

PEMODELAN STOKASTIK DENGAN POISSON *HIDDEN*  
MARKOV PADA KASUS HEPATITIS B

SKRIPSI



ERSYA NURUL FAIRUZ

NIM. 0703183138



UNIVERSITAS ISLAM NEGERI  
PROGRAM STUDI MATEMATIKA  
FAKULTAS SAINS DAN TEKNOLOGI  
UNIVERSITAS ISLAM NEGERI SUMATERA UTARA MEDAN  
MEDAN  
2023

**PEMODELAN STOKASTIK DENGAN POISSON *HIDDEN*  
MARKOV PADA KASUS HEPATITIS B**

**SKRIPSI**

*Diajukan Untuk Memenuhi Syarat Mencapai Gelar Sarjana Matematika (S.Mat)  
Pada Fakultas Sains dan Teknologi*

**ERSYA NURUL FAIRUZ**

**NIM. 0703183138**



**PROGRAM STUDI MATEMATIKA  
FAKULTAS SAINS DAN TEKNOLOGI  
UNIVERSITAS ISLAM NEGERI SUMATERA UTARA MEDAN  
MEDAN**

**2023**

## PERSETUJUAN SKRIPSI

Hal : Surat Persetujuan Skripsi  
Lamp : -

Kepada Yth.,  
Dekan Fakultas Sains dan Teknologi  
Universitas Islam Negeri Sumatera Utara Medan

*Assalamu'alaikum Wr. Wb.*

Setelah membaca, meneliti, memberikan petunjuk dan mengoreksi serta men-gadakan perbaikan, maka kami selaku pembimbing berpendapat bahwa skripsi saudari :

Nama : Ersya Nurul Fairuz  
Nomor Induk Mahasiswa : 0703183138  
Program Studi : Matematika  
Judul : Pemodelan Stokastik Dengan Poisson  
*Hidden Markov Pada Kasus Hepatitis B*

Dapat disetujui untuk segera di *munaqasyahkan*. Atas perhatiannya kami ucapkan terimakasih

Medan, 23 Agustus 2023  
Komisi Pembimbing,

Pembimbing I,

Rina Widyasari, M.Si  
NIDN. 0118078801

Pembimbing II,

Rima Aprilia, M.Si  
NIDN. 0130048801

Mengesahkan,  
Ketua Progam Studi Matematika  
Universitas Islam Negeri Sumatera Utara

Dr. Ismail Husein, M.Si  
NIDN. 2022049101



KEMENTERIAN AGAMA REPUBLIK INDONESIA  
UNIVERSITAS ISLAM NEGERI SUMATERA UTARA MEDAN  
FAKULTAS SAINS DAN TEKNOLOGI  
Jln. Lapangan Golf, Desa Durian Jangak, Kec. Pancur Batu, Kab. Deli Serdang  
Telp. (061) 6615683-6622925, Fax. (061) 6615683  
Url: <http://saintek.uinsu.ac.id>, E-mail: saintek@uinsu.ac.id

### PENGESAHAN SKRIPSI

Nomor: B.388/ST/ST.V2/P.P/01/05/2024

Judul : Pemodelan Stokastik Dengan Poisson *Hidden* Markov Pada Kasus Hepatitis B

Nama : Ersya Nurul Fairuz

NIM : 0703183138

Program Studi : Matematika

Telah dipertahankan di hadapan Dewan Pengaji Skripsi Program Studi Matematika Fakultas Sains dan Teknologi UIN Sumatera Utara Medan dan dinyatakan **LULUS**.

Pada hari/tanggal : Rabu, 23 Agustus 2023

Tempat : Ruang Sidang Fakultas Sains dan Teknologi

Tim Ujian Munaqasyah,  
Ketua,

Dr. Ismail Husein, M.Si  
NIDN. 2022049101

Dewan Pengaji,

Pengaji I,

Dr. Rina Filia Sari, M.Si  
NIDN. 2001037703

Pengaji II,

Dr. Fibri Rakhmawati, M.Si  
NIDN. 2011028001

Pengaji III,

Rina Widayasi, M.Si  
NIDN. 0118078801

Pengaji IV,

Rima Apriya, M.Si  
NIDN. 0130048801

Mengesahkan,  
Dewan Fakultas Sains dan Teknologi  
UIN Sumatera Utara Medan,

Dr. Zulham, S.H.I., M.Hum  
NIP. 197703212009011008



## SURAT PERNYATAAN KEASLIAN SKRIPSI

Saya yang bertanda tangan di bawah ini,

Nama : Ersya Nurul Fairuz  
Nomor Induk Mahasiswa : 0703183138  
Program Studi : Matematika  
Judul : Pemodelan Stokastik Dengan Poisson *Hidden*  
Markov Pada Kasus Hepatitis B

Menyatakan bahwa skripsi ini adalah hasil karya saya sendiri, kecuali beberapa kutipan dan ringkasan yang masing-masing disebutkan sumbernya. Apabila dikemudian hari ditemukan plagiat dalam skripsi ini maka saya bersedia menerima sanksi pencabutan gelar akademik yang saya peroleh dan sanksi lainnya sesuai dengan peraturan yang berlaku.

Medan, 23 Agustus 2023



Ersya Nurul Fairuz  
NIM. 0703183138

UNIVERSITAS ISLAM NEGERI  
**SUMATERA UTARA MEDAN**

## ABSTRAK

Model Poisson *Hidden* Markov (MPHM) merupakan suatu model *Hidden* Markov dengan waktu diskrit serta proses observasinya yang diasumsikan sebagai sebaran poisson. Salah satu karakteristik MPHM yakni bersifat overdispersi yaitu ragam data lebih besar dari rataannya. Model Poisson *Hidden* Markov digunakan untuk memodelkan penyakit Hepatitis B. Tujuan dari penelitian ini ialah untuk memodelkan penyakit Hepatitis B di rumah sakit Haji Medan dengan model Poisson *Hidden* Markov serta mencari estimasi parameter yang dilakukan menggunakan Algoritma *Expectation Maximization*. Hasil yang diperoleh dalam kajian ini ialah model penentuan rata - rata banyaknya pasien Hepatitis B dapat menggunakan metode PHMM (Poisson *Hidden* Markov Model) dengan estimasi Algoritma EM (*Expectation Maximization Algorithm*), model terbaik banyaknya pasien Hepatitis B pada penelitian ini adalah model dengan 3 keadaaan tersembunyi dengan nilai estimasi parameter rata - rata banyaknya pasien Hepatitis B adalah 0,0324 pasien dalam kurun waktu 1 bulan dan hasil prediksi rata-rata yang diperoleh model keadaan tersembunyi 3 sesuai dengan keadaan asli di bulan - bulan sebelumnya.

Kata kunci: Model Poisson *Hidden* Markov, Hepatitis B, Algoritma *Expectation Maximization*

UNIVERSITAS ISLAM NEGERI  
**SUMATERA UTARA MEDAN**

## **ABSTRACT**

The Poisson Hidden Markov (MPHM) model is a Hidden Markov model with discrete time and the observation process which is assumed as a distributionpoisson. One of the characteristics of MPHM is that it is over-dispersive, that is, the variety of data is greater than the average. The Poisson Hidden Markov model is used to model Hepatitis B. The purpose of this study is to model Hepatitis B at Haji Hospital in Medan with the Poisson Hidden Markov model and to find estimates parameters are performed using the Expectation Maximization Algorithm. The results obtained in this study are that the model for determining the average number of hepatitis B patients can use the PHMM (Poisson Hidden Markov Model) method with the estimation of the EM Algorithm (Expectation Maximization Algorithm). The best model for the number of Hepatitis B patients in this study is a model with 3 conditions. Hidden with the estimated parameter value of the average number of Hepatitis B patients is 0.0324 patients within 1 month and the average prediction results obtained by the hidden state model 3 are in accordance with the original conditions in the previous months.

Keywords: Poisson Hidden Markov Model, Hepatitis B, Expectation Maximization Algorithm

UNIVERSITAS ISLAM NEGERI  
**SUMATERA UTARA MEDAN**

## KATA PENGANTAR

*Assalamu'alaikum Wr. Wb*

Alhamdulillah, dengan mengucap puji dan syukur kehadirat Allah SWT atas rahmat dan karunia-Nya yang telah memberikan kesehatan walafiat, sehingga saya sebagai penulis dapat menyelesaikan proposal skripsi saya ini yang berjudul “**Pemodelan Stokastik dengan Poisson Hidden Markov pada Kasus Hepatitis B**”. Proposal skripsi ini dibuat untuk memenuhi syarat kelulusan Pendidikan Sarjana Strata I (S1) Sarjana Matematika pada Program Studi Matematika Fakultas Sains dan Teknologi Universitas Islam Negeri Sumatera Utara (UIN-SU).

Dengan selesainya proposal skripsi ini, penulis berterima kasih kepada orang-orang yang telah membantu dan mendukung penulis dalam penyusunan proposal skripsi ini dari berbagai pihak secara langsung ataupun tidak langsung. Pada kesempatan ini penulis ingin menyampaikan terima kasih yang sebesar-besarnya kepada:

1. Ibu Prof. Dr. Nurhayati, M.Ag selaku Rektor Universitas Islam Negeri Sumatera Utara Medan.
2. Bapak Dr. Zulham, S.H.I, M.Hum selaku Dekan Fakultas Sains dan Teknologi Universitas Islam Negeri Sumatera Utara Medan, beserta Wakil Dekan I, II dan III.
3. Bapak Dr. Ismail Husein, M.Si selaku Ketua program studi Matematika Fakultas Sains dan Teknologi Universitas Islam Negeri Sumatera Utara Medan.
4. Bapak Dr. Hendra Cipta, M.Si selaku Sekretaris program studi Matematika Fakultas Sains dan Teknologi Universitas Islam Negeri Sumatera Utara Medan.
5. Ibu Rina Widyasari, M.Si sebagai Pembimbing Skripsi I (satu) dan Ibu Rima Aprilia, M.Si sebagai Pembimbing Skripsi II (dua) yang telah meluangkan waktu dan mengarahkan penulis dalam pembuatan skripsi ini.
6. Seluruh dosen dan para staf Fakultas Sains dan Teknologi atas bantuannya selama ini.

7. Kedua orang tua penulis Ibu Ernita Sari dan Bapak Syafrial yang telah membesarkan, mendidik, membimbing, melindungi, dan memberi semangat dan kepada abang Apriyaldi dan Dicky Aprizal yang selalu saya cintai.
8. Teman-teman seperjuangan penulis yang menghiasi hari-hari selama masa perkuliahan yang tidak bisa penulis sebutkan satu persatu memberi semangat selama proses penyusunan proposal skripsi ini.
9. Muhammad Iqbal yang telah memberi semangat tiada henti, membantu, menemani dan selalu mensupport selama proses penyusunan proposal skripsi ini.
10. Dan yang terakhir, teman-teman stambuk 2018 Jurusan Matematika.

Penulis mengucapkan berterima kasih kepada seluruh pihak yang telah penulis sebutkan diatas semoga Allah SWT memberikan balasan yang baik atas bantuan yang telah diberikan kepada penulis. Akhir kata, penulis menyadari banyak kekurangan, maka dari itu penulis mengharapkan kritik dan saran yang membangun agar skripsi ini lebih baik lagi. Demikian, skripsi ini disusun semoga bermanfaat bagi semua pihak yang membaca dan memperluas pemikiran dimasa yang akan datang.

*Wassalamu'alaikum Warahmatullahi Wabarakatuh.*

Medan, 23 Agustus 2023  
Penulis,

Ersya Nurul Fairuz  
NIM. 0703183138

## DAFTAR ISI

	Halaman
PERSETUJUAN SKRIPSI	i
PENGESAHAN SKRIPSI	ii
PERNYATAAN KEASLIAN SKRIPSI	iii
ABSTRAK	iv
<i>ABSTRACT</i>	v
KATA PENGANTAR	vi
DAFTAR ISI	viii
DAFTAR GAMBAR	xi
DAFTAR TABEL	xii
BAB 1 PENDAHULUAN	1
1.1 Latar Belakang Masalah	1
1.2 Rumusan Masalah	3
1.3 Batasan Masalah	4
1.4 Tujuan Penelitian	4
1.5 Manfaat Penelitian	4
BAB 2 TINJAUAN PUSTAKA	5
2.1 Model Matematika	5
2.2 Teori Dasar Peluang	6
2.2.1 Ruang Sampel	6
2.2.2 Kejadian	6
2.2.3 Peluang	6
2.3 Variabel Acak dan Distribusi Poisson	8
2.3.1 Variabel Acak	8
2.3.2 Distribusi Poisson	10

2.4 Pengantar Stokastik	12
2.4.1 Proses Stokastik	12
2.4.2 Proses Markov	13
2.5 Rantai Markov Diskrit	13
2.6 Poisson <i>Hidden</i> Markov Model (PHMM)	15
2.6.1 <i>Hidden</i> Markov Model (HMM)	16
2.6.2 Distribusi Marginal HMM	17
2.7 Penskalaan <i>Likelihood</i>	18
2.8 Estimasi <i>Expectation Maximization Algorithm</i> (EM)	19
2.9 Pemilihan Model berdasarkan <i>Akaike Information Criterion</i> (AIC)	20
2.10 Hepatitis B	21
2.10.1 Faktor Yang Mempengaruhi	21
2.11 Penelitian Terdahulu	22
2.12 Konsep Wahdatul Ulum	24
<b>BAB 3 METODE PENELITIAN</b>	<b>27</b>
3.1 Waktu dan Tempat Penelitian	27
3.2 Jenis Penelitian	27
3.3 Jenis Data dan Sumber Data	27
3.4 Variabel Penelitian	27
3.5 Prosedur Penelitian	28
3.6 Diagram Alir Penelitian	30
<b>BAB 4 HASIL DAN PEMBAHASAN</b>	<b>31</b>
4.1 Deskripsi Data	31
4.2 Pengecekan Overdipersi Data	32
4.3 Penentuan <i>Hidden</i> Markov Model	33
4.4 Penentuan Matriks Probabilitas Transisi	34

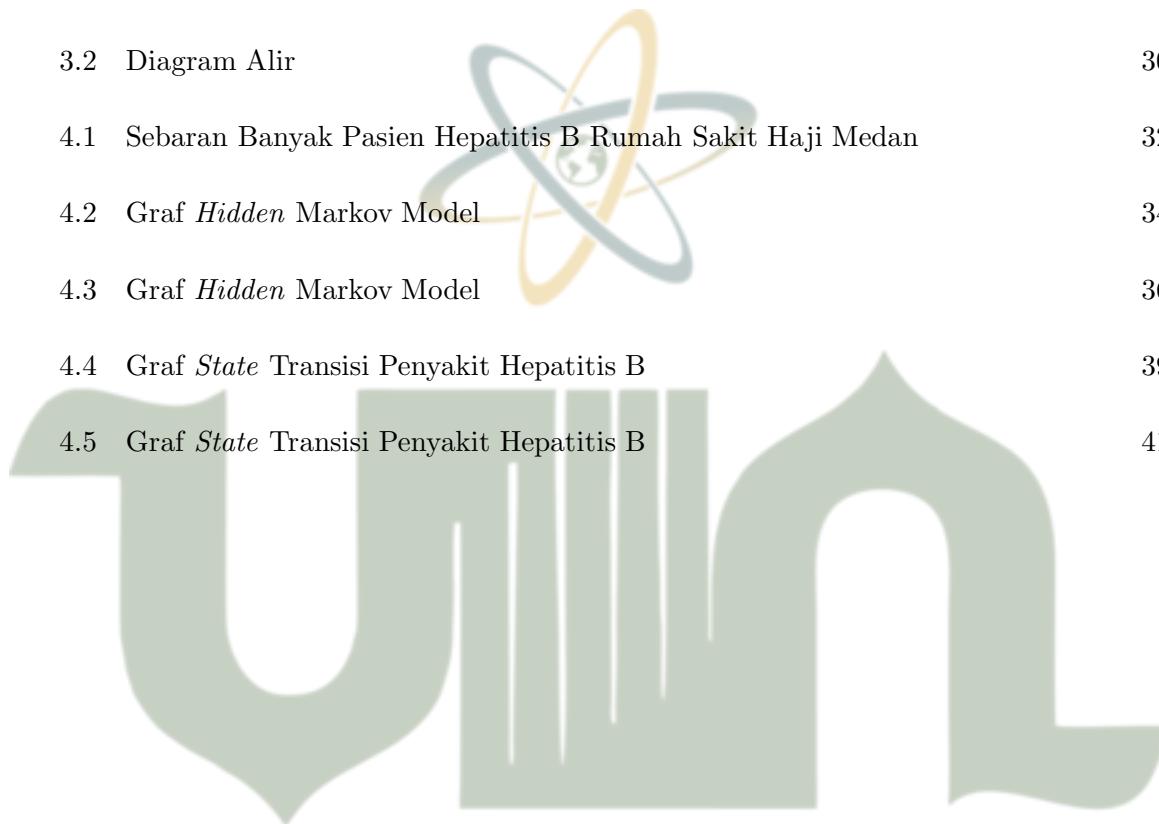
4.5 Pemodelan dengan Poisson <i>Hidden</i> Markov Model	36
4.5.1 Pemilihan Paramater Input	36
4.5.2 Penaksiran Parameter - parameter <i>PHMM</i> dengan Algoritma <i>EM</i>	43
4.6 Pembahasan	44
BAB 5 KESIMPULAN DAN SARAN	47
5.1 Kesimpulan	47
5.2 Saran	47
DAFTAR PUSTAKA	48
LAMPIRAN	



UNIVERSITAS ISLAM NEGERI  
**SUMATERA UTARA MEDAN**

## DAFTAR GAMBAR

Nomor	Judul	Halaman
2.1	Graf dasar HMM	17
3.1	Graf <i>Hidden</i> Markov Model	29
3.2	Diagram Alir	30
4.1	Sebaran Banyak Pasien Hepatitis B Rumah Sakit Haji Medan	32
4.2	Graf <i>Hidden</i> Markov Model	34
4.3	Graf <i>Hidden</i> Markov Model	36
4.4	Graf <i>State</i> Transisi Penyakit Hepatitis B	39
4.5	Graf <i>State</i> Transisi Penyakit Hepatitis B	41



## DAFTAR TABEL

Nomor	Judul	Halaman
4.1	Pasien Hepatitis B Tahun 2020-2022	31
4.2	Statistik Deskriptif Banyaknya Pasien Hepatitis B Tahun 2020-2022	33
4.3	<i>State</i> Markov Model	33
4.4	Hasil Perhitungan Parameter $\lambda$ dan $\delta$ pada $m = 2$	38
4.5	Parameter $\lambda$ , $\delta$ dan $\Gamma$	41
4.6	Hasil Estimasi Parameter PHMM dengan Algoritma EM pada Setiap Keadaan Tersembunyi	43



UNIVERSITAS ISLAM NEGERI  
**SUMATERA UTARA MEDAN**