\}$, $e_2 = \{v_1, v_2\}$, $e_3 = \{v_2, v_6\}$, $e_4 = \{v_2, v_3\}$, $e_5 = \{v_3, v_6\}$, $e_6 = \{v_3, v_4\}$, $e_7 = \{v_4, v_8\}$, $e_8 = \{v_4, v_5\}$, $e_9 = \{v_4, v_5\}$, $e_{10} = \{v_5, v_5\}$. Yang disebut dengan sisi ganda (*parallel edges* atau *multiple edges*) ialah e_8 dan e_9 , dan yang disebut dengan gelang (*loop*) ialah e_{10} . (Manongga, 2013)

Gambar 2.4 Graf G

2.2 Terminologi Dasar Graf

2.2.1 Bersisian (*incident*)

Sebuah sisi e dikatakan bersisian dengan simpul v apabila v ialah simpul akhir dari e atau dengan kata lain, misal sembarang sisi $e = (v_1, v_2)$, e dikatakan bersisian dengan simpul v_1 dan v_2 .

2.2.2 Ketetanggaan (*adjacent*)

Dua buah simpul dikatakan bertetanggaan apabila v_1 dan v_2 terhubung langsung oleh sebuah sisi e .

2.2.3 Derajat (*degree*)

Derajat simpul v atau dilambangkan dengan $d(v)$ merupakan banyaknya sisi yang bersisian dengan simpul v . Dikatakan simpul terpencil apabila $d(v) = 0$ karena tidak ada satu pun sisi yang bersisian dengan simpul tersebut. Sebuah simpul yang bersisian dengan sisi gelang (*loop*) dianggap berderajat dua karena menghubungkan sebuah simpul v dengan dirinya sendiri. (Daniel, 2019)

2.3 Jaringan (*Network*)

Menurut Robert M. Z Lawang dalam Dasar, pengertian jaringan (*network*) gabungan dari dua kata yaitu, *net* dan *work*, dimana *net* dapat diartikan sebagai jaring dan *work* dapat diartikan sebagai kerja. Jaringan dapat diilustrasikan seperti jaring laba-laba yang dapat saling mengikat antara simpul satu dengan simpul lainnya yang disebut dengan sisi yang memiliki nilai dan arah. Sisi dalam jaringan memiliki arah dan nilai yang biasa disebut arus. (Rahman et al., 2018)

Jaringan (*network*) adalah sebuah graf berarah yang tidak memiliki *self-loop*, dengan beberapa kriteria sebagai berikut :

- a. Hanya ada satu simpul didalam graf yang tidak mempunyai sisi masuk, simpul ini disebut dengan sumber
- b. Hanya ada satu simpul didalam graf yang tidak mempunyai sisi keluar, simpul ini disebut dengan wastafel atau tujuan
- c. Setiap pembobotan sisi C_{ij} dari suatu sisi berarah (i, j) adalah sebuah bilangan real non negatif yang disebut dengan kapasitas sisi (i, j) . Jika tidak ada

sisi yang diarahkan dari i ke j , maka dapat didefinisikan dengan $C_{ij} = 0$. (Thulasiraman, 1992)

Dibawah ini merupakan contoh gambar jaringan (*network*) yang memiliki 5 pembobotan setiap sisinya. Sisi $C_{AB} = 2$, $C_{AC} = 10$, $C_{BC} = 8$, $C_{BD} = 4$, $C_{CD} = 8$.

Gambar 2.5 Jaringan (*Network*)

2.4 Jaringan Listrik

Energi listrik bisa sampai ke pengguna tentunya harus melalui jaringan. Jaringan listrik merupakan suatu sistem jaringan yang berfungsi untuk menyalurkan energi listrik dari pusat listrik hingga sampai kerumah - rumah atau ke pengguna. Jaringan listrik juga salah satu faktor yang penting dalam tenaga listrik. Hal yang perlu diperhatikan pada jaringan listrik adalah masalah tegangan dan maksimal pembebanan. (Duyo & Sulkifi, 2019)

Pada jaringan listrik terdapat sistem pendistribusian jaringan listrik yaitu :

- jaringan listrik tegangan rendah merupakan jaringan tegangan listrik yang langsung berhubungan ke pengguna dengan kapasitas tegangan diatas 100 *volt* sampai dengan 1.000 *volt* sesuai dengan standar listrik Indonesia. (Saleh, 2018)
- Jaringan listrik tegangan menengah merupakan jaringan tegangan listrik yang menghubungkan listrik dari gardu induk ke pengguna dengan kapasitas tegangan diatas 1.000 *volt* sampai dengan 35.000 *volt* sesuai dengan standar listrik Indonesia. (Adiarta, 2017)
- Jaringan listrik tegangan tinggi merupakan jaringan tegangan listrik yang menghubungkan listrik dari pembangkit ke gardu induk atau dapat digunakan untuk menghubungkan dari gardu induk satu ke gardu induk lainnya dengan kapasitas tegangan diatas 35.000 *volt* sampai dengan 245.000 *volt* sesuai dengan standar listrik Indonesia. (Andreansyah et al., 2020)

Jaringan listrik sangat berguna dalam kehidupan sehari-hari seperti, kota Lubuk Pakam dengan jumlah penduduk menurut BPS (Badan Pusat Statistik) yang mencapai 90.000 jiwa dan setiap penduduknya memanfaatkan listrik dalam berbagai hal. Dalam hal ini, kota Lubuk Pakam menggunakan jenis pendistribusian listrik pada jaringan listrik tegangan menengah.

2.5 Aliran maksimum

Pada umumnya, masalah dalam menentukan arus maksimum yang dapat melewati suatu jaringan dengan satu sumber (*source*) dan tujuan (*sink*) dikenal dengan masalah aliran maksimum..

Dimisalkan C_{ij} ialah suatu kapasitas pada sisi berarah (i, j) . Sebuah aliran dalam jaringan pada setiap sisi berarah (i, j) ialah bilangan real non negatif F_{ij} sehingga :

a. $F_{ij} \leq C_{ij}$

- b. Dimana setiap simpul j yang bukan merupakan sumber (*source*) atau tujuan (*sink*) maka berlaku

$$\sum F_{ij} = \sum F_{ij}, \text{ dengan } F_{ij} \text{ ialah sebuah aliran dalam sisi } (i, j), \sum F_{ij} \text{ ialah jumlah aliran yang masuk ke - } j \text{ dan } \sum F_{ij} \text{ ialah jumlah aliran yang keluar ke - } j.$$

Dalam pencarian aliran maksimum ada beberapa cara yang dapat digunakan diantaranya ialah dengan *max - flow min - cut theorem*, algoritma *djikstra*, dan algoritma *ford-fulkerson*. (Thulasiraman, 1992)

2.6 Algoritma Ford-Fulkerson

Salah satu metode yang digunakan dalam aplikasi graf adalah algoritma *Ford-Fulkerson*. Metode pertama yang dapat mengatasi permasalahan aliran jaringan (*flow network*) adalah algoritma *Ford-Fulkerson* yang pertama kali dipublikasikan pada tahun 1956. Aliran maksimum dalam suatu jaringan dapat ditentukan dengan menggunakan algoritma *Ford-Fulkerson*. Dengan menentukan aliran maksimum yang terdapat dalam suatu jaringan, algoritma *Ford-Fulkerson* tidak hanya menghemat waktu tetapi juga memiliki keunggulan yaitu efektif dalam menjalankan suatu proses, tindakan, atau pengambilan keputusan untuk tujuan tertentu. Kelemahan algoritma ini hanya dapat menyelesaikan permasalahan pada aliran maksimum (*maximum flow*).

Algoritma *ford-fulkerson* dapat diaplikasikan dalam menyelesaikan permasalahan aliran maksimum seperti, memaksimalkan *flow* pada pengiriman barang, memaksimalkan *flow* pada pendistribusian barang, memaksimalkan *flow* pada penjadwalan jalur kereta api, menentukan aliran tegangan maksimum pada pembangkit listrik, dan pencarian aliran maksimum pada listrik.

Algoritma *ford-fulkerson* memiliki dua bagian yang mana *ford* dan *fulkerson* disebut dengan proses pelabelan dan perubahan arus. Tahap pertama ialah proses mencari aliran *augmenting path* yang merupakan lintasan dari s_1 ke s_n dengan himpunan - himpunan simpul yang berbeda $s_1, s_2, \dots, s_n$ bersama dengan sisi yang berkaitan dengan simpul dari s_1 ke s_n , dimana $F_{ij} < C_{ij}$ sepanjang semua *forward* sisi dan $F_{ij} > 0$ sepanjang semua *backward* sisi.

Sebelum menggunakan algoritma *ford-fulkerson*, pertama-tama harus dicari terlebih dahulu *augmenting path*-nya. *Augmenting path* merupakan suatu lintasan yang terdapat pada sebuah jaringan. *Augmenting path* berhenti ketika lintasan pada sebuah jaringan sudah tidak ada yang dilalui lagi.

Adapun langkah-langkah yang digunakan dalam mencari aliran maksimum pada algoritma *ford-fulkerson* ialah :

1. Inisialisasi

Pada tahap ini diberikan aliran nol pada setiap sisi pada jaringan atau aliran dianggap belum ada.

2. Pada simpul pertama diberi label $[-, \infty]$ menyatakan kapasitas awal yang tidak berhingga, simpul lain belum diberi label.

3. Semua sisi diperiksa sampai diperoleh suatu sisi (i, j) yang memenuhi :

- a. Simpul i berlabel dan simpul j tidak berlabel dan $F_{ij} < C_{ij}$ (*properly oriented*) atau
- b. Simpul j berlabel dan simpul i tidak berlabel dan $F_{ij} > 0$ (*improperly oriented*)
- c. Apabila tidak ada sisi yang tidak memenuhi maka menuju ke langkah

4. Apabila (a) benar maka sisi j diberi label $[a_j, b_j]$ dimana $a_j = i$, $b_j = \min(F_i, C_{ij} - F_{ij})$, dimana F_i ialah arus dari simpul i apabila (b) benar maka vertex i diberi label $[a_j, b_j]$ dimana $a_i = -j$, $b_i = \min(F_j, F_{ji})$, dimana F_j ialah arus dari j apabila simpul z (simpul akhir/ *sink*) telah berlabel maka menuju ke langkah 4, jika belum berlabel, maka kembali ke langkah 2.
5. Jika simpul akhir atau z berlabel maka tambahkan arus $F_{(i,j)} = 0 + F_i$
6. Aliran maksimal telah diperoleh, ketika sudah tidak ada lagi *augmenting path*. (Sumarti, 2017)

Keterangan rumus :

i dan j = Simpul (1, 2)

F_i = Arus pada simpul i

C_{ij} = Kapasitas arus pada sisi (i, j)

z = Simpul akhir

F_{ij} = Arus pada sisi (i, j)

2.7 Penelitian Terdahulu

Pada penelitian terdahulu yang dilakukan oleh Santry Achmad dan Muhammad Ilyas pada tahun 2020 dengan judul “Penerapan Modifikasi Algoritma *Ford-Fulkerson* untuk Memaksimalkan *Flow* Pada Pengiriman Barang”. Adapun tujuan dari penelitian ini ialah untuk menerapkan modifikasi algoritma *ford-fulkerson* yang berfungsi untuk memaksimalkan *flow* pada pengiriman barang. Penelitian ini menggunakan modifikasi algoritma *ford-fulkerson* yang memberikan jaringan baru dengan menambahkan satu titik sumber utama, satu titik tujuan utama pada jaringan baru dan memberi nilai *flow* awal sebesar nol kemudian membentuk nilai kapasitas pada setiap busur.

Selanjutnya memaksimalkan *flow* menggunakan algoritma *ford-fulkerson* dengan melakukan pelabelan titik, menggunakan prosedur balik dan mencari lintasan peningkatan sampai semua titik yang terlabel telah teramati dan titik tujuan utama tidak terlabel sehingga iterasi dihentikan. Analisis data pengiriman barang dengan tiga titik sumber dan tiga titik tujuan yang dimisalkan jaringan N dan mencari *flow* maksimal dengan menggunakan modifikasi algoritma *ford-fulkerson* menghasilkan jaringan yang termodifikasi yang misalkan jaringan N^* . Dari hasil

modifikasi tersebut didapatkan *flow* maksimal sebesar $f_5 = 32$, dan pada jaringan yang dipartisi didapatkan *flow* maksimal dengan nilai $f_3 = 32$. (Achmad & Ilyas, 2020)

Pada penelitian terdahulu selanjutnya yang dilakukan oleh Riswan pada tahun 2018 dengan judul “Penentuan Jarak Minimum dalam Suatu Jaringan Listrik dengan Algoritma *Prim* dan *QM For Windows* (Studi Kasus Pada Perumahan Nelayan di Kota Palopo)”. Tujuan dari penelitian ini ialah sebagai pertimbangan dalam perencanaan pemasangan kabel pada perumahan nelayan di Kota Palopo dan juga dijadikan perbandingan dalam penentuan jarak minimum dalam jaringan listrik. Metode penelitian yang digunakan ialah pendekatan analisis kuantitatif.

Adapun hasil dari penelitian ini ialah :

1. Algoritma *Prim* dan *QM For Windows* dapat digunakan untuk menyelesaikan masalah kasus pendistribusian listrik di Perumahan Nelayan di Kota Palopo.
2. Algoritma *Prim* dapat menghasilkan jarak minimum (300 m) pada jaringan pendistribusian listrik di Perumahan Nelayan di Kota Palopo.
3. *QM For Windows* dapat menghasilkan jarak minimum (300 m) pada jaringan pendistribusian listrik di Perumahan Nelayan di Kota Palopo. (Riswan, 2018)

Pada penelitian terdahulu yang terakhir yang dilakukan oleh Fransiska Sumarti pada tahun 2017 dengan judul “Pencarian Aliran Maksimum Dengan Algoritma *Ford-Fulkerson* dan Modifikasinya”. Penelitian ini membahas tentang pencarian aliran maksimum dengan menggunakan algoritma *ford-fulkerson* dan modifikasinya. Modifikasi algoritma *ford-fulkerson* dilakukan untuk membentuk jaringan baru, menambahkan satu titik sumber utama dan satu titik sumber tujuan serta membentuk kapasitas dibusur dari beberapa titik tujuan ke satu titik tujuan utama. Kapasitas dibusur dibentuk dengan nilai kapasitas maksimum dan memberi nilai aliran awal sebesar nol.

Langkah penyelesaiannya ialah dengan melakukan pelabelan pada titik, menggunakan prosedur balik, serta mencari *augmenting path* sampai semua titik yang terlabel telah teramati dan titik tujuan utama tidak terlabel. Adapun hasil dari

penelitian ini ialah bahwa algoritma *ford-fulkerson* dapat digunakan untuk mengetahui aliran maksimum pada sebuah jaringan yang mempunyai satu simpul awal dan satu simpul akhir. Pada modifikasi algoritma *ford-fulkerson* dilakukan pada jaringan yang mempunyai simpul awal atau simpul akhir lebih dari satu sehingga dapat ditentukan aliran maksimumnya. (Sumarti, 2017)

2.8 Konsep Wahdatul Ulum

Konsep ilmu secara umum telah dijelaskan dalam Al-Qur'an. Salah satunya ialah dalam bidang ilmu pengetahuan dan teknologi yang terdapat didalam surah An-Nur ayat 35, yang berbunyi :

اللَّهُ نُورُ السَّمَوَاتِ وَالْأَرْضِ مِثْلُ نُورِهِ كَمِثْقَاةٍ فِيهَا مِضْبَابٌ مِثْلُ الْمِضْبَابِ فِي زُجَا جَةِ الزُّجَا
جَةً كَأَنَّهَا كَوْكَبٌ دُرِّيٌّ يُوقَدُ مِنْ شَجَرَةٍ مُبْرَكَةٍ زَيْتُونَةٍ وَ لَا غَرْبِيَّةٍ يَكَادُ زَيْهَاهَا يَضِيءُ وَلَوْ
لَمْ تَمْسَسْهُ نَارٌ نُورٌ عَلَى نُورٍ يَهْدِي اللَّهُ لِنُورٍ مَنِ يَشَاءُ وَيَضْرِبُ اللَّهُ لِمَثَلٍ لِنَاسٍ وَ اللَّهُ
بِكُلِّ شَيْءٍ عَلِيمٌ

Artinya :

“ Allah (pemberi) cahaya (kepada) langit dan bumi. Perumpamaan cahaya-Nya adalah seperti sebuah lubang yang tidak tembus, yang didalamnya ada pelita besar. Pelita itu didalam kaca (dan) kaca itu seakan-akan bintang (yang bercahaya) seperti mutiara, yang dinyatakan dengan minyak dari pohon yang banyak berkahnya, (yaitu) pohon zaitun yang tumbuh tidak disebelah timur (sesuatu) dan tidak pula disebelah barat(nya), yang minyaknya saja hampir-hampir menerangi, walaupun tidak disentuh api. Cahaya diatas cahaya (berlapis-lapis), Allah membimbing kepada cahaya-Nya siapa yang dia kehendaki, dan Allah memperbuat perumpamaan-perumpamaan bagi manusia, dan Allah Maha mengetahui segala sesuatu”. (QS. 24:35)

Dari kutipan ayat diatas dapat ditafsir bahwa ilmu pengetahuan dan teknologi sudah ada sejak zaman dahulu namun manusia belum mengetahuinya, hal ini yang dapat menjadikan fakta bahwa tidak hanya manusia yang dapat memberikan makna penting mengenai listrik namun Al-Quran sudah memberitahukan lebih dahulu sebelum listrik itu ada. Diambil dari sepenggalan ayat diatas bahwa lampu itu bercahaya, cahaya itu berada didalam pelita atau kaca, dan bola lampu itu salah satu fakta surah An-Nur ayat 35 tersebut. Jadi ayat Al-Quran tentang

listrik itu sangat benar adanya dan tidak bisa diganggu gugat itulah salah satu bukti kekuasaan Allah SWT.

Pada Al-Qur'an surat Yunus ayat ke 5 yang berbunyi :

هُوَ الَّذِي جَعَلَ الشَّمْسُ ضِيَاءً وَالْقَمَرَ نُورًا وَقَدَرَهُ مَنَازِلَ لِتَعْلَمُوا عَدَدَ السِّنِينَ وَالْحِسَابَ
مَا خَلَقَ اللَّهُ ذَلِكَ إِلَّا بِالْحَقِّ يُفَصِّلُ الْآيَاتِ لِقَوْمٍ يَعْلَمُونَ

Artinya :

“Dialah yang menjadikan matahari bersinar dan bulan bercahaya, dan dialah yang menetapkan tempat-tempat orbitnya, agar kamu mengetahui bilangan tahun, dan perhitungan (waktu). Allah tidak menciptakan yang demikian itu melainkan dengan benar. Dia menjelaskan tanda-tanda (kebesaran-Nya) kepada orang-orang yang mengetahui”. (QS. 5:10)

Dari kutipan ayat ini Allah SWT menyebut matahari dan bulan dengan sebutan yang berbeda. Walaupun kedua benda langit ini sama-sama memancarkan cahaya ke bumi. Hal ini yang membedakan sifat cahaya matahari berasal dari reaksi nuklir yang menghasilkan panas yang sangat tinggi dan cahaya yang terang benerang. Sementara cahaya bulan hanya berasal dari pantulan cahaya matahari yang dipantulkan oleh permukaan bulan ke bumi. Istilah inilah yang dapat dianalogikan seperti rangkaian listrik yang panasnya mengalir dari suhu tinggi ke suhu yang rendah.

Pada Al-Qur'an surat Ar-rad ayat ke 13 yang berbunyi :

وَيُسَبِّحُ الرَّعْدُ بِحَمْدِهِ وَالْمَلَائِكَةُ مِنْ خِيفَتِهِ وَيُرْسِلُ الصَّوَاعِقَ فَيُصِيبُ بِهَا مَنْ يَشَاءُ وَهُمْ
يُجَادِلُونَ فِي اللَّهِ وَهُوَ شَدِيدُ الْمِحَالِ

Artinya :

“Dan guruh bertasbih memuji-Nya, (demikian pula) para malaikat karena takut kepada-Nya, dan Allah melepaskan halilintar, lalu menimpakannya kepada siapa yang dia kehendaki, sementara mereka berbantah-bantahan tentang Allah, dan dia Maha Keras siksaan-Nya”.

Dari kutipan ayat ini dapat ditafsir bahwa pada kata “Dan guruh bertasbih” yaitu malaikat yang di serahi tugas untuk menggiring mendung seraya “memuji Allah” artinya ia selalu mengucapkan kalimat “Subhaanallah wa bihamdihi” dan demikian pula bertasbih “para malaikat karena takut kepadanya” kepada Allah dan Allah melepaskan halilintar yang terjadi akibat lompatan listrik atau api yang keluar dari mendung yang sangat besar “lalu menyimpannya kepada siapa yang dia kehendaki” kemudian halilintar itu membakarnya. Ayat ini diturunkan berkenaan dengan seorang laki-laki yang nabi Muhammad SAW mengutus seseorang untuk menyuruhnya menyembah Allah SWT. Akan tetapi lelaki itu menjawab, “Siapakah utusan Allah itu, dan siapakah Allah itu; apakah ia dari emas atau dari perak atau dari tembaga”. Ketika itu juga turunlah halilintar menyambarnya sehingga hancur tulang batok kepalanya dan mereka orang-orang kafir berbantah-bantahan selalu membantah nabi Muhammad SAW (tentang Allah dan dialah Tuhan yang Maha keras siksa-Nya) Maha kuat dan Maha keras azab-Nya.