BAB 4

HASIL DAN PEMBAHASAN

4.1 Deskripsi Data

Pada kajian ini, informasi yang digunakan yaitu pasien penderita Hepatitis B yang diperoleh dari Rumah Sakit Haji Medan. Informasi tersebut, diambil 3 tahun belakangan mulai dari Januari 2020 sampai Desember 2022. Berikut data pasien yang menderita Hepatitis B:

Tabel 4.1 : Pasien Hepatitis B Tahun 2020-2022

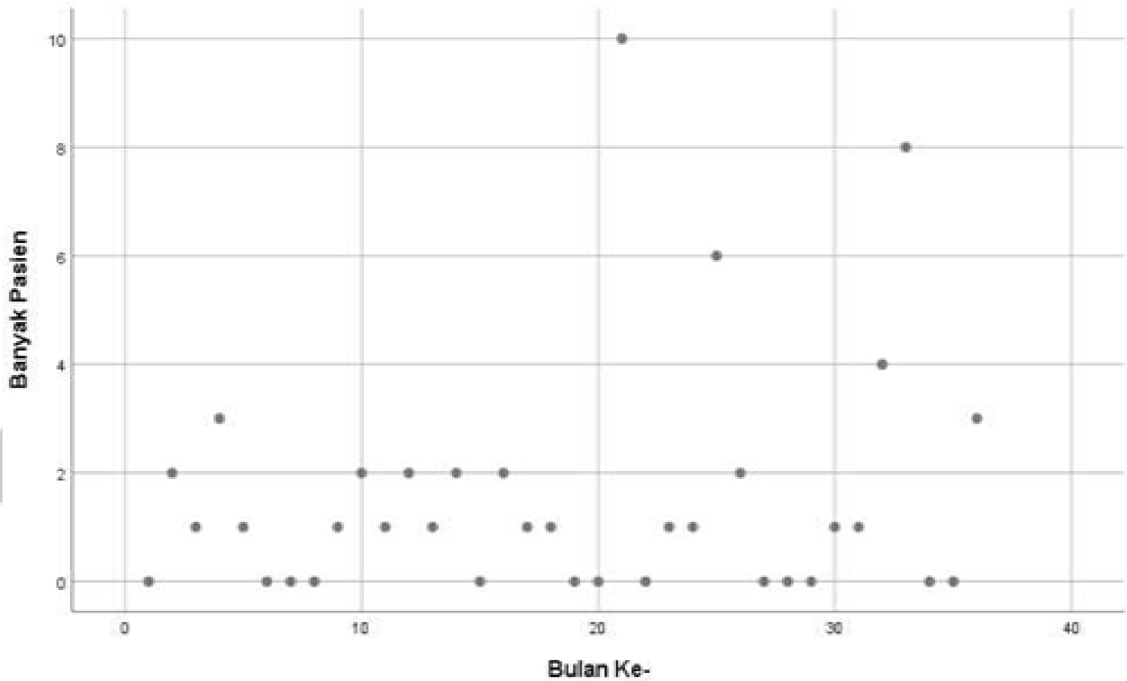
Bulan Ke-	**Banyak Pasien**	**Infeksi**	**Hepatitis B**
1	0	Tidak	Tidak
2	2	HBsAg	Kronis
3	1	HBsAg	Kronis
4	3	HBsAg	Kronis
5	1	HBsAg	Akut
6	0	Tidak	Tidak
7	0	Tidak	Tidak
8	0	Tidak	Tidak
9	1	HBsAg	Kronis
10	2	HBeAg	Kronis
11	1	HBsAg	Kronis
12	2	HBsAg	Kronis
13	1	HBsAg	Kronis
14	2	HBsAg	Kronis
15	0	Tidak	Tidak
16	2	HBeAg	Kronis
17	1	HBeAg	Kronis
18	1	HBeAg	Kronis
19	0	Tidak	Tidak
20	0	Tidak	Tidak
21	10	HBeAg	Kronis
22	0	Tidak	Tidak
23	1	HBeAg	Kronis
24	1	HBeAg	Kronis
25	6	HBeAg	Akut
26	2	HBeAg	Akut
27	0	Tidak	Tidak
28	0	Tidak	Tidak
29	0	Tidak	Tidak
30	1	HBsAg	Akut
31	1	HBsAg	Kronis

Sumber: Rumah Sakit Haji Medan

Dari Tabel 4.1 di atas, bisa dilihat informasi bahwa bulan ke-1 tidak ada pasien. Pada bulan ke-2 ada 2 pasien, bulan ke-3 ada 1 pasien. Dan pada bulan terakhir sebanyak 3 pasien. Jumlah pasien paling banyak yaitu pada bulan ke- 21 sebanyak 10 pasien.

4.2 Pengecekan Overdipersi Data

Pengecekan overdispersi dilakukan pada data banyaknya pasien Hepatitis B dalam waktu 36 bulan. Dari proses pengambilan data banyaknya pasien Hepatitis B karakteristik datanya mengikuti pengambilan data yang berdistribusi poisson. Berikut untuk sebaran datanya ditunjukkan pada Gambar 4.1.



Gambar 4.1 Sebaran Banyak Pasien Hepatitis B Rumah Sakit Haji Medan

Untuk melihat data yang digunakan mengalami overdispersi atau tidak, yaitu dengan cara melihat nilai rata- rata dan varians dari data yang ada. Apabila, nilai varians lebih besar dibanding nilai rata-rata, maka data yang dipakai mengalami overdispersi. Berikut perhitungan nilai rata-rata dan varians:

a. Perhitungan rata-rata (*mean*)

$\overline{X} = \sum_{i=1}^{n} X_i$

$\overline{X} = \frac{(0\times13)+(1\times11)+(2\times6)+(4\times1)+(6\times1)+(8\times1)+(10\times1)}{36}$

$\overline{X} = \frac{57}{36}$

$\overline{X} = 1,5833$

b. Perhitungan nilai varians

$$s^2 = \frac{\sum_{i=1}^{k} f_i\left(x_i - \bar{X}\right)^2}{n-1}$$

$$s^2 = \frac{13(0-1{,}5833)^2+11(1-1{,}5833)^2+6(2-1{,}5833)^2+2(3-1{,}5833)^2+1(4-1{,}5833)^2+}{36-1}$$

$$\frac{1(6-1{,}5833)^2+1(8-1{,}5833)^2+1(10-1{,}5833)^2}{36-1}$$

$$s^2 = \frac{13(2{,}505)+11(0{,}3402)+6(0{,}173)+2(2{,}007)+1(5{,}84)+1(19{,}50)+1(41{,}17)+1(70{,}84)}{35}$$

$$s^2 = \frac{32{,}57+3{,}742+1{,}038+4{,}014+5{,}84+19{,}50+41{,}17+70{,}84}{35}$$

$$s^2 = \frac{178{,}744}{35} = 5,10699714$$

$$s^2 = 5,107$$

Tabel 4.2 : Statistik Deskriptif Banyaknya Pasien Hepatitis B Tahun 2020-2022

N	$\bar{X}$	s^2	**Maksimum**	**Minimum**
36	1,583	5,107	10	0

Dari Tabel 4.2 tersebut memberikan informasi bahwa jumlah banyaknya kejadian yang terjadi sebanyak 36 data dengan $\bar{X} = 1,583$ dan $s^2 = 5,107$. Sedangkan nilai maksimum dari banyaknya kejadian ialah 10. Dikarenakan $s^2\,(5,107) > \bar{X}(1,583)$, sehingga bisa simpulkan bahwasannya data data pada Tabel 4.1 mengalami overdispersi terhadap distribusi poisson.

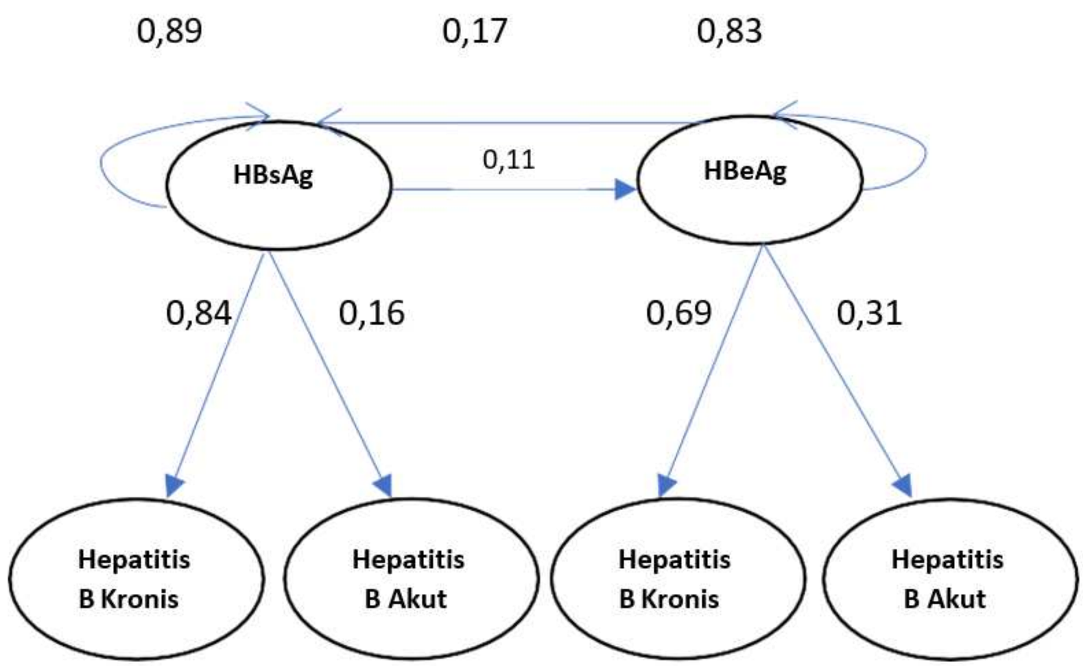
4.3 Penentuan *Hidden* Markov Model

Berdasarkan Tabel 4.1 dapat dibentuk state markov model seperti berikut:

Tabel 4.3 : *State* Markov Model

State	**Keadaan**	**Keterangan**
1	HBsAg	Protein yang terdapat pada bagian dalam dan luar virus Hepatitis B
2	HBeAg	Protein yang tidak menempel pada bagian virus, melainkan beredar bebas di aliran darah dan jaringan tubuh
3	Hepatitis B Akut	Pasien yang sudah terkena Hepatitis B kurang dari waktu 6 bulan
4	Hepatitis B Kronis	Pasien yang sudah terkena Hepatitis B lebih dari waktu 6 bulan

Kemudian *state* diatas, dibentuk menjadi sebuah graf yang merupakan transisi dari keadaan 1 ke keadaan lainnya. Adapun, graf *Hidden* Markov Model yang sesuai dengan data yang diteliti ialah:



Gambar 4.2 Graf *Hidden* Markov Model

Berdasarkan Gambar 4.1, perpindahan *state* yang mungkin terjadi pada perkembangan penyakit Hepatitis B memiliki 8 transisi yaitu perpindahan dari P *state* 1 ke *state* 1, *state* 1 ke *state* 2, *state* 2 ke *state* 1, *state* 2 ke *state* 2, serta perpindahan dari Q *state* 1 ke *state* 1, *state* 1 ke *state* 2, *state* 2 ke *state* 1, *state* 2 ke *state* 2.

4.4 Penentuan Matriks Probabilitas Transisi

Berdasarkan Tabel 4.1 dapat dilihat bahwa saat keadaan infeksi HBsAg pasien yang mengalami Hepatitis B kronis sebanyak 26 pasien dan akut sebanyak 5 pasien. Sedangkan saat keadaan infeksi HBeAg pasien yang mengalami Hepatitis B kronis sebanyak 18 pasien dan akut sebanyak 8 pasien. Sehingga, dapat dihitung probabilitas transisi. Perhitungan probabilitas diatas dihitung dengan menggunakan persamaan 2.2:

$$P_{ij} = \mathrm{P}\left(X_{n+1} = |X_n = i\right) = \frac{\sum_j X_{ij}}{N_i}$$

(1) *State* 1 (HBsAg) → *State* 1 (HBsAg)

$P_{11} = \frac{8}{9} = 0,89$

(2) *State* 1 (HBsAg) → *State* 21 (HBeAg)

$P_{12} = \frac{1}{9} = 0,11$

(3) *State* 1 (HBsAg) $\rightarrow$ *State* 3 (Hepatitis B Kronis)

$Q_{11} = \frac{26}{31} = 0,83$

(4) *State* 1 (HBsAg) $\rightarrow$ *State* 2 (Hepatitis B Akut)

$Q_{12} = \frac{5}{31} = 0,1$

(5) *State* 2 (HBeAg) $\rightarrow$ *State* 1 (HBeAg)

$P_{21} = \frac{5}{6} = 0,83$

(6) *State* 2 (HBeAg) $\rightarrow$ *State* 2 (HBsAg)

$P_{22} = \frac{1}{6} = 0,17$

(7) *State* 2 (HBeAg) $\rightarrow$ *State* 1 (Hepatitis B Kronis)

$Q_{21} = \frac{6}{26} = 0,23$

(8) *State* 2 (HBeAg) $\rightarrow$ *State* 2 (Hepatitis B Akut)

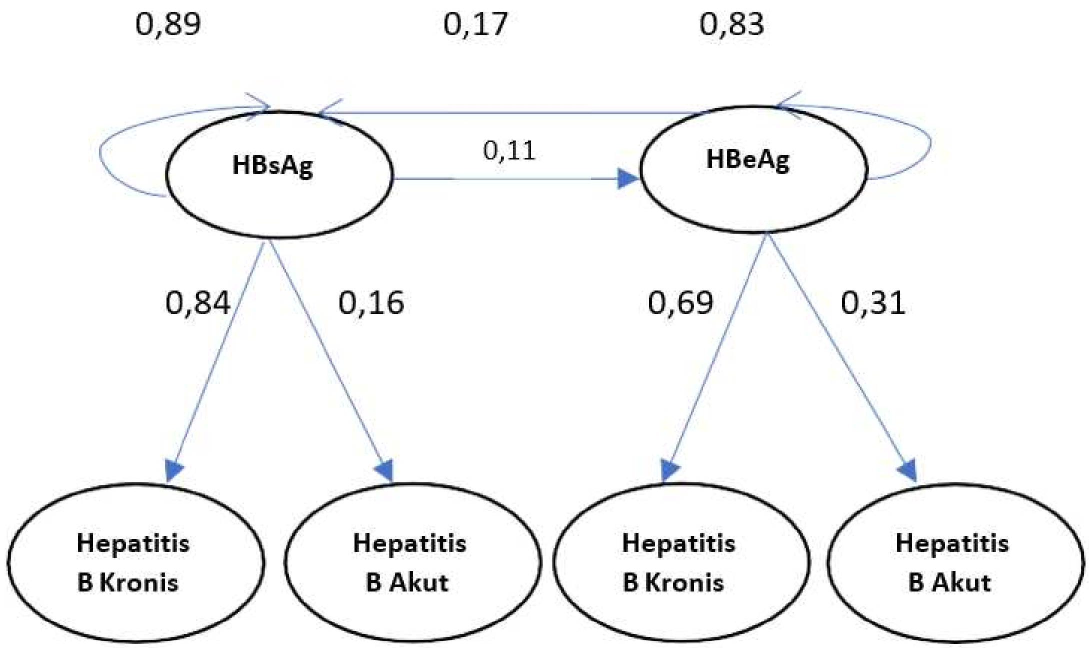
$Q_{22} = \frac{2}{26} = 0,07$

Dari hasil tersebut, menunjukkan bahwa probabilitas infeksi HBsAg di kota medan adalah pada *state* 1 (Hepatitis B) bernilai 0,89, *state* 1 menuju *state* 2 bernilai 0,11, *state* 1 P dengan infeksi HBsAg menuju *state* 1 Q Hepatitis B kronis bernilai 0,83, dan *state* 1 P dengan infeksi HBsAg menuju *state* 2 Q Hepatitis B Akut bernilai 0,16. Dan *state* 2 (HBeAg) bernilai 0,83, *state* 2 menuju *state* 2 bernilai 0,17 dan *state* 2 P dengan infeksi HBeAg menuju *state* 1 Q Hepatitis B kronis bernilai 0,69, dan *state* 2 P dengan infeksi HBsAg menuju *state* 2 Q Hepatitis B Akut bernilai 0,30.

Berdasarkan nilai yang telah diperoleh, Maka matriks probabilitas transisi dari perkembangan penyakit Hepatitis B ialah:

$$P = \begin{bmatrix} P_{11} & P_{12} \\ P_{21} & P_{22} \end{bmatrix} = \begin{bmatrix} 0,89 & 0,11 \\ 0,17 & 0,83 \end{bmatrix}$$

$$P = \begin{bmatrix} PQ_{11} & PQ_{12} \\ PQ_{21} & PQ_{22} \end{bmatrix} = \begin{bmatrix} 0,89 & 0,11 \\ 0,17 & 0,83 \end{bmatrix}$$



Gambar 4.3 Graf *Hidden* Markov Model

4.5 Pemodelan dengan Poisson ***Hidden*** Markov Model

Kajian ini akan dicari model estimasi terbaik banyaknya pasien Hepatitis B dari 3 model. Adapun 3 model itu ialah keadaan tersembunyi, yaitu $m = (2, 3, 4)$. Kajian ini hanya memodelkan hingga keadaan tersembunyi $m = 4$ sebab data yang dipakai tidak memadai untuk keadaan tersembunyi ≥ 5. Metode yang dipakai ialah Poisson *Hidden* Markov Model dengan estimasi algoritma EM .

4.5.1 Pemilihan Paramater Input

Pada tahap ini adalah menghitung nilai $\lambda = (\lambda_1, ..., \lambda_m)$, yaitu parameter rata-rata banyaknya pasien setiap bulan, dengan peluang awal kejadiannya $\delta = (\delta_1, ..., \delta_m)$ dan matriks peluang transisi keadaan tersembunyi berukuran $m \times m$. Langkah awal dalam mencari parameter-parameter tersebut adalah membuat tabel distribusi frekuensi dari data banyaknya pasien (Tabel 4.1), dengan jumlah kelas pada tabel distribusi frekuensi tersebut ditentukan oleh banyaknya keadaan tersembunyi yang diberikan. Pada peneliti ini, peneliti mengambil nilai range 0 sampai 11 banyaknya pasien Hepatitis B untuk pembagian interval masing-masing kelas secara seragam. Sebagai contoh model dengan $m = 2$, misalkan jika diberikan 2 keadaan tersembunyi dengan rata-rata banyaknya pasien Hepatitis B $\lambda = (\lambda_1, \lambda_2)$, maka terdapat 2 kelas dengan panjang interval masing-masing kelasnya:

$$c = \frac{range}{banyakkelas} = \frac{12}{2} = 6$$

Berdasarkan nilai c di atas diperoleh panjang interval setiap kelas 6, ruang sampel banyaknya pasien Hepatitis B yang ada pada keadaan tersembunyi 1 adalah $\{0, 1, 2, 3, 4, 5\}$ dan sisanya masuk pada keadaan tersembunyi 2.

Pada 3 keadaan tersembunyi ($m = 3$) dengan parameter rata - rata banyaknya kejadian adalah $\lambda = (\lambda_1, \lambda_2, \lambda_3)$ maka terdapat 3 kelas dengan masing - masing kelasnya memiliki panjang interval $c = 4$. Hal ini berarti ruang sampel banyaknya kejadian pasien Hepatitis B pada keadaan tersembunyi 1 adalah $\{0, 1, 2, 3\}$, untuk keadaan tersembunyi 2 adalah $\{4, 5, 6, 7\}$, sementara sisanya adalah ruang sampel untuk keadaan tersembunyi 3, yaitu $\{8, 9, 10, 11\}$.

Pada 4 keadaan tersembunyi ($m = 4$) dengan parameter rata - rata banyaknya kejadian adalah $\lambda = (\lambda_1, \lambda_2, \lambda_3, \lambda_4)$, maka terdapat 4 kelas dengan masing - masing kelasnya memiliki panjang interval $c = 3$. Hal ini berarti ruang sampel banyaknya kejadian pasien hepatitis B pada keadaan tersembunyi 1 adalah $\{0, 1, 2\}$, untuk keadaan tersembunyi 2 ruang sampelnya adalah $\{3, 4, 5\}$, untuk keadaan tersembunyi 3 ruang sampelnya adalah $\{6, 7, 8\}$, sementara sisanya adalahruang sampel untuk keadaan tersembunyi 4.

Langkah selanjutnya adalah memasukkan data pada Tabel 4.1 ke masing-masing kelompok keadaan tersembunyi berdasarkan ruang sampelnya, sehingga diperoleh nilai parameter $\lambda = (\lambda_1, \lambda_2)$. Parameter $\delta = (\delta_1, \delta_2)$, yaitu peluang awal pada keadaan tersembunyi 1 dan keadaan tersembunyi 2, diperoleh dengan menghitung jumlah frekuensi pada masing-masing kelompok keadaan tersembunyi dan kemudian frekuensi dari masing-masing kelompok tersebut dibagi dengan frekuensi keseluruhan keadaan tersembunyi. Hasil perhitungan parameter λ dan δ untuk kasus 2 keadaan tersembunyi disajikan pada Tabel 4.3.

Tabel 4.4 : Hasil Perhitungan Parameter λ dan δ pada $m = 2$

Bulan Ke-	**Banyak Pasien Hepatitis B**	**Keadaan Tersembunyi**	**Banyak Pasien Hepatitis B Keadaan Tersembunyi 1**	**Banyaknya Pasien Hepatitis B Keadaan Tersembunyi 2**
1	0	1	1	-
2	2	1	2	-
3	1	1	1	-
4	1	1	1	-
5	3	1	3	-
.	.	.	.	.
.	.	.	.	.
.	.	.	.	.
33	8	1	-	-
34	0	1	1	-
35	0	1	1	-
36	3	1	3	-
	Frekuensi	57	33	24
		λ	$\frac{33}{33} = 1$	$\frac{24}{3} = 8$

Perhitungan probabilitas pada keadaan tersembunyi $m = 2$ keadaan tersembunyi 1 diatas dihitung dengan menggunakan persamaan 2.2:

$$P_{ij} = P\left(X_{n+1} = j \left| X_n = i\right.\right) = \frac{\sum_j x_{ij}}{N_i}$$

(1) *State* 1 (HBsAg) $\rightarrow$ *State* 1 (HBsAg)

$P_{11} = \frac{8}{9} = 0,89$

(2) *State* 1 (HBsAg) $\rightarrow$ *State* 21 (HBeAg)

$P_{12} = \frac{0}{9} = 0$

(3) *State* 1 (HBsAg) $\rightarrow$ *State* 3 (Hepatitis B Kronis)

$Q_{11} = \frac{18}{33} = 0,55$

(4) *State* 1 (HBsAg) $\rightarrow$ *State* 2 (Hepatitis B Akut)

$Q_{12} = \frac{5}{33} = 0,15$

(5) *State* 2 (HBeAg) $\rightarrow$ *State* 1 (HBeAg)

$P_{21} = \frac{0}{0} = 0$

(6) *State* 2 (HBeAg) $\rightarrow$ *State* 2 (HBsAg)

$P_{22} = \frac{1}{6} = 0,17$

(7) *State* 2 (HBeAg) $\rightarrow$ *State* 1 (Hepatitis B Kronis)

$Q_{21} = \frac{8}{33} = 0,24$

(8) *State* 2 (HBeAg) $\rightarrow$ *State* 2 (Hepatitis B Akut)

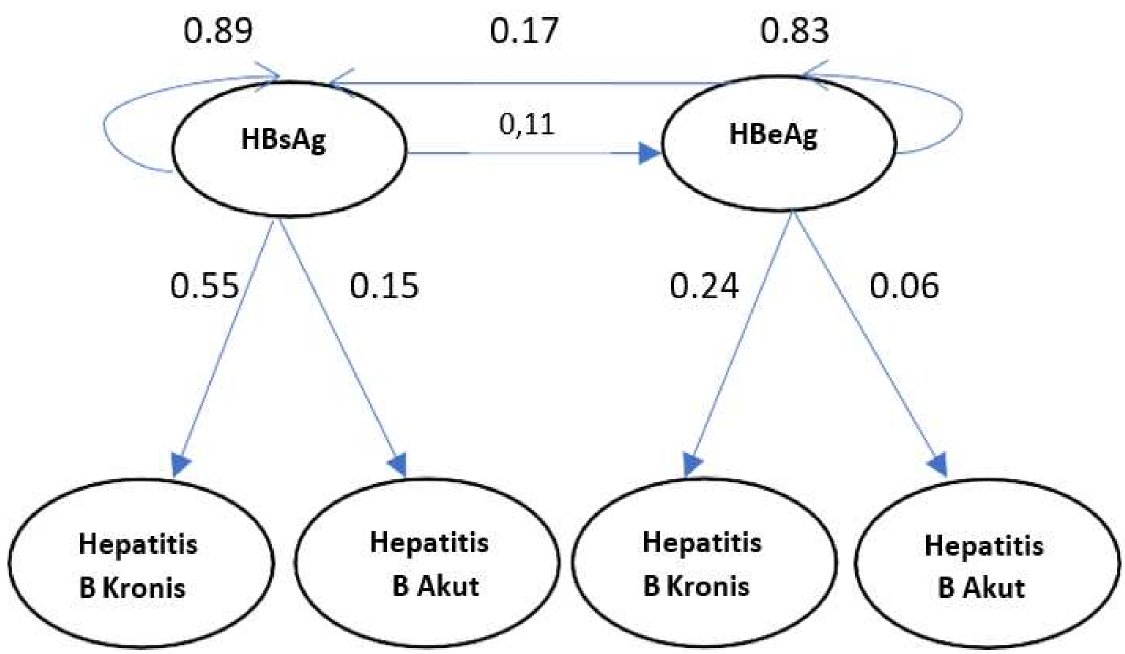
$Q_{22} = \frac{2}{33} = 0,06$

Dari hasil tersebut, menunjukkan bahwa probabilitas infeksi HBsAg di kota medan adalah pada *state* 1 (Hepatitis B) bernilai 0.89, *state* 1 menuju *state* 2 bernilai 0.11, *state*1 P dengan infeksi HBsAg menuju *state* 1 Q Hepatitis B kronis bernilai 0.55, dan *state* 1 P dengan infeksi HBsAg menuju *state* 2 Q Hepatitis B Akut bernilai 0.15. Dan *state* 2 (HBeAg) bernilai 0.83, *state* 2 menuju *state* 2 bernilai 0.17 dan *state* 2 P dengan infeksi HBeAg menuju *state* 1 Q Hepatitis B kronis bernilai 0.24, dan *state* 2 P dengan infeksi HBsAg menuju *state* 2 Q Hepatitis B Akut bernilai 0.06.

Berdasarkan nilai yang telah diperoleh, Maka matriks probabilitas transisi dari penyakit Hepatitis B ialah:

$$P = \begin{bmatrix} P_{11} & P_{12} \\ P_{21} & P_{22} \end{bmatrix} = \begin{bmatrix} 0,89 & 0,11 \\ 0,83 & 0,17 \end{bmatrix}$$

$$P = \begin{bmatrix} PQ_{11} & PQ_{12} \\ PQ_{21} & PQ_{22} \end{bmatrix} = \begin{bmatrix} 0,55 & 0,15 \\ 0,24 & 0,06 \end{bmatrix}$$



Gambar 4.4 Graf *State* Transisi Penyakit Hepatitis B

Selanjutnya, menghitung probabilitas pada keadaan tersembunyi $m = 2$ keadaan tersembunyi 2 diatas dihitung dengan menggunakan persamaan 2.2:

$$P_{ij} = P\left(X_{n+1} = j \,|X_n = i\,\right) = \frac{\sum_j x_{ij}}{N_i}$$

(1) *State* 1 (HBsAg) → *State* 1 (HBsAg)

$P_{11} = \frac{1}{1} = 1$

(2) *State* 1 (HBsAg) → *State* 21 (HBeAg)

$P_{12} = \frac{1}{9} = 0,11$

(3) *State* 1 (HBsAg) → *State* 3 (Hepatitis B Kronis)

$Q_{11} = \frac{8}{24} = 0,33$

(4) *State* 1 (HBsAg) → *State* 2 (Hepatitis B Akut)

$Q_{12} = \frac{0}{24} = 0$

(5) *State* 2 (HBeAg) → *State* 1 (HBeAg)

$P_{21} = \frac{1}{2} = 0,5$

(6) *State* 2 (HBeAg) → *State* 2 (HBsAg)

$P_{22} = \frac{0}{0} = 0$

(7) *State* 2 (HBeAg) → *State* 1 (Hepatitis B Kronis)

$Q_{21} = \frac{10}{24} = 0,42$

(8) *State* 2 (HBeAg) → *State* 2 (Hepatitis B Akut)

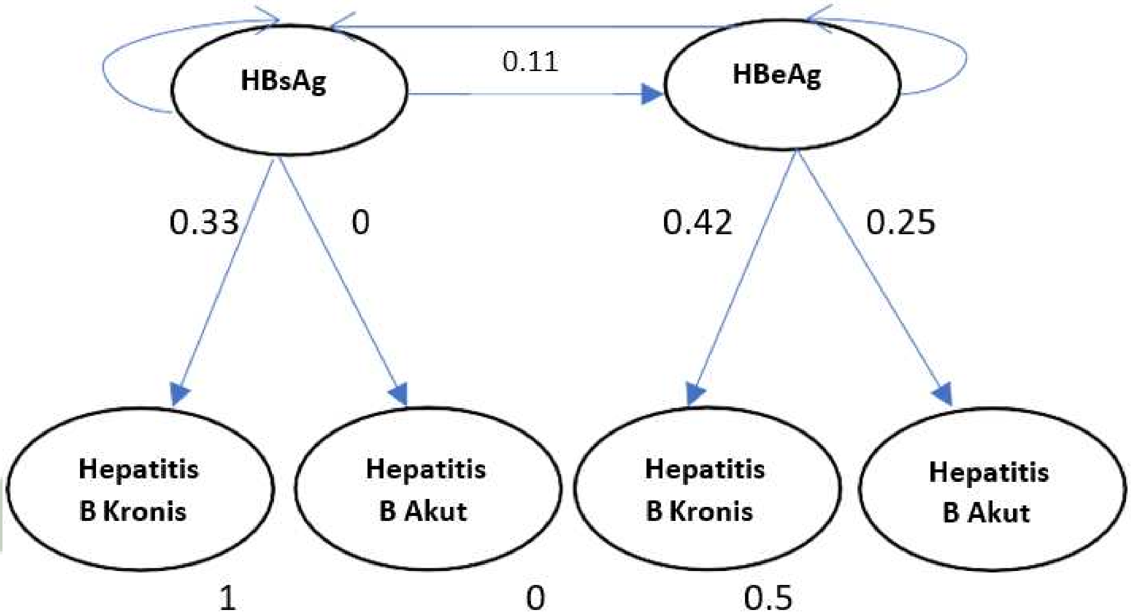
$Q_{22} = \frac{6}{24} = 0,25$

Dari hasil tersebut, menunjukkan bahwa probabilitas infeksi HBsAg di kota medan adalah pada *state* 1 (Hepatitis B) bernilai 1, *state* 1 menuju *state* 2 bernilai 0.11, *state* 1 P dengan infeksi HBsAg menuju *state* 1 Q Hepatitis B kronis bernilai 0.33, dan *state* 1 P dengan infeksi HBsAg menuju *state* 2 Q Hepatitis B Akut bernilai 0. Dan *state* 2 (HBeAg) bernilai 0.5, *state* 2 menuju *state* 1 bernilai 0 dan *state* 2 P dengan infeksi HBeAg menuju *state* 1 Q Hepatitis B kronis bernilai 0.42, dan *state* 2 P dengan infeksi HBsAg menuju *state* 2 Q Hepatitis B Akut bernilai 0.25.

Berdasarkan nilai yang telah diperoleh, Maka matriks probabilitas transisi dari perkembangan penyakit Hepatitis B ialah:

$$P = \begin{bmatrix} P_{11} & P_{12} \\ P_{21} & P_{22} \end{bmatrix} = \begin{bmatrix} 0,89 & 0,11 \\ 0,83 & 0,17 \end{bmatrix}$$

$$P = \begin{bmatrix} PQ_{11} & PQ_{12} \\ PQ_{21} & PQ_{22} \end{bmatrix} = \begin{bmatrix} 0,55 & 0,15 \\ 0,24 & 0,06 \end{bmatrix}$$



Gambar 4.5 Graf *State* Transisi Penyakit Hepatitis B

Dari matriks peluang transisi tersebut, dapat diinterpretasikan bahwa jika pada periode ini berada pada keadaan tersembunyi 1, maka peluang pada 1 bulan ke depan berada pada keadaan tersembunyi 1 sebesar 0.9. Sementara, jika pada periode ini berada pada keadaan tersembunyi 1, maka peluang untuk 1 bulan kedepan berada pada keadaan tersembunyi 2 sebesar 0.09, dan seterusnya.

Tabel 4.5 : Parameter λ, δ dan Γ

Model	**I**	λ	δ	Γ			
				1	**2**	**3**	**4**
m = 2	1	1	0,92	0,9	0,09	-	-
	2	8	0,067	1	0	-	-
m = 3	1	0.90	0.80	0.9	0.0645	0.032	-
	2	5	0.05	0.5	0	0.5	-
	3	9	0.5	1	0	0	-
m = 4	1	0.76	0.63	0.83	0.1	0.034	0.034
	2	5	0.027	0.33	0	0.33	0
	3	3.33	0.38	1	0	0	0
	4	10	0.27	1	0	0	0

Tabel 4.5 menampilkan hasil lengkap dari perhitungan parameter λ, δ dan Γ untuk keadaan tersembunyi $m = (2, 3, 4)$. Pada kasus 3 dan 4 keadaan tersembunyi, dilakukan dengan cara yang sama untuk memperoleh parameter λ, δ dan Γ. Tabel tersebut menjelaskan bahwa model dengan 2 keadaan tersembunyi ($m = 2$), mempunyai parameter rata-rata banyaknya kejadian λ dalam per-1 bulan atau $\lambda = (1; 8)$ dengan peluang awal kejadian dan peluang matriks transisi $\Gamma = \begin{pmatrix} 0.9 & 0.09 \\ 1 & 0 \end{pmatrix}$.

Yang artinya, Jika pada periode ini berada pada keadaan tersembunyi 1, maka peluang pada 1 bulan ke depan berada pada keadaan tersembunyi 1 sebesar 0.9. Sementara, jika pada periode ini berada pada keadaan tersembunyi 1, maka peluang untuk 1 bulankedepan berada pada keadaan tersembunyi 2 sebesar 0.09, dan seterusnya.

Pada model dengan 3 keadaan tersembunyi ($m = 3$), mempunyai parameter rata-rata banyaknya kejadian λ dalam per-1 bulan $\lambda = (0.90; 5; 9)$ dengan peluang awal kejadian dan peluang matriks transisi:

$$\Gamma = \begin{pmatrix} 0.9 & 0.0645 & 0.032 \\ 0.5 & 0 & 0.5 \\ 1 & 0 & 0 \end{pmatrix}$$

Yang artinya, jika pada periode ini berada pada keadaan tersembunyi 1, maka peluang pada 1 bulan ke depan berada pada keadaan tersembunyi 1 sebesar 0.9. Sementara, jika pada periode ini berada pada keadaan tersembunyi 1, maka peluang untuk 1 bulan kedepan berada pada keadaan tersembunyi 2 sebesar 0.0645, jika pada periode ini berada pada keadaan tersembunyi 1, maka peluang untuk 1 bulan kedepan berada pada keadaan tersembunyi 3 sebesar 0.032 dan seterusnya.

Pada model dengan 4 keadaan tersembunyi ($m = 4$), mempunyai parameter rata-rata banyaknya kejadian λ dalam per-1 bulan. $\lambda = (0.76, 5, 7, 10)$ dengan peluang awal kejadian dan matriks peluang transisi:

$$\Gamma = \begin{pmatrix} 0.82 & 01.0 & 0.03 & 0.034 \\ 0.33 & 0 & 0.33 & 0 \\ 0 & 0 & 0 & 0 \\ 0 & 0 & 0 & 0 \end{pmatrix}$$

Yang artinya, jika pada periode ini berada pada keadaan tersembunyi 1, maka peluang pada 1 bulan ke depan berada pada keadaan tersembunyi 1 sebesar 0.82. Sementara, jika pada periode ini berada pada keadaan tersembunyi 1, maka peluang untuk 1 bulan kedepan berada pada keadaan tersembunyi 2 sebesar 0.10, jika pada periode ini berada pada keadaan tersembunyi 1, maka peluang untuk 1 bulan kedepan berada pada keadaan tersembunyi 3 sebesar 0.03, jika pada periode ini berada pada keadaan tersembunyi 1, maka peluang untuk 1 bulan kedepan berada pada keadaan tersembunyi 4 sebesar 0.034 dan seterusnya.

4.5.2 Penaksiran Parameter - parameter $PHMM$ dengan Algoritma EM

Setelah menentukan parameter PHMM, langkah selanjutnya adalah menghitung nilai estimasi dari parameter - parameter tersebut, yaitu λ, δ dan Γ untuk masing - masing model dengan menggunakan Algoritma EM. Perhitungan nilai estimasi Algoritma EM dikerjakan *software R* dengan nilai toleransi yang digunakan adalah 1e-06, dimana nilai toleransi ini sebagai kriteria peneliti.

Tabel 4.6 : Hasil Estimasi Parameter PHMM dengan Algoritma EM pada Setiap Keadaan Tersembunyi

Model	**I**	**AIC**	λ	δ
m = 2	1	346.717	17	0.002
	2		26.33	0.001
m = 3	1		17.27	0.0019
	2	251.980	1.50	0.0006
	3		1.50	0.001
m = 4	1		16.42	0.0015
	2	315.238	24	0
	3		29	0

Tabel 4.6 menunjukkan hasil estimasi parameter PHMM dengan Algoritma EM pada masing-masing keadaan tersembunyi. Pada 2 keadaan tersembunyi, diperoleh masing-masing rata-rata dan peluang awal kejadiannya per 1 bulan ialah keadaan tersembunyi 1 dengan $\lambda = 17$ dan $\delta = 0.002$ serta keadaan tersembunyi 2 dengan $\lambda = 26.33$ dan $\delta = 0.001$.

Pada 3 keadaan tersembunyi, diperoleh masing-masing rata - rata dan peluang awal kejadiannya ialah keadaan tersembunyi 1 dengan $\lambda = 17.27$ dan $\delta = 0.0019$, keadaan tersembunyi 2 dengan $\lambda = 1.50$ dan $\delta = 0.0006$ serta keadaan tersembunyi 3 dengan $\lambda = 1.50$ dan $\delta = 0.001$

Pada 4 keadaan tersembunyi, diperoleh masing - masing rata - rata dan peluang awal kejadiannya ialah keadaan tersembunyi 1 dengan $\lambda = 16.42$ dan $\delta = 0.0015$, keadaan tersembunyi 2 dengan $\lambda = 24$ dan $\delta = 0$, keadaan tersembunyi 3 dengan $\lambda = 29$ dan $\delta = 0$ serta keadaan tersembunyi 4 dengan $\lambda = 21$ dan $\delta = 0$

Setelah diperoleh hasil estimasi parameter, langkah berikutnya adalah menentukan model estimasi terbaikdari banyaknya kejadian penyakit hepatitis B dengan membandingkan nilai AIC, dimana nilai AIC terkecil adalah model estimasi paling baik. Berdasarkan Tabel tersebut, terlihat bahwa nilai AIC terkecil berada pada saat diberikan 4 keadaan tersembunyi yaitu sebesar 251.980 maka dapat dikatakan bahwa model dengan 4 keadaan tersembunyi ($m = 4$) merupakan model terbaik dibandingkan dengan $m = 2$ dan $m = 3$. Berikut ini hasil estimasi parameter terbaik PHMM, yaitu model dengan 4 keadaan tersembunyi:

$\lambda = (17.27; 1.50; 1.50)R$

$\delta = (0.0019; 0.0006; 0.001)$

dengan nilai ekspektasi PHMM:

$E\left(X_t\right) = \sum_{i=1} \delta_i \lambda_i$

$E\left(X_t\right) = (0.0019 \times 17.27) + (0.0006 \times 1.50) + (0.001 \times 11.50)$

$E\left(X_t\right) = 0.0324$

Sehingga dapat disimpulkan bahwa dari ketiga model estimasi banyaknya pasien Hepatitis B di Rumah Sakit Haji, model dengan 4 keadaan tersembunyi merupakan model estimasi banyaknya pasien Hepatitis B terbaik dengan nilai estimasi parameter rata - rata banyaknya pasien Hepatitis B yang terjadi sebanyak 0,0324 = 0 peristiwa dalam kurun waktu 1 bulan. Dalam hal ini, hasil prediksi rata - rata yang diperoleh model keadaan tersembunyi 3 sesuai dengan keadaan asli di bulan - bulan sebelumnya.

4.6 Pembahasan

Tahap pertama yang dilakukan untuk mengetahui penerapan Poisson *Hidden* Markov Model dalam kasus Hepatitis B adalah pengecekan overdispersi dilakukan pada data banyaknya pasien Hepatitis B dalam waktu 36 bulan. Hasil yang diperoleh dapat dilihat pada Tabel 4.1. Dikarenakan $s^2\,(5,107) > \bar{X}(1,583)$, sehingga bisa simpulkan bahwasannya data data pada Tabel 4.1 mengalami overdispersi terhadap distribusi poisson.

Tahap kedua adalah menentukan *Hidden* Markov Model dengan mendefinisikan state dan mendefinisikan graf *Hidden* markov model. Hasil ini bisa dilihat pada Tabel 4.3 dan Gambar 4.2, dimana pada Tabel 4.3 dideskripsikan *state* yang akan digunakan serta pada Gambar 4.2 dijelaskan graf *state* atau transisi perkembangan penyakit Hepatitis B.

Tahap ketiga adalah menentukan matriks probabilitas transisi. Berdasarkan Tabel 4.1 dengan menggunakan persamaan 2.22, maka didapatkan probabilitas transisi dan matriks probabilitas transisi. Sehingga hasil yang diperoleh adalah HBsAg dengan hepatitis B kronis memiliki probabilitas 0,84 dan Hepatitis B Akut sebesar 0,16 sedangkan HBeAg dengan Hepatitis B kronis memiliki probabilitas 0,69 dan Hepatitis B Akut sebesar 0,31. Setelah itu diperoleh graf *state* transisi berdasarkan dari hasil probabilitas transisi yang telah diperoleh seperti pada Gambar 4.3. Dapat dijelaskan pada *state* 1 (Hepatitis B) bernilai 0,89, state 1 menuju *state* 2 bernilai 0,11, *state* 1 P dengan infeksi HBsAg menuju *state* 1 Q Hepatitis B kronis bernilai 0,83, dan *state* 1 P dengan infeksi HBsAg menuju *state* 2 Q Hepatitis B Akut bernilai 0,1. Dan *state* 2 menuju *state* 1 (HBeAg) bernilai 0,83, *state* 2 menuju *state* 2 bernilai 0,17 dan *state* 2 P dengan infeksi HBeAg menuju *state* 1 Q Hepatitis B kronis bernilai 0,23 dan *state* 2 P dengan infeksi HBsAg menuju *state* 2 Q Hepatitis B Akut bernilai 0,07.

Langkah selanjutnya ialah pemodelan dengan poisson *hidden* markov model. Dimana tahap awalnya ialah menentukan pemilihan parameter *input*. Dari data yang digunakan sebanyak 36 data sehingga modelnya yaitu $m = (2, 3, 4)$.Pada penelitian ini, peneliti mengambil nilai range 0 sampai 11 banyaknya pasien Hepatitis B untuk pembagian interval masing - masing kelas secara seragam. Sehingga diperoleh pembagian interval masing-masing model ialah m=2, pada keadaan tersembunyi $1 = \{0, 1, 2, 3, 4, 5\}$ dan $2 = \{6, 7, 8, 9, 10, 11\}$, $m = 3$, pada keadaan tersembunyi $1 = \{0, 1, 2, 3\}$, $2 = \{4, 5, 6, 7\}$ dan $3 = \{8, 9, 10, 11\}$ yang terakhir $m = 4$ pada keadaan tersembunyi $1 = \{0, 1, 2\}$, $2 = \{3, 4, 5\}$, $3 = \{6, 7, 8\}$ dan $4 = \{9, 10, 11\}$.

Hasil perhitungan parameter λ, δ dan Γ untuk keadaan tersembunyi $m = (2, 3, 4)$ dapat dilihat pada Tabel 4.5 untuk keadaan tersembunyi $m = (2, 3, 4)$. Tabel tersebut menjelaskan bahwa model dengan 2 keadaan tersembunyi ($m = 2$), mempunyai parameter rata - rata banyaknya kejadian λ dalam per-1 bulan atau

$\lambda = (1; 8)$ dengan peluang awal kejadian dan matriks peluang transisi:

$$\Gamma = \begin{pmatrix} 0.9 & 0.09 \\ 1 & 0 \end{pmatrix}$$

Pada model dengan 3 keadaan tersembunyi ($m = 3$), mempunyai parameter rata-rata banyaknya kejadian λ dalam per-1 bulan $\lambda = (0.90; 5; 9)$ dengan peluang awal kejadian dan matriks peluang transisi:

$$\Gamma = \begin{pmatrix} 0.9 & 0.0645 & 0.032 \\ 0.5 & 0 & 0.5 \\ 1 & 0 & 0 \end{pmatrix}$$

Pada model dengan 4 keadaan tersembunyi ($m = 4$), mempunyai parameter rata-rata banyaknya kejadian λ dalam per-1 bulan $\lambda = (0.76; 3.33; 7; 10)$ dengan peluang awal kejadian dan matriks peluang transisi :

$$\Gamma = \begin{pmatrix} 0.82 & 0.10 & 0.03 & 0.034 \\ 0.33 & 0 & 0.33 & 0 \\ 1 & 0 & 0 & 0 \\ 1 & 0 & 0 & 0 \end{pmatrix}$$

Langkah selanjutnya adalahmenghitung nilai estimasi dari parameter - parameter tersebut, yaitu λ, δ dan Γ untuk masing-masing model dengan menggunakan Algoritma EM. Hasil estimasi parameter dapat dilihat seperti pada Tabel 4.6. Setelah diperoleh hasilestimasi parameter, langkah berikutnya adalah menentukan model estimasi dengan membandingkan nilai AIC, dimananilai AIC terkecil adalah model estimasi paling baik. Berdasarkan Tabel 4.6, terlihat bahwa nilai AIC terkecil berada pada saat diberikan 3 keadaa ntersembunyi yaitu sebesar 251.980 maka dapat dikatakan bahwa model dengan 3 keadaan tersembunyi ($m = 3$) merupakan model terbaik dibandingkan dengan $m = 2$ dan $m = 4$.

Hasil estimasi parameter rata - rata banyaknya pasien Hepatitis B yang terjadi pada 3 keadaan tersemunyi sebanyak 0,0324 = 0 peristiwa dalam kurun waktu 1 bulan. Dalam hal ini, hasil prediksi rata - rata yang diperoleh model keadaan tersembunyi 3 sesuai dengan keadaan asli di bulan - bulan sebelumnya.