

Penelitian Dasar Pengembangan
Program Studi

LAPORAN PENELITIAN

**PENGARUH MODEL PEMBELAJARAN *PROJECT BASED
LEARNING* TERHADAP KEMAMPUAN PEMECAHAN
MASALAH MAHASISWA**



PENELITI :

Lisa Dwi Apri, M.Pd (Ketua Peneliti)

Eka Khairani Hasibuan, M.Pd (Anggota)

Putri Anggi Lubis (Anggota)

FAKULTAS ILMU TARBIYAH DAN KEGURUAN

UNIVERSITAS ISLAM NEGERI

SUMATERA UTARA

MEDAN

2023

HALAMAN PENGESAHAN

1. Judul Penelitian : Pengaruh Model Pembelajaran *Project Based Learning* terhadap Kemampuan Pemecahan Masalah Mahasiswa
2. Kluster Penelitian : Penelitian Dasar Pengembangan Prodi
3. Bidang Keilmuan : Pendidikan Matematika
4. Kategori : Kelompok
5. Nama Peneliti : Lisa Dwi Afri, M.Pd
Eka Khairani Hasibuan, M.Pd
Putri Anggi Lubis
6. ID Sinta Ketua : 6733480
7. Program Studi : Pendidikan Matematika
8. Waktu Penelitian : 5 April 2023 s/d 30 Agustus 2023
9. Lokasi Penelitian : Prodi PMM FITK UIN Sumatera Utara Medan
10. Biaya Penelitian : Rp 20.000.000

Disahkan Oleh :
Ketua Umum Penjamin Mutu
Fakultas Ilmu Tarbiyah dan Keguruan
UIN Sumatera Utara Medan

Medan, September 2023
Peneliti



Dr. Ali Imran Sinaga, M.Ag
NIP. 19690907 199403 1 004



Lisa Dwi Afri, MPd
NIP.19890512 201801 2 003

SURAT PERNYATAAN BEBAS PLAGIASI

Yang bertanda tangan di bawah ini :

Nama : Lisa Dwi Afri, M.Pd

Jabatan : Lektor

Unit Kerja : UIN Sumatera Utara Medan

Alamat : Perumahan Jatian Residence no 1, Jl. Jatian, Dusun 1
kamboja, Laut Dendang, Kec Percut Sei Tuan

Dengan ini menyatakan bahwa :

1. Judul penelitian “ **Pengaruh Model Pembelajaran *Project Based Learning* terhadap Kemampuan Pemecahan Masalah Mahasiswa**” merupakan karya orisinal saya.
2. Jika dikemudian hari ditemukan fakta bahwa judul, hasil atau bagian dari laporan penelitian saya merupakan karya orang lain dan atau plagiasi, maka saya akan bertanggungjawab untuk mengembalikan 100 % dana hibah penelitian yang telah saya terima, dan siap mendapatkan sanksi sesuai dengan ketentuan yang berlaku.

Demikian pernyataan ini dibuat untuk digunakan sebagaimana mestinya.

Medan, September 2023



Lisa Dwi Afri, M.Pd
NIP.19890512 201801 2 003

ABSTRAK

Adapun yang menjadi latar belakang masalah dalam penelitian ini yaitu hasil penelitian terdahulu dan hasil observasi peneliti sebelumnya yang menunjukkan kemampuan pemecahan masalah mahasiswa masih rendah. Kemampuan pemecahan masalah adalah kemampuan mahasiswa dalam menyelesaikan masalah. Rendahnya kemampuan pemecahan masalah ini disebabkan oleh model pembelajaran yang diterapkan oleh dosen masih berpusat kepada dosen. Berdasarkan permasalahan tersebut, adapun upaya untuk mengatasinya yaitu dengan menerapkan *project based learning*. *Project Based Learning (PjBL)* adalah model pembelajaran yang menggunakan proyek sebagai dasar awal bagi mahasiswa untuk membangun pengetahuan yang baru. Populasi dalam penelitian ini adalah seluruh mahasiswa prodi pendidikan matematika FITK UIN Sumatera Utara Medan dan sampel dalam penelitian ini adalah mahasiswa prodi pendidikan matematika semester IV pada mata kuliah metode numerik dengan mengambil dua kelas secara acak sebagai kelas eksperimen dan kelas kontrol. Teknik pengumpulan data dalam penelitian ini dengan menggunakan soal tes yaitu soal tes kemampuan pemecahan masalah matematis (*pre test* dan *post test*). Data yang sudah dikumpulkan selanjutnya dianalisis dan dilakukan pengujian hipotesis dengan menggunakan uji-t. Hasil *pre test* kemampuan pemecahan masalah diperoleh pada kelas eksperimen dengan nilai minimum 18, nilai maksimum 26, rata-rata 22,5385 dan standar deviasi 2,3703 dan pada kelas kontrol dengan nilai minimum 18 nilai maksimum 26, nilai rata-rata 22,6667 dan standar deviasi 1,6441. Hasil *post test* kemampuan pemecahan masalah pada kelas eksperimen diperoleh nilai minimum 28, nilai maksimum 38, rata-rata 33,92 dan standar deviasi 2,965 dan pada kelas kontrol diperoleh nilai minimum 22, nilai maksimum 32, rata-rata 27,41 dan standar deviasi 2,763. Hasil pengujian terhadap hipotesis diperoleh nilai signifikansi (*Sig 2-tailed*) yaitu 0,000 lebih kecil dari taraf signifikansi 0,05, sehingga dapat disimpulkan H_a diterima dan H_o ditolak. Terdapat pengaruh model pembelajaran *project based learning* terhadap kemampuan pemecahan masalah mahasiswa.

Kata Kunci: Pemecahan Masalah, *Project Based Learning*

KATA PENGANTAR

Puji dan syukur penulis panjatkan kehadirat Allah SWT yang telah melimpahkan rahmat dan hidayah-Nya kepada penulis, sehingga dapat menyelesaikan penulisan laporan akhir penelitian dosen dengan judul ***“Pengaruh Model Pembelajaran Project Based Learning Terhadap Kemampuan Pemecahan Masalah Mahasiswa”***. Shalawat dan salam penulis sanjungkan kepada Nabi Muhammad SAW sebagai pembawa risalah ummat.

Laporan akhir ini ditulis dan diajukan untuk memenuhi salah satu kewajiban tri dharma Perguruan Tinggi yaitu bidang penelitian. Terima kasih dan penghargaan khususnya penulis sampaikan kepada:

1. Dekan Fakultas Ilmu Tarbiyah dan Keguruan UIN Sumatera Utara Medan yang telah memberikan izin dan kesempatan kepada penulis untuk melakukan penelitian di sekolah.
2. Ketua Prodi Pendidikan Matematika yang telah memberikan arahan dan masukan kepada penulis dalam menyelesaikan laporan penelitian ini.
3. Dosen-dosen prodi Pendidikan Matematika Fakultas Ilmu Tarbiyah dan Keguruan UIN Sumatera Utara Medan yang telah memberikan bantuan serta saran-saran kepada penulis ketika melaksanakan penelitian.
4. Seluruh pihak yang telah membantu pelaksanaan program kegiatan penelitian ini yang tidak disebut satu per satu.

Dengan segala kekurangan dan keterbatasan, penulis berharap semoga laporan penelitian ini dapat memberikan sumbangan dan manfaat bagi para pembaca, sehingga dapat memperkaya khasanah penelitian sebelumnya, dan dapat memberi inspirasi untuk penelitian lebih lanjut.

Medan, 13 September 2023

Peneliti



Lisa Dwi Afri, M.Pd
NIP.19890512 201801 2 003

DAFTAR ISI

HALAMAN PENGESAHAN.....	ii
SURAT PERNYATAAN BEBAS PLAGIASI.....	iii
ABSTRAK.....	iv
KATA PENGANTAR.....	v
DAFTAR ISI.....	vi
DAFTAR TABEL.....	viii
DAFTAR GAMBAR	ix
BAB I PENDAHULUAN.....	1
1.1. Latar Belakang Masalah.....	1
1.2. Identifikasi Masalah.....	4
1.3. Rumusan Masalah.....	4
1.4. Tujuan Penelitian.....	4
1.5. Manfaat Penelitian.....	4
BAB II TINJAUAN PUSTAKA	6
2.1. Kemampuan Pemecahan Masalah.....	6
2.2. Pembelajaran <i>Project Based Learning</i>	7
2.3. Pembelajaran Langsung.....	15
2.4. Materi Metode Numerik.....	20
2.5. Penelitian yang Relevan.....	56
2.6. Hipotesis Penelitian.....	57
BAB III METODE PENELITIAN.....	58
3.1. Renstra Penelitian.....	58
3.2. Peta Jalan Penelitian.....	58
3.3. Jenis Penelitian.....	60
3.4. Waktu dan Tempat Penelitian.....	60
3.5. Populasi dan Sampel Penelitian.....	60
3.6. Variabel Penelitian.....	61
3.7. Metode Peneltian.....	61
3.8. Instrumen Peneltian.....	61
3.9. Prosedur Penelitian.....	64
3.10. Teknik Analisa Data.....	66
BAB IV BIAYA DAN JADWAL PENELITIAN.....	69
4.1. Biaya Penelitian	69
4.2. Jadwal Penelitian.....	69
BAB V HASIL DAN PEMBAHASAN.....	70
5.1. Hasil Analisa Data.....	70
5.2. Pembahasan Hasil penelitian.....	77

5.3. Keterbatasan Hasil Penelitian.....	79
BAB VI KESIMPULAN DAN SARAN.....	80
6.1. Kesimpulan.....	80
6.2. Saran.....	80
DAFTAR PUSTAKA.....	82

DAFTAR TABEL

Tabel 2.1. Sintaks Pembelajaran Langsung.....	17
Tabel 3.1. Kisi-kisi Tes Kemampuan Pemecahan Masalah.....	62
Tabel 3.2. Pedoman Penskoran Tes Kemampuan Pemecahan Masalah	62
Tabel 4.1. Rincian Biaya Penelitian.....	69
Tabel 4.2. Jadwal Kegiatan Penelitian.....	69
Tabel 5.1. Hasil Pre Tes Kemampuan Pemecahan Masalah	71
Maahasiswa Kelas Eksperimen dan Kontrol	
Tabel 5.2. Hasil Post Tes Kemampuan Pemecahan Masalah	
Mahasiswa di Kelas Eksperimen dan Kontrol.....	72
Tabel 5.3. Hasil Uji Normalitas Kemampuan Pemecahan Masalah	
Mahasiswa Kelas Eksperimen dan Kelas Kontrol.....	74
Tabel 5.4. Hasil Uji Homogenitas Kemampuan Pemecahan Masalah	
Mahasiswa Kelas Eksperimen dan Kelas Kontrol.....	75
Tabel 5.5. Rangkuman Uji-t Kemampuan Pemecahan	
Masalah.....	76
Tabel 5.6. Rangkuman Hasil Pengujian Hipotesis Penelitian	
Kemampuan Pemecahan Masalah Mahasiswa.....	77

DAFTAR GAMBAR

Gambar 3.1. Peta Jalan Penelitian.....	59
Gambar 3.2. Prosedur Penelitian.....	65
Gambar 5.1. Diagram Batang Pre Tes Kemampuan Pemecahan Masalah Kelas Eksperimen dan Kelas Kontrol	71
Gambar 5.2. Diagram Batang Post Tes Kemampuan Pemecahan Masalah Kelas Eksperimen dan Kelas Kontrol.....	73

BAB I

PENDAHULUAN

1.1. Latar Belakang Masalah

Tujuan pendidikan pada tingkat perguruan tinggi adalah untuk menghasilkan sumber daya manusia yang memiliki kemampuan akademik dan profesional yang akan diterapkan dan dikembangkan dalam kehidupan bermasyarakat melalui kegiatan tri dharma perguruan tinggi. Salah satu bidang pada tri dharma perguruan tinggi yaitu bidang pendidikan. Menurut UU No.12 Tahun 2012 Pasal 1 Ayat 1 tentang Pendidikan Tinggi yaitu usaha sadar dan terencana untuk mewujudkan suasana belajar dan proses pembelajaran agar peserta didik secara aktif mengembangkan potensi dirinya untuk memiliki kekuatan spiritual keagamaan, pengendalian diri, kepribadian, kecerdasan, akhlak mulia, serta keterampilan yang diperlukan dirinya, masyarakat, bangsa, dan negara. Melalui kegiatan tri dharma bidang pendidikan diharapkan dapat meningkatkan kemampuan mahasiswa dalam menguasai suatu cabang ilmu/pengetahuan. Salah satu kemampuan yang harus dimiliki oleh mahasiswa adalah kemampuan memecahkan masalah.

Menurut Rahmawati dkk (2022) bahwa pemecahan masalah didefinisikan sebagai proses kegiatan aktif yang diadopsi oleh seseorang, termasuk metode, prosedur, dan strategi untuk memecahkan masalah sampai selesai dan memenuhi persyaratan. Pendapat lainnya terkait kemampuan pemecahan masalah dikemukakan oleh Layali dan Masri (2020) bahwa kemampuan pemecahan masalah merupakan proses mental tingkat tinggi dan memerlukan proses berpikir yang lebih kompleks. Dimana dengan belajar pemecahan masalah dalam proses pembelajaran, akan memungkinkan mahasiswa berpikir lebih kritis dalam menyelidiki masalah, sehingga menjadikan mahasiswa lebih baik dalam menanggapi dan menyelesaikan suatu permasalahan. Berdasarkan beberapa pendapat tersebut dapat dinyatakan bahwa kemampuan pemecahan masalah adalah kemampuan mahasiswa dalam menyelesaikan masalah non rutin hingga selesai dan memenuhi persyaratan dan memerlukan proses berpikir yang lebih kompleks.

Kemampuan pemecahan masalah merupakan kemampuan yang penting yang harus dikembangkan oleh mahasiswa khususnya mahasiswa

prodi Pendidikan Matematika sehingga diharapkan dengan mahasiswa mampu memecahkan masalah matematika dengan baik maka akan mampu menyelesaikan masalah dalam nyata setelah menempuh pendidikan formal (Amam, 2017). Hal yang sama juga dinyatakan oleh Dewi dkk (2020) bahwa jika mahasiswa mempunyai pemecahan masalah yang baik, mahasiswa akan mempunyai daya analitis yang baik pula untuk diterapkan dalam berbagai macam situasi. Jenis masalah yang dipandang memiliki potensi besar untuk mengembangkan kemampuan berpikir tingkat tinggi adalah masalah tidak rutin dan masalah terbuka. Pendapat lainnya menyatakan bahwa kemampuan pemecahan masalah menjadi salah satu tujuan pembelajaran matematika yang harus dicapai mahasiswa. dalam kehidupan sehari-hari secara sadar maupun tidak sadar, setiap hari kita dihadapkan dengan berbagai permasalahan yang menuntut kemampuan pemecahan masalah. Dengan pemecahan masalah mahasiswa akan belajar untuk menyusun strategi yang sesuai untuk menyelesaikan permasalahan yang mereka hadapi (Aliah, dkk : 2020).

Namun, berdasarkan hasil penelitian Albab dkk (2017) dari 25 mahasiswa yang menjawab soal, 10 mahasiswa menjawab salah dan argumen yang keliru, 10 mahasiswa telah menjawab sampai tahap memahami soal, dan hanya 5 mahasiswa sudah mulai memodelkan, itupun permodelannya tidak tepat. Sehingga secara keseluruhan mahasiswa belum mampu memodelkan pemecahan masalah dengan baik. Selanjutnya, hasil observasi peneliti dengan memberikan tes kemampuan pemecahan masalah kepada 27 orang mahasiswa prodi Pendidikan Matematika FITK UIN Sumatera Utara Medan, diperoleh data bahwa masih banyak mahasiswa mengalami kesulitan dalam menjawab tes kemampuan pemecahan masalah yang diberikan. Data secara kuantitatif menunjukkan dari 27 orang mahasiswa hanya 9 orang (33,33 %) mahasiswa yang dapat menjawab pertanyaan dari tes kemampuan pemecahan masalah dengan baik dan benar sedangkan 18 orang (66,67 %) mahasiswa lainnya masih belum dapat menyelesaikan masalah dengan benar. Hal ini menunjukkan bahwa kemampuan pemecahan masalah yang dimiliki oleh mahasiswa masih rendah.

Kemampuan pemecahan masalah mahasiswa yang masih rendah disebabkan oleh beberapa faktor salah satunya dosen masih kurang tepat memilih dan menggunakan model pembelajaran yang sesuai untuk melatih kemampuan pemecahan masalah mahasiswa. Sebagaimana yang dinyatakan

oleh Effendi bahwa rendahnya kemampuan pemecahan masalah mahasiswa mengindikasikan ada sesuatu yang belum optimal dalam proses pembelajaran matematika yang dilaksanakan selama ini, mahasiswa hanya menerima pembelajaran yang disampaikan oleh dosen tanpa adanya eksplorasi sehingga menyebabkan mahasiswa menjadi pasif dalam proses pembelajaran. Akibat proses pembelajaran seperti ini, kemampuan pemecahan masalah tidak dapat berkembang baik (Mariani dan Susanti, 2019). Berdasarkan hasil observasi dan wawancara dengan beberapa dosen prodi diperoleh beberapa fakta bahwa selama ini dosen masih menggunakan model pembelajaran langsung yang berpusat kepada dosen dalam hal penyampaian materi kuliah. Oleh karena itu, untuk meningkatkan kemampuan pemecahan masalah matematis mahasiswa perlu didukung oleh model pembelajaran yang tepat sehingga tujuan pembelajaran dapat tercapai (Sumartini, 2016).

Salah satu model pembelajaran yang tepat digunakan untuk mengatasi rendahnya kemampuan pemecahan masalah mahasiswa yaitu *project based learning*. *Project based learning* adalah pembelajaran yang memerlukan jangka waktu panjang, menitikberatkan pada aktifitas peserta didik untuk dapat memahami suatu konsep atau prinsip dengan melakukan investigasi secara mendalam tentang suatu masalah dan mencari solusi yang relevan serta diimplementasikan dalam pengerjaan proyek, sehingga peserta didik mengalami proses pembelajaran yang bermakna dengan membangun pengetahuannya sendiri (Nurfitriyanti, 2016). Selanjutnya, Rani dkk (2021) menyatakan bahwa pembelajaran *project based learning* merupakan investigasi mendalam tentang sebuah topik dunia nyata. Langkah-langkah pelaksanaan berbasis proyek adalah penentuan pertanyaan mendasar, menyusun perencanaan proyek, menyusun jadwal, monitoring, menguji hasil, dan evaluasi pengalaman.

Dalam pembelajaran *project based learning* mahasiswa belajar dalam situasi problem yang nyata, yang dapat melahirkan pengetahuan yang bersifat permanen dan mengorganisir proyek-proyek dalam pembelajaran. Selain itu, menurut Aryanti (2017) bahwa model *project-based learning* membuat mahasiswa lebih aktif untuk menggali berbagai informasi dan mengembangkan pengetahuan serta menghubungkan dengan kehidupan sehari-hari. Selanjutnya, mahasiswa akan menggunakan informasi yang diperoleh maka mahasiswa akan merencanakan strategi yang akan digunakan

dalam menyelesaikan masalah. Hal ini akan mempengaruhi kemampuan mahasiswa dalam menyelesaikan masalah.

Berdasarkan pernyataan di atas maka peneliti tertarik melakukan penelitian dengan judul **Pengaruh Model Pembelajaran *Project Based Learning* Terhadap Kemampuan Pemecahan Masalah Matematis Mahasiswa.**

1.2. Identifikasi Masalah

Berdasarkan rumusan masalah di atas maka adapun yang menjadi identifikasi masalah dalam penelitian ini adalah :

1. Kemampuan pemecahan masalah mahasiswa yang masih rendah.
2. Dosen masih kurang tepat memilih dan menggunakan model pembelajaran yang sesuai untuk melatih kemampuan pemecahan masalah mahasiswa.
3. Dosen masih menggunakan model pembelajaran langsung yang berpusat kepada dosen dalam hal penyampaian materi kuliah.

1.3. Rumusan Masalah

Berdasarkan latar belakang di atas maka rumusan masalah dalam penelitian ini yaitu :

1. Bagaimana kemampuan pemecahan masalah mahasiswa yang diajar dengan model pembelajaran *project based learning* ?
2. Apakah terdapat pengaruh model pembelajaran *project based learning* terhadap kemampuan pemecahan masalah mahasiswa?

1.4. Tujuan Penelitian

Berdasarkan rumusan masalah di atas maka tujuan penelitian ini yaitu :

1. untuk mengetahui kemampuan pemecahan masalah mahasiswa yang diajar dengan model pembelajaran *project based learning*.
2. untuk mengetahui pengaruh model pembelajaran *project based learning* terhadap kemampuan pemecahan masalah mahasiswa.

1.5. Manfaat Penelitian

Penelitian ini diharapkan dapat digunakan sebagai bahan masukan dalam dunia pendidikan untuk meningkatkan kualitas pembelajaran dan hasil belajar matematika. Berdasarkan tujuan penelitian di atas manfaat penelitian ini adalah:

1. Manfaat Teoritis

Secara teoritis temuan dalam penelitian ini diharapkan dapat menambah ilmu pengetahuan di bidang pendidikan matematika. Selain itu, hasil penelitian yang akan diperoleh dapat memberikan kontribusi terhadap perkembangan pembelajaran ke arah yang lebih baik.

2. Manfaat Praktis

- a. Bagi dosen dapat memberikan alternatif baru pada pembelajaran matematika untuk dikembangkan agar menjadi lebih baik dalam pelaksanaannya dengan cara memperbaiki kelemahan ataupun kekurangannya dan mengoptimalkan pelaksanaan yang telah dianggap baik, untuk mencapai tujuan pembelajaran sehingga dapat meningkatkan kualitas pembelajaran.
- b. Bagi mahasiswa dengan penerapan pembelajaran *project based learning* akan memberi pengalaman pembelajaran yang baru dan mendorong mahasiswa untuk meningkatkan kemampuan pemecahan masalah mahasiswa.
- c. Bagi peneliti selanjutnya penelitian ini dapat digunakan sebagai salah satu sumber referensi penelitian.

BAB II

TINJAUAN PUSTAKA

2.1. Kemampuan Pemecahan Masalah

Dalam kehidupan sehari-hari manusia tidak terlepas dari permasalahan yang harus diselesaikan. Oleh karena itu, dibutuhkan suatu kemampuan dalam pemecahan masalah.

2.1.1. Pengertian Kemampuan Pemecahan Masalah

Kemampuan pemecahan masalah adalah kemampuan mahasiswa untuk menyelesaikan suatu masalah yang tidak dapat diprediksi dan tidak rutin (Agustami, dkk: 2021). Mahasiswa dapat memahami masalah tersebut dan kemudian mengembangkan prosedur dalam menangani masalah tersebut untuk menentukan tujuan dari masalah yang kompleks dan tidak rutin. Selanjutnya, menurut Noor dan Nurlaila (2014) kemampuan pemecahan masalah merupakan kemampuan mahasiswa dalam menyelesaikan masalah matematika dengan memperhatikan proses menemukan jawaban berdasarkan langkah-langkah pemecahan masalah. Pendapat lainnya menyatakan bahwa kemampuan pemecahan. Selanjutnya, menurut Krulik dan Rudnik dalam Hendriana (2017) bahwa pemecahan masalah merupakan proses dimana individu menggunakan pengetahuan, keterampilan dan pemahaman yang telah diperoleh untuk menyelesaikan masalah pada situasi yang belum dikenalnya. Berdasarkan penjelasan di atas dapat disimpulkan bahwa kemampuan pemecahan masalah merupakan kemampuan seseorang untuk menyelesaikan masalah non rutin.

2.1.2. Indikator Kemampuan Pemecahan Masalah

Kemampuan pemecahan masalah dapat diukur melalui beberapa indikator. Sebagaimana yang dinyatakan oleh Hidayat dan Sariningsih (2018) bahwa indikator kemampuan pemecahan masalah matematik adalah menerapkan strategi menyelesaikan masalah diluar atau didalam matematika; menyelesaikan model matematika dan masalah nyata; menjelaskan dan menginterferensikan hasil; mengidentifikasi unsur yang diketahui, ditanyakan dan kecukupan unsur; membuat model matematika. Selanjutnya, menurut Mawaddah dan Annisah (2015) bahwa kemampuan pemecahan masalah dapat diukur meliputi memahami masalah yang meliputi kemampuan

mengidentifikasi unsur-unsur yang diketahui dan ditanyakan, membuat rencana pemecahan masalah, melaksanakan rencana pemecahan masalah dan menafsirkan solusi yang diperoleh. Selanjutnya menurut Polya dalam Hendriana dkk (2017) bahwa indikator kemampuan pemecahan masalah adalah : (a) memahami masalah; (b) mengaitkan unsur yang diketahui dan ditanyakan dan merumuskannya dalam bentuk model matematika masalah; (c) memilih strategi penyelesaian, mengelaborasi dan melaksanakan perhitungan atau menyelesaikan model matematika; (d) menginterpretasi hasil terhadap masalah semula dan memeriksa kembali kebenaran solusi. Indikator penelitian kemampuan pemecahan masalah yang digunakan dalam penelitian ini merujuk pada Polya yaitu memahami masalah, merencanakan penyelesaian masalah, menyelesaikan masalah dan memeriksa kembali.

2.1.3. Faktor Yang Mempengaruhi Kemampuan Pemecahan Masalah

Menurut Rambe dan Afri (2020), faktor-faktor yang mempengaruhi kemampuan pemecahan masalah terdiri dari empat faktor berikut ini. 1) pengalaman awal dimana pengalaman memecahkan masalah cerita atau pertanyaan aplikasi. Pengalaman awal, seperti ketakutan akan matematika, dapat mempengaruhi kemampuan mahasiswa untuk memecahkan masalah. 2) latar belakang matematika dimana kemampuan mahasiswa dalam memahami konsep matematika pada tingkat yang berbeda dapat menyelesaikan perbedaan kemampuan mahasiswa dalam memecahkan masalah. 3) Keinginan dan motivasi dimana dorongan yang kuat dari dalam (inside). Keyakinan saya “BISA” bertumbuh, atau pertumbuhan dari luar. Misalnya, mengajukan pertanyaan yang menarik, bermanfaat, dan kontekstual dapat memengaruhi hasil pemecahan masalah. 4) Struktur masalah dimana struktur masalah yang diberikan kepada mahasiswa (pemecah masalah), seperti kompleksitas (kesulitan masalah), konteks (biografi atau topik), masalah bahasa, atau pola masalah bersama, dapat mengganggu dengan mahasiswa. Kemampuan untuk memecahkan masalah.

2.2. Pembelajaran *Project Based Learning*

Berikut ini akan dijelaskan mengenai pengertian, langkah-langkah, kelebihan dan kekurangan pembelajaran *project based learning*.

2.2.1. Pengertian Model *Project Based Learning*

Model pembelajaran *Project Based Learning (PjBL)* adalah sebuah model pembelajaran yang memberikan kesempatan kepada mahasiswa untuk membuat suatu proyek yang dapat memecahkan permasalahan di kehidupan sehari-hari yang berhubungan dengan materi pembelajaran dan hasilnya berupa produk yang nyata (Andini dkk, 2022). Pendapat lainnya mengenai pembelajaran *Project Based Learning (PjBL)* atau Pembelajaran Berbasis Proyek merupakan tugas-tugas kompleks yang didasarkan pada pertanyaan-pertanyaan yang menantang atau permasalahan yang melibatkan para mahasiswa dalam desain, pemecahan masalah, pengambilan keputusan atau aktivitas investigasi; memberi peluang mahasiswa untuk bekerja secara otonomi dengan periode waktu yang lama; dan akhirnya menghasilkan produk-produk yang nyata atau presentasi-presentasi (Fitriana dkk, 2016). Surya dkk (2018) menyatakan bahwa model pembelajaran *Project Based Learning (PjBL)* merupakan model pembelajaran yang kegiatan belajar mengajarnya berbasis proyek. Kegiatan proyek yang dilakukan oleh mahasiswa tetap dengan bimbingan oleh dosen. Berdasarkan pendapat dari beberapa ahli di atas maka dapat disimpulkan bahwa model pembelajaran *Project Based Learning (PjBL)* adalah model pembelajaran yang menggunakan proyek sebagai dasar awal bagi mahasiswa untuk membangun pengetahuan yang baru.

2.2.2. Langkah-Langkah Model *Project Based Learning*

Langkah-langkah model pembelajaran *Project Based Learning (PjBL)* adalah penyajian permasalahan atau penentuan pertanyaan mendasar mengenai materi yang akan dibahas; mahasiswa mendesain atau menyusun perencanaan proyek; menyusun jadwal untuk pengumpulan hasil proyek; memonitor mahasiswa dan memantau kemajuan proyek; mahasiswa mengumpulkan hasil proyeknya; dan mengevaluasi hasil karya mahasiswa (Andini dkk, 2022). Selanjutnya, menurut Anggraini dan Wulandari (2021) bahwa langkah-langkah pembelajaran *Project Based Learning (PjBL)* yaitu : tahap 1 penentuan proyek, tahap 2 perencanaan langkah-langkah penyelesaian proyek, tahap 3 penyusunan jadwal pelaksanaan proyek, tahap 4 penyelesaian proyek dengan fasilitas dan monitoring dosen, tahap 5 penyusunan laporan dan presentasi/publikasi hasil proyek dan tahap 6 evaluasi proyek dan proyek hasil proyek. Langkah-langkah model

pembelajaran *Project Based Learning (PjBL)* menurut Badriah (2022) yaitu : (1) Penentuan pertanyaan mendasar; (2) Mendesain perencanaan proyek; (3) Menyusun jadwal; (4) Memonitor peserta didik dan kemajuan proyek; (5) Menguji hasil; (6) Mengevaluasi pengalaman.

Langkah-langkah pembelajaran dalam *project based learning* sebagaimana yang dikembangkan oleh *George Lucas Educational Foundation* dalam (Purnomo& Ilyas, 2019) terdiri dari:

1. *Start With the Essential Question*. Mulailah pelajaran dengan pertanyaan yang paling penting pertanyaan yang mungkin memberikan tugas untuk dapat dikerjakan mahasiswa. Dimulai dengan pemeriksaan menyeluruh, temayang sesuai dengan realitas dunia nyata yang dipilih.
2. *Design a Plan for the Project*. Kolaborasi antara dosen dan mahasiswa digunakan saat perencanaan. Oleh karena itu, diperkirakan bahwa mahasiswa akan merasa "dimiliki" oleh proyek tersebut.
3. *Create a Schedule*. Bersama-sama, dosen dan mahasiswa merencanakan kegiatan proyek. Kegiatan pada tahap ini termasuk: 1) menetapkan jadwal penyelesaian proyek, 2) menetapkan tenggat waktu untuk menyelesaikan proyek, 3) mahasiswa untuk merencanakan secara berbeda, 4) mengoreksi mereka ketika menemukan solusi yang tidak terkait dengan proyek, 5) dan meminta mereka menjelaskan metode pilihan mereka.
4. *Monitor the Students and the Progress of the Project*. Sepanjang proyek, dosen bertugas mengawasi bagaimana keadaan mahasiswa. Mahasiswa dibimbing melalui setiap langkah proses pemantauan. Dengan kata lain, dosen berfungsi sebagai mentor untuk kegiatan mahasiswa.
5. *Assess the Outcome*. Penilaian memiliki beberapa tujuan bagi dosen, termasuk membantu mereka dalam memilih strategi pembelajaran tambahan, memberikan umpan balik pada tingkat pemahaman yang telah dicapai mahasiswa, berpartisipasi dalam evaluasi kemajuan setiap mahasiswa, dan membantu mereka dalam menentukan standar keberhasilan.
6. *Evaluate the Experience*. Dosen dan mahasiswa mendiskusikan tindakan dan hasil proyek pada akhir proses pembelajaran. Baik individu maupun kelompok dapat berpartisipasi dalam proses refleksi. Mahasiswa harus

berbicara tentang pikiran, perasaan, dan pengalaman mereka terkait dengan proyek.

Agar mahasiswa merasa yakin bahwa mereka dapat menyelesaikan suatu proyek dan mendapatkan hasil yang diinginkan, itu harus dapat dikendalikan secara sistematis. Langkah-langkah untuk melaksanakan pembelajaran berbasis proyek adalah sebagai berikut, khususnya: (a) *arrange*, yang meliputi penentuan proyek yang akan dikerjakan, penetapan tujuan pembelajaran, dan pemilihan waktu yang paling efektif untuk menyelesaikan tugas, (b) *begin*, mulai mengerjakan proyek; (c) *change*, perubahan atau melakukan modifikasi yang diperlukan agar proyek yang dikerjakan menjadi lebih baik, dan (d) mendemonstrasikan, atau menunjukkan apa yang telah dicapai melalui presentasi. (Al-Tabany, 2014).

Berdasarkan penjelasan di atas disimpulkan langkah-langkah model pembelajaran berbasis proyek atau *project based learning* adalah sebagai berikut:

- 1) Dosen menyajikan permasalahan dalam bentuk pertanyaan yang mendorong mahasiswa untuk mencari solusi masalah tersebut dengan membuat proyek,
- 2) Mahasiswa melakukan perencanaan langkah-langkah penyelesaian proyek dan ketentuan serta peraturan dalam pembuatan proyek,
- 3) Dosen bersama mahasiswa menyusun jadwal aktivitas dalam menyelesaikan proyek,
- 4) Dosen memonitor aktivitas mahasiswa dalam melakukan tugas proyek mulai proses hingga penyelesaian proyek,
- 5) Mahasiswa mempresentasikan hasil proyek dan dosen membuat penilaian dari hasil proyek yang mahasiswa kerjakan, dan
- 6) Dosen dan mahasiswa melakukan refleksi terhadap aktivitas dan hasil tugas proyek, yang dapat dilakukan secara individu atau kelompok.

2.2.3. Sistem Sosial Model Pembelajaran *Project Based Learning* (PjBL)

Menurut Rahman dan Zulaeha (2015) sistem sosial yang dikembangkan dalam proses pembelajaran model *project based learning* (PjBL) adalah memberikan pilihan kepada mahasiswa tentang proyek yang sedang dikerjakan. Meskipun ada beberapa fleksibilitas, dosen tetap berfungsi sebagai pembimbing dan fasilitator bagi mahasiswa. Dosen juga mendorong

motivasi internal mahasiswa dengan berperan sebagai motivator eksternal. Dosen memposisikan diri kepada mahasiswa sebagai mitra belajar yang memiliki pemahaman, minat, dan latar belakang yang sama. Akibatnya, seiring berjalannya pembelajaran berlangsung, dosen dan mahasiswa berinteraksi satu sama lain.

Adapun menurut Yanti dkk (2018: 8) dalam model pembelajaran *project based learning* (PjBL) sistem sosial yang menyatakan peran dan hubungan antara dosen dan mahasiswa, yaitu:

1. Mahasiswa pro aktif dalam kegiatan belajarnya dengan suatu tugas proyek yang menambah kontribusi dalam aktivitas dan keterampilan serta kemampuan mahasiswa dalam kelompok belajarnya.
2. Dosen berperan sebagai pembimbing, penasihat dan mediator dalam proses pembelajaran, dengan adanya suatu tugas proyek dalam upaya peningkatan keterampilan mahasiswa pada pekerjaan tugas proyek dan keterampilan komunikasi kelompok maupun individu.

Sistem sosial dalam model pembelajaran *projects based learning* (PjBL) dapat disimpulkan dari penjelasan di atas sebagai suatu proses pembelajaran dimana kegiatan di dalam kelas akan berpusat pada mahasiswa menghasilkan produk atau bekerja baik secara individu maupun kelompok. Dosen kemudian membantu mahasiswa memilih tema dan membimbing mereka melalui langkah-langkah penyelesaian proyek selanjutnya.

2.2.4. Sistem Pendukung Model Pembelajaran *Project Based Learning* (PjBL)

Menurut Johar & Hanum (2016) bahwa tempat, sumber daya, dan peralatan yang diperlukan untuk mempraktikkan model pembelajaran adalah bagian dari sistem pendukung. *Setting* ruang kelas, taktik pembelajaran, sumber belajar, dan perangkat pembelajaran adalah beberapa contoh sistem pendukung model pembelajaran. Sistem pendukung model pembelajaran berbasis proyek atau *project based learning* (PjBL) adalah sebagai berikut:

1. Perangkat pembelajaran yang mengacu pada model pembelajaran *project based learning* (PjBL) yaitu: Rencana Pelaksanaan Pembelajaran (RPP), dan instrumen penilaian keterampilan matematis

seperti keterampilan dalam penelitian ataupun keterampilan komunikasi mahasiswa saat proses pembelajaran.

2. Bahan ajar sebagai referensi menjawab lembar kerja mahasiswa atau LKS.
3. Tempat proses pembelajaran yang nyaman atau *setting* kelas.
4. Diperlukan komputer atau laptop atau fasilitas belajar lainnya untuk mengembangkan pemahaman mahasiswa dalam pembelajaran. (Yanti dkk, 2018).

Menurut penjelasan di atas, sistem pendukung terdiri dari semua sumber daya, peralatan, dan fasilitas yang diperlukan untuk menjamin terselenggaranya pembelajaran seefektif mungkin. Diperlukan elemen pendukung seperti LCD, papan tulis, meja, dan kursi, antara lain untuk mendukung terselenggaranya proses pembelajaran dalam model *project based learning* (PjBL). Rencana Pelaksanaan Pembelajaran (RPP), Lembar Kerja Mahasiswa (LKS), dan formulir evaluasi bagi mahasiswa merupakan persyaratan tambahan.

2.2.5. Prinsip Reaksi Model Pembelajaran *Project Based Learning* (PjBL)

Prinsip reaksi menentukan bagaimana pendidik atau dosen perlu memperhatikan, menangani, dan bereaksi terhadap mahasiswa. Prinsip reaksi berkaitan dengan peran dosen dalam pembelajaran. Dosen berperan dalam mengarahkan dan mengevaluasi proses penyusunan proyek sebagai reaksi alternatif terhadap masalah yang semakin meningkat yang dijabarkan dalam pertanyaan mendasar dalam pembelajaran matematika berbasis proyek atau dikenal dengan model pembelajaran *project based learning* (PjBL). Selain itu, dosen memimpin kelas dalam kegiatan diskusi sambil mengerjakan proyek berdasarkan tingkat berpikir masing-masing mahasiswa. Dosen juga mendorong kemampuan komunikasi mahasiswa melalui umpan balik memberikan komentar tentang pekerjaan mereka. Dosen juga memiliki peran penting dalam evaluasi pengalaman belajar dan kegiatan refleksi pada proses pembelajaran. Dosen harus mampu memotivasi mahasiswa sehingga mereka memperoleh nilai dari pengalaman mengerjakan proyek mereka sendiri. Selama sepuluh pembelajaran tematik terpadu berbasis proyek di sekolah, dosen berperan mengevaluasi dan membimbing mahasiswa melalui proses pembelajaran. (Aliyah, 2017:).

Adapun pada model pembelajaran *project based learning* (PjBL) prinsip reaksi dosen sebaiknya sebagai berikut:

1. Dosen mengingatkan mahasiswa untuk selalu menyelesaikan tugas proyek sesuai dengan rancangan pembelajaran yang dilaksanakan.
2. Pada setiap tahap proses pembelajaran, dosen memberikan arahan tentang indikator keterampilan matematika mahasiswa, seperti kemampuan mahasiswa untuk mengerjakan proyek dan berkomunikasi secara efektif.
3. Dosen memberikan kesempatan kepada mahasiswa untuk bertanya, berdebat, dan memberikan kritik sebagai bagian dari proses pembelajaran. (Yanti dkk, 2018).

Berdasarkan beberapa pendapat disimpulkan bahwa prinsip reaksi pada model ini dosen berfungsi sebagai fasilitator dan pembimbing mahasiswa dalam proses pengajaran *project based learning* (PjBL) jika menemui tantangan selama proses pembelajaran. Jika ada mahasiswa yang membutuhkan bantuan atau penjelasan, dosen berikan pengarahan. Dosen kemudian akan membantu mahasiswa dalam mempresentasikan karya atau produk mereka di depan kelas.

2.2.6. Dampak Instruksional Dan Pengiring Model Pembelajaran *Project Based Learning* (PjBL)

Dampak instruksional dari model pembelajaran *project based learning* (PjBL) dapat meningkatkan *visual literacy skill* mahasiswa. *Visual literacy skill* mahasiswa merupakan kemampuan dasar mahasiswa dalam mengembangkan media visual yang merupakan dampak instruksional dari implementasi model pembelajaran *project based learning* (PjBL). Dampak tidak langsung yang diperoleh melalui implementasi model *project based learning* (PjBL) merupakan dampak pengiring, yang diantaranya adalah kejujuran, *self regulated*, penyesuaian batas waktu, kreativitas, dan inovatif. (Hamsia dkk, 2022).

Ketika suatu model pembelajaran dapat berkembang dan mencapai tujuan utama sebagai pengaruh instruksional pada pembelajaran selama pelaksanaannya, itu adalah salah satu indikasi bahwa itu efektif. Kemampuan matematika mahasiswa dalam tugas proyek dan keterampilan komunikasi mereka selama proses pembelajaran keduanya meningkat sebagai hasil dari paradigma pembelajaran pembelajaran berbasis proyek

(PjBL). Hasil belajar lainnya dikenal sebagai dampak pengiring dihasilkan sebagai hasil dari proses belajar mandiri mahasiswa. Berikut adalah dampak tambahan atau pengiring dari model pembelajaran berbasis proyek atau *project based learning* (PjBL):

1. Respon mahasiswa terhadap setiap proses pembelajaran yang positif.
2. Terjadinya interaksi sosial yang mampu mengembangkan keterampilan sosial mahasiswa selama proses pembelajaran matematika serta kemampuan komunikasi dan berpikir kritisnya selama mengerjakan tugas proyek.
3. Mahasiswa mampu membangun pemahaman konsep yang ditinjau dari multi representasi mahasiswa. (Yanti dkk, 2018).

Sehingga dapat disimpulkan bahwa dampak instruksional setelah melaksanakan pembelajaran model *project based learning* (PjBL) fakta bahwa anak-anak lebih tertarik dan bersemangat untuk belajar. Sedangkan dampak pengiring adalah percaya diri dalam menyelesaikan tugas sendiri atau kelompok, mahasiswa juga lebih orisinal dalam menyalurkan pemikirannya, lebih kompak dengan teman sekelasnya, dan lebih ingin belajar.

2.2.7. Kelebihan dan Kekurangan Model *Project Based Learning*

Menurut Almuzir (2022) bahwa pembelajaran berbasis proyek (*Project Based Learning*) memiliki kelebihan dan kekurangan dalam pelaksanaan pembelajarannya. Adapun kelebihan dari pembelajaran berbasis proyek (*Project Based Learning*) antara lain: (1) Meningkatkan motivasi, dimana mahasiswa tekun dan berusaha keras dalam mencapai proyek dan merasa bahwa belajar dalam proyek lebih menyenangkan dari pada komponen kurikulum lain; (2) Meningkatkan kemampuan pemecahan masalah, dari berbagai sumber yang mendeskripsikan lingkungan belajar berbasis proyek membuat mahasiswa menjadi lebih aktif dan berhasil memecahkan problem kompleks, (3) Meningkatkan kolaborasi, pentingnya kerja kelompok dalam proyek memerlukan mahasiswa untuk mengembangkan dan mempraktikkan keterampilan komunikasi; (4) Meningkatkan keterampilan mengelola sumber, bila diimplementasikan secara baik maka mahasiswa akan belajar dan praktik dalam mengorganisasi proyek, membuat alokasi waktu dan sumber-sumber lain seperti perlengkapan untuk menyelesaikan tugas, (5) Meningkatkan ketrampilan mahasiswa dalam mengelola sumber belajar, (6) Mendorong mahasiswa untuk mengembangkan dan mempraktikkan keterampilan komunikasi; (7)

Menyediakan pengalaman belajar yang melibatkan mahasiswa kompleks dan dirancang untuk berkembang sesuai dunia nyata, (8) Membuat suasana belajar menjadi menyenangkan, sehingga mahasiswa maupun pendidik menikmati proses pembelajaran; dan (8) Membuat suasana belajar menjadi menyenangkan, sehingga mahasiswa maupun pendidik menikmati proses pembelajaran.

Kelemahan pembelajaran berbasis proyek (*Project based learning*) adalah: 1) Membutuhkan banyak waktu untuk menyelesaikan masalah dan menghasilkan produk. 2) Membutuhkan biaya yang cukup. 3) Membutuhkan dosen yang terampil dan mau belajar. 4) Membutuhkan fasilitas, peralatan, dan bahan yang memadai. 5) Tidak sesuai untuk mahasiswa yang mudah menyerah dan tidak memiliki pengetahuan serta ketrampilan yang dibutuhkan 6) Kesulitan melibatkan semua mahasiswa dalam kerja kelompok.

2.3. Pembelajaran Langsung

Berikut ini akan dibahas mengenai definisi, ciri-ciri, langkah-langkah pelaksanaan serta kelebihan dan kekurangan pembelajaran langsung.

2.3.1. Pengertian Pembelajaran Langsung

Pembelajaran langsung merupakan salah satu jenis pembelajaran yang paling sering digunakan oleh dosen-dosen di kampus. Walaupun pembelajaran langsung sering mendapat kritikan dari para ahli pendidikan namun tetap saja pembelajaran ini sering diterapkan di sekolah. Hal ini disebabkan karena pembelajaran langsung mudah diterapkan dan menghemat waktu pembelajaran.

Pembelajaran langsung adalah suatu pembelajaran yang bersifat berpusat pada dosen (*teacher center*) atau pembelajaran yang menekankan pada dominasi dosen (Riyanto, 2015). Pembelajaran ini sering juga disebut dengan pembelajaran yang berpusat pada dosen. Menurut Arends (2013) pembelajaran langsung adalah pembelajaran yang digunakan untuk membantu mahasiswa mempelajari pengetahuan dasar yang dapat diajarkan secara langkah demi langkah. Pengetahuan dasar berupa pengetahuan konseptual. Hal tersebut juga disampaikan oleh Eggen dan Kauchak (2012) bahwa pembelajaran langsung merupakan suatu pembelajaran yang dirancang untuk mengerjakan pengetahuan dan kemampuan dasar yang dibutuhkan mahasiswa untuk pembelajaran selanjutnya. Pengetahuan yang

bersifat informasi akan lebih efektif jika disampaikan dengan cara pembelajaran langsung.

Selanjutnya, Trianto (2017) juga menyatakan bahwa pembelajaran langsung merupakan salah satu pembelajaran yang dirancang khusus untuk menunjang proses belajar mahasiswa yang berkaitan dengan pengetahuan deklaratif dan pengetahuan prosedural yang terstruktur dengan baik yang dapat diajarkan dengan pola kegiatan yang bertahap selangkah demi selangkah. Jadi, berdasarkan beberapa pendapat ahli di atas maka dapat disimpulkan bahwa pembelajaran langsung adalah pembelajaran yang berpusat pada dosen yang dirancang untuk membantu mahasiswa belajar pengetahuan dasar dengan cara bertahap.

2.3.2. Ciri-ciri Pembelajaran Langsung

Ciri-ciri pembelajaran langsung menurut Kadir dan Nur (dalam Trianto, 2017) adalah sebagai berikut:

- 1) Adanya tujuan pembelajaran dan pengaruh model pada mahasiswa termasuk prosedur penilaian belajar.
- 2) Adanya sintaks atau pola keseluruhan dan alur kegiatan pembelajaran.
- 3) Sistem pengelolaan dan lingkungan belajar model yang diperlukan agar kegiatan pembelajaran tertentu dapat berlangsung dengan berhasil.

2.3.3. Tujuan Pembelajaran Langsung

Pembelajaran langsung pada umumnya dirancang dengan tujuan untuk mengefisienkan materi ajar agar sesuai dengan waktu yang diberikan dalam suatu periode tertentu. Selain itu, pembelajaran langsung juga bertujuan untuk mengembangkan pengetahuan deklaratif dan pengetahuan prosedural mahasiswa (Trianto, 2017). Pengetahuan deklaratif yaitu pengetahuan tentang sesuatu yang dapat diungkapkan dengan kata-kata misalnya menghafal hukum atau rumus tertentu dalam bidang studi matematika, fisika kimia.

Sedangkan, pengetahuan prosedural yaitu pengetahuan tentang bagaimana melakukan sesuatu, misalnya bagaimana cara menggunakan mikroskop, dan bagaimana melakukan suatu eksperimen. Pengetahuan prosedural memerlukan penguasaan pengetahuan prasyarat yang berupa pengetahuan deklaratif. Para dosen selalu menghendaki agar mahasiswa-mahasiswa memperoleh kedua macam pengetahuan tersebut, agar mereka

dapat melakukan suatu kegiatan dan melakukan segala sesuatu dengan berhasil.

2.3.4. Sintaks atau Alur Kegiatan Pembelajaran

Pembelajaran langsung menurut Kardi (dalam Trianto, 2017) dapat berbentuk ceramah, demonstrasi, pelatihan atau praktik, dan kerja kelompok. Dosen mengawali proses pembelajaran dengan penjelasan tentang tujuan dan latar belakang pembelajaran, serta mempersiapkan mahasiswa untuk menerima penjelasan dosen kemudian dosen mentransformasikan pelajaran secara langsung. Sintaks pembelajaran langsung terdiri atas 5 langkah. Adapun sintaks pembelajaran berbasis masalah adalah sebagai berikut.

Tabel 2.1. Sintaks Pembelajaran Langsung

Fase	LANGKAH	KEGIATAN DOSEN
1.	Menyampaikan tujuan dan mempersiapkan mahasiswa	Dosen menjelaskan TPK, informasi latar belakang pentingnya pelajaran, mempersiapkan mahasiswa untuk belajar.
2.	Mendemonstrasikan pengetahuan dan keterampilan	Dosen mendemonstrasikan keterampilan dengan benar, atau menyajikan informasi tahap demi tahap
3.	Membimbing pelatihan	Dosen merencanakan dan memberi bimbingan pelatihan awal
4.	Mengecek pemahaman dan memberikan umpan balik	Mengecek apakah mahasiswa telah berhasil melakukan tugas dengan baik, memberi umpan balik
5.	Memberikan kesempatan untuk pelatihan dan penerapan.	Dosen mempersiapkan kesempatan melakukan pelatihan lanjutan, dengan perhatian khusus pada penerapan kepada situasi lebih kompleks.

Sumber: Trianto (2017:43)

2.3.5. Lingkungan Belajar dan Sistem Pengelolaan

Pembelajaran langsung memerlukan perencanaan dan pelaksanaan yang sangat hati-hati bagi pihak dosen. Agar berlangsung dengan efektif, pembelajaran langsung mensyaratkan tiap detail keterampilan atau isi didefinisikan secara saksama dan demonstrasi serta jadwal pelatihan direncanakan dan dilaksanakan secara saksama (Trianto, 2017).

Menurut Kardi dan Nur (dalam Trianto, 2017), meskipun tujuan pembelajaran dapat direncanakan bersama oleh dosen dan mahasiswa. Sistem pengelolaan pembelajaran yang dilakukan oleh dosen harus menjamin terjadinya keterlibatan mahasiswa, terutama memerhatikan, mendengarkan, dan resitasi (tanya jawab) yang terencana. Ini tidak berarti bahwa pembelajaran bersifat otoriter, dingin, dan tanpa humor. Namun, lingkungan harus berorientasi pada tugas dan memberi harapan tinggi agar mahasiswa mencapai hasil belajar yang baik..

2.3.6. Pelaksanaan Pembelajaran Langsung

Seperti halnya pada pembelajaran yang lain, pelaksanaan pembelajaran langsung memiliki langkah-langkah atau tindakan tertentu yang merupakan ciri khusus pengajaran langsung. Adapun ciri utama pelaksanaan pembelajaran langsung adalah sebagai berikut :

1. Tugas-Tugas Perencanaan

Adapun tugas perencanaan yang harus diterapkan oleh dosen untuk dapat melaksanakan pembelajaran langsung menurut Trianto (2017) yaitu sebagai berikut :

- a. Merumuskan tujuan dimana tujuan yang dirumuskan hendaknya berorientasi pada mahasiswa dan spesifik, mengandung uraian yang jelas tentang situasi penilaian dan mengandung tingkat ketercapaian kinerja yang diharapkan.
- b. Memilih isi dimana hendaknya dosen bisa memilih materi ajar yang mengacu pada GBPP kurikulum yang berlaku dan buku ajar tertentu.
- c. Melakukan analisis tugas sebagai alat yang digunakan untuk mengidentifikasi suatu keterampilan atau butir pengetahuan yang terstruktur dengan baik yang diajarkan oleh dosen.
- d. Merencanakan waktu dan ruang.

2. Langkah-Langkah Pembelajaran Langsung

Langkah-langkah pembelajaran langsung pada dasarnya mengikuti pola pembelajaran secara umum. Menurut Kardi dan Nur (dalam Trianto, 2017) langkah-langkah pembelajaran langsung mengikuti tahapan berikut:

- a. Menyampaikan tujuan dan menyiapkan mahasiswa.
- b. Menyampaikan tujuan.
- c. Menyiapkan mahasiswa.
- d. Persentasi dan demonstrasi.
- e. Mencapai kejelasan.
- f. Melakukan demonstrasi.
- g. Mencapai pemahaman dan penguasaan.
- i. Berlatih.
- j. Memberikan latihan terbimbing.
- k. Mengecek pemahaman dan memberikan umpan balik.

2.3.7. Kelebihan dan Kelemahan Pembelajaran Langsung.

Selanjutnya pembelajaran langsung menurut Sanjaya (2016) mempunyai beberapa kelemahan dan kelebihan. Adapun kelebihan dari pembelajaran langsung adalah:

- a) Melalui pembelajaran langsung dosen bisa mengontrol urutan dan keluasan materi pembelajaran, dengan demikian dia dapat mengetahui sampai sejauh mana mahasiswa menguasai bahan pelajaran yang telah disampaikan
- b) Pembelajaran langsung dianggap sangat efektif apabila materi pelajaran yang harus dikuasai mahasiswa cukup luas, sementara itu waktu yang dimiliki untuk belajar terbatas.
- c) Melalui pembelajaran langsung selain mahasiswa dapat mendengar melalui penuturan tentang suatu materi pelajaran, juga sekaligus mahasiswa dapat melihat melalui pelaksanaan demonstrasi.
- d) Pembelajaran langsung bisa digunakan untuk jumlah mahasiswa dan ukuran kelas besar.
- e) Dapat digunakan untuk menekankan poin-poin penting atau kesulitan-kesulitan yang mungkin dihadapi mahasiswa sehingga hal-hal tersebut dapat diungkapkan.
- f) Dapat menjadi cara yang efektif untuk mengajarkan informasi dan pengetahuan faktual yang terstruktur.

Selain mempunyai kelebihan, pembelajaran langsung juga mempunyai beberapa kelemahan. Adapun kelemahan-kelemahan daripada pembelajaran langsung adalah sebagai berikut:

- a) Pembelajaran langsung hanya dapat berlangsung dengan baik apabila mahasiswa memiliki kemampuan menyimak dan mendengar yang baik. Untuk mahasiswa yang tidak memiliki kemampuan seperti itu maka perlu digunakan pembelajaran yang lain.
- b) Pembelajaran langsung tidak dapat melayani perbedaan setiap mahasiswa baik perbedaan pengetahuan, minat, bakat, serta perbedaan gaya belajar.
- c) Karena pembelajaran langsung lebih banyak diberikan melalui ceramah maka akan sulit bagi mahasiswa untuk mengembangkan keterampilan sosial, hubungan interpersonal serta kemampuan berpikir kritis mahasiswa.
- d) Keberhasilan pembelajaran langsung sangat tergantung kepada apa yang dimiliki dosen seperti persiapan, pengetahuan, rasa percaya diri, semangat, antusiasme, motivasi dan juga kemampuan dosen dalam berkomunikasi dan kemampuan dosen mengelola kelas. Tanpa semua itu dapat dipastikan proses pembelajaran langsung tidak mungkin berhasil.
- e) Oleh karena gaya komunikasi pembelajaran langsung lebih banyak terjadi satu arah maka kesempatan untuk mengontrol pemahaman mahasiswa akan materi pembelajaran akan sangat terbatas pula.
- f) Komunikasi satu arah bisa mengakibatkan pengetahuan yang dimiliki mahasiswa akan terbatas pada apa yang diberikan.
- g) Pembelajaran langsung terbatas pada pengajaran keterampilan dasar dan informasi tingkat rendah dan tidak bisa digunakan untuk mencapai kemampuan dan keterampilan yang lebih tinggi.

2.4. Materi Metode Numerik

Adapun materi mengenai metode numerik secara ringkas yaitu sebagai berikut :

I. TEORI GALAT

Untuk menyelesaikan masalah biasanya dimulai dengan sebarang data awal kemudian dihitung, kemudian dengan langkah-langkah pengolahan tertentu dan akhirnya diperoleh suatu penyelesaian. Data numerik adalah suatu aproksimasi (pendekatan) yang benar sampai dua, tiga, atau lebih

bilangan. Kadang metode yang digunakan merupakan suatu aproksimasi. Menganalisis galat sangat penting di dalam perhitungan metode numerik. Semakin kecil galat nya maka semakin teliti solusi numerik yang didapatkan.

1. GALAT

Galat numerik adalah besaran yang merupakan selisih antara nilai hampiran dengan nilai eksak. Hubungan ini dirumuskan menjadi

$$E_{abs} = p - \bar{p}$$

Dimana,

E_{abs} = galat absolut (galat mutlak)

p = nilai sejati

\bar{p} = nilai hampiran terhadap nilai sejati p .

Jika tanda galat (positif atau negatif) tidak dipertimbangkan, maka galat mutlak dapat didefinisikan sebagai

$$|E_{abs}| = |p - \bar{p}|$$

Untuk mengatasi interpretasi nilai galat, maka galat harus dinormalkan terhadap nilai sejatinya. Sehingga dinamakan galat relatif. Karena galat dinormalkan terhadap nilai sejati, maka galat relatif tersebut dinamakan juga galat relatif sejati. Galat relatif juga merupakan galat absolut yang dibagi oleh nilai sejatinya, sehingga di definisikan sebagai berikut:

$$e_{rel} = \frac{p - \bar{p}}{p} = \frac{E_{abs}}{p}$$

dimana,

e_{rel} = Galat relatif

Dalam praktek kita tidak mengetahui nilai sejati p , karena itu galat e seringkali dinormalkan terhadap solusi hampiran nya, sehingga galat relatifnya dinamakan galat relatif hampiran. Galat relatif hampiran dapat di definisikan sebagai berikut:

$$e_{rel} = \frac{p - \bar{p}}{\bar{p}} = \frac{E_{abs}}{\bar{p}}$$

2. DEFENISI 2.2

Bilangan disebut mendekati p pada d digit yang signifikan bila d adalah bilangan bulat positif yang terbesar atau nol yang memenuhi:

$$e_{rel}(P) = \frac{|p - p^-|}{|p|} < \frac{10^{-d}}{2}, \bar{p} \neq 0$$

3. NILAI PENDEKATAN

Ada dua macam bilangan yaitu bilangan eksak dan bilangan aproksimasi (pendekatan). Contoh-contoh bilangan eksak adalah 1, 2, 3, ..., $\frac{1}{2}, \frac{3}{2}, e, \dots$ dan seterusnya. Bilangan-bilangan aproksima dinyatakan dengan bilangan yang mempunyai derajat ketelitian, jadi nilai aproksima dari 3,1416 atau pendekatan yang lebih baik dari adalah 3,14159265. Tetapi kita tidak dapat menulis secara eksak nilai dari π .

Selain itu, suatu bilangan dapat dinyatakan dalam bentuk decimal (bilangan dasar 10), binary (bilangan dasar 2) atau bentuk heksadesimal (bilangan dasar 16). Pada perhitungan numerik biasanya suatu bilangan tidak dapat dinyatakan dengan angka yang berhingga misalnya untuk pembagian $\frac{3}{2}$ bila dinyatakan dalam bentuk decimal atau bilangan 0,1 dalam bentuk heksadesimal tak berhingga. Bilangan irasional tidak dapat dinyatakan dengan bilangan berhingga dalam bentuk decimal. Bilangan seperti ini dapat dinyatakan dalam bentuk nilai pendekatan yaitu dengan menggunakan persisi tunggal atau ganda.

Keterangan

- Kurang dari 5 (setengah satuan) maka angka ke-n tidak berubah atau tetap.
- Lebih besar dari 5 (setengah satuan) maka angka ke-n bertambah satu.
- Tetap 5 (setengah bagian maka angka ke-n bertambah satu (satu satuan) bila angka ke-n ganjil yang lainnya tetap.
- Bilangan yang dibulatkan tersebut disebut teliti sampai n angka signifikan.

4. FLOATING POINT / TITIK KAMBANG

Floating Points adalah Suatu bilangan dinyatakan dengan sejumlah tetap angka bena. Bilangan titik Kambang a ditulis sebagai

$$A = \pm m \times b^{\pm p}$$

Dimana:

m = mantis (riil),

B = basis sistem bilangan yang dipakai (2, 8, 10, 16, dan sebagainya)

P = pangkat (berupa bilangan bulat tak negatif)

Bilangan floating point memiliki bentuk seperti: $4,341 \times 10^2$, $1,234 \times 10^{-2}$ yang semuanya terdiri dari 4 angka.

5. JENIS-JENIS GALAT

1. Galat Mutlak
2. Galat relative
3. Galat Pematangan
4. Galat Pembulatan
5. Galat bawaan
6. Blunder

II. AKAR PERSAMAAN

Persamaan nirlanjar merupakan konsep matematika yang sangat berarti dan kerap digunakan dalam bermacam bidang kehidupan. Memahami pemecahan persamaan nirlanjar bisa menolong kita dalam memecahkan permasalahan menganalisis informasi serta memaksimalkan hasil dalam berbagai situasi. situasi.

Ketiga contoh di atas memperlihatkan bentuk persamaan yang rumit/kompleks yang tidak dapat dipecahkan secara analitik (seperti persamaan kuadrat). Bila metode analitik tidak dapat menyelesaikan persamaan, maka kita masih bisa mencari solusinya dengan menggunakan metode numerik.

1. RUMUSAN MASALAH

Persoalan mencari solusi persamaan nirlanjar dapat dirumuskan secara singkat sebagai berikut: tentukan nilai x yang memenuhi persamaan:

$$F(x) = 0$$

Yaitu nilai $x = s$ sedemikian sehingga $f(s)$ sama dengan nol.

2. METODE PENCARIAN AKAR

1. Metode Tertutup

Metode pencarian akar dengan batas interval dan solusi konvergen dikenal sebagai metode tertutup. Karena metode ini selalu berhasil

menemukan akar sehingga memiliki selang $[a, b]$ yang dipastikan mengandung satu akar.

1.1 Metode Bagi Dua (*Bisection*)

Metode setengah interval merupakan metode yang paling mudah dan sederhana dibandingkan metode lainnya. Adapun sifat dari metode ini:

- 1) Konvergensi lambat
- 2) Caranya mudah
- 3) Tidak dapat digunakan mencari akar imajiner
- 4) Hanya dapat mencari satu akar dalam satu siklus

Misalkan kita telah menentukan selang $[a,b]$ sehingga $f(a)f(b) < 0$. Pada setiap kali lelaran, selang $[a,b]$ kita bagi dua di $x = c$, sehingga terdapat dua buah upaselang yang berukuran sama, yaitu selang $[a,c]$ dan $[c,b]$. selang yang diambil untuk lelaran berikutnya adalah upaselang yang memutar akar, bergantung pada apakah $f(a)f(c) < 0$ atau $f(c)f(b) < 0$.

Selang yang baru dibagi dua lagi dengan cara yang sama. Begitu seterusnya sampai ukuran selang yang baru sudah sangat kecil (lihat gambar 1.1.1) kondisi berhenti lelaran dapat dipilih salah satu dari tiga kriteria berikut:

- 1) Lebar selang baru: $|a-b| < \varepsilon$,
- 2) Nilai fungsi di hampiran akar: $f(c) = 0$
- 3) Galat relative hampira akar: $\left| \frac{(c_{baru} - c_{lama})}{c_{baru}} \right| < \delta$

Algoritma Bagi Dua (*Bisection*)

- 1) Definisikan fungsi $f(x)$ yang akan dicari akarnya
- 2) Tentukan nilai a dan b
- 3) Tentukan toleransi ε dan iterasi maksimum N
- 4) Hitung $f(a)$ dan $f(b)$
- 5) Jika $f(a).f(b) > 0$ maka proses diberhentikan karena tidak ada akar, bila tidak dilanjutkan
- 6) Hitung $x = \frac{a+b}{2}$
- 7) Hitung $f(x)$

- 8) Bila $f(x).f(a) < 0$ maka $b = x$ dan $f(b) = f(x)$, bila tidak $a = x$ dan $f(a) = f(x)$
- 9) Jika $|b - a| < e$ atau iterasi $>$ iterasi maksimum maka proses dihentikan dan didapatkan akar $= x$, dan bila tidak, ulangi langkah 6.
- 10)

1.2 Metode *Regula-Falsi*

Pada metode sebelumnya, atau metode iterasi fixed point selalu menemukan akar hanya saja kecepatan konvergensinya sangat lambat di bandingkan dengan metode *Regula-Falsi*. Sedangkan pada metode *Regula-Falsi* atau dapat disebut dengan dengan metode posisi palsu merupakan metode yang memanfaatkan nilai $f(a)$ dan $f(b)$. Metode ini dibuat dengan garis lurus yang menghubungkan titik $(a, f(a))$ dan $(b, f(b))$. Perpotongan garis tersebut disebut dengan sumbu- x . Garis lurus itu bisa menggantikan kurva $f(x)$ dan memberikan posisi palsu dari akar (Maharani, 2008).

Berdasarkan grafik di atas,

Gradien garis AB = gradien garis BC

$$\frac{f(b)-f(a)}{b-a} = \frac{f(b)-0}{b-x}$$

$$x = b - \frac{f(b)(b-a)}{f(b)-f(a)}$$

$$x = \frac{af(b)-bf(a)}{f(b)-f(a)}$$

Algoritma *Regula-Falsi*:

1. Defenisikan fungsi $f(x)$
2. Tentukan nilai a atau batas bawah dan b atau batas atas. Nilai $a < b$ dan $b > a$
3. Substitusikan nilai a ke $f(x)$ dan nilai b ke $f(x)$
4. Cari nilai x menggunakan rumus $x = \frac{af(b)-bf(a)}{f(b)-f(a)}$
5. Setelah dapat nilai x nya maka substitusikan ke $f(x)$
6. Jika nilai $f(x) = 0$ maka x merupakan akar
 $f(x) < 0$ maka akar antara x dan b (untuk melanjutkan iterasi maka ganti a dengan nilai x)

$f(x) > 0$ maka akar antara a dan x (untuk melanjutkan iterasi maka ganti b dengan nilai x)

7. Pada $f(x) = 0$ maka iterasi dihentikan. Sedangkan pada $f(x) < 0$ dan $f(x) > 0$ iterasi diulang hingga akar yang diinginkan.

2. Metode Terbuka

Tidak seperti pada metode tertutup, metode terbuka tidak memerlukan selang yang mengurung akar. Yang diperlukan hanya sebuah tebakan awal akar atau dua buah tebakan yang tidak perlu mengurung akar. Inilah alasan mengapa metodenya dinamakan metode terbuka. Hampiran akar sekarang didasarkan pada hampiran akar sebelumnya melalui prosedur lelaran. Kadangkala lelaran konvergen ke akar sejati, kadangkala ia divergen. Namun, apabila lelarannya konvergen, konvergensinya itu berlangsung sangat cepat dibandingkan dengan metode tertutup. Yang termasuk ke dalam metode terbuka:

2.1 Metode lelaran titik-tetap (*fixed-point iteration*)

Metode iterasi titik tetap disebut juga metode iterasi sederhana, metode langsung, atau metode substitusi beruntun. Metode iterasi titik tetap adalah metode yang memisahkan x dengan sebagian x yang lain sehingga diperoleh : $x = g(x)$. Kesederhanaan metode ini karena pembentukan prosedur iterasinya yang mudah dibentuk sebagai berikut :

- a. Ubah persamaan $f(x) = 0$ menjadi bentuk $x = g(x)$,
- b. Bentuk menjadi prosedur iterasi $x_{r+1} = g(x_r)$,
- c. Terka sebuah nilai awal x_0
- d. Hitung nilai x_1, x_2, x_3, \dots , yang konvergen ke suatu titik s , sedemikian sehingga $f(s) = 0$ dan $s = g(s)$.

Kondisi iterasi berhenti apabila $|x_{r+1} - x_r| < \epsilon$ atau bila menggunakan galat relative hampiran $\left| \frac{x_{r+1} - x_r}{x_{r+1}} \right| < \delta$ dengan ϵ dan δ ditetapkan sebelumnya.

Algoritma metode titik tetap:

- a) Ubahlah $f(x) = 0$ ke dalam bentuk $x = g(x)$.
- b) Tentukan sebuah nilai awal x_0 , toleransi, dan jumlah iterasi maksimum.
- c) Hitung $x_{r+1} = g(x_r)$.

- d) Untuk nilai awal x_0 , kita dapat hitung berturut-turut x_1, x_2, \dots dimana barisan x_1, x_2, \dots konvergen pada suatu titik s . Limit dari titik s adalah suatu titik tetap dari $g(x)$, yakni $s = g(s)$.
- e) Kondisi iterasi berhenti apabila $|x_{r+1} - x_r| < \varepsilon$ dengan ε telah ditetapkan sebelumnya.

2.2 Metode Newton Raphson

Newton Raphson ialah sebuah metode aproksimasi yang mengambil titik pertama serta melakukan pendekatan dengan dengan mempertimbangkan gradien dalam suatu titik. Dari seluruh metode pencarian akar, metode *Newton Raphson* ialah yang paling dikenal serta paling banyak digunakan dalam ilmu pengetahuan maupun teknologi. Metode tersebut sangat direkomendasikan sebab memiliki konvergensi tercepat dari metode yang lain.

Algoritma Newton Raphson:

1. Tentukan tebakan awal x_r
2. Carilah turunan dari $f(x)$ yakni $f'(x)$
3. Hitung nilai $f(x_r)$ dan $f'(x_r)$

$$x_r \rightarrow f(x) = f(x_r)$$

$$x_r \rightarrow f'(x) = f'(x_r)$$
4. Hitung nilai $x_{r+1} = x_r - \frac{f(x_r)}{f'(x_r)}$
5. Iterasi berhenti ketika $|x_{r+1} - x_r| = 0$

2.3 Metode Secant

Prosedur lelaran metode *Newton Raphson* memerlukan perhitungan turunan fungsi $f'(x)$. Sayangnya, tidak semua fungsi mudah dicari turunannya, terutama fungsi yang bentuknya rumit. Turunan fungsi dapat dihilangkan dengan cara menggantikan dengan bentuk yang ekuivalen. Memodifikasi metode *Newton Raphson* ini dinamakan *Metode Secant*.

Beberapa sifat dari metode secant:

1. Merupakan kombinasi antara *Metode Newton* dengan Metode Regulasi-Falsi
2. Tidak perlu mencari turunan fungsi $f'(x_n)$, ini sangat menguntungkan karena tidak semua fungsi mudah ditentukan turunannya.

Berdasarkan gambar 2.2, dapat kita hitung gradien

$$f'(x_r) = \frac{\Delta y}{\Delta x} = \frac{AC}{BC} = \frac{f(x_r) - f(x_{r-1})}{x_r - x_{r-1}}$$

Sulihkan ke dalam rumus *Newton Raphson*:

$$x_{r+1} = x_r - \frac{f(x)}{f'(x)}$$

Sehingga diperoleh

$$x_{r+1} = x_r - \frac{f(x_r)(x_r - x_{r-1})}{f(x) - f(x_{r-1})}$$

Yang merupakan prosedur leleran metode secant. Dalam hal ini, diperlukan dua buah tebakan awal akar, yaitu x_0 dan x_1 . Kondisi berhenti leleran adalah

bila $|x_{r+1} - x_r| < \varepsilon$ (galat mutlak) atau $\left| \frac{x_{r+1} - x_r}{x_{r+1}} \right| < \delta$ (galat hampiran)

Dengan ε dan δ adalah toleransi galat.

Algoritma Metode Secant:

1. Definisikan fungsi $f(x)$
2. Ambil range nilai $x = [a, b]$ dengan jumlah pembagian
3. Masukkan toleransi error (e) dan masukkan iterasi n
1. Gunkan algoritma tabel diperoleh titik pendekatan awal x_0 dan x_1 untuk setiap range yang diperkirakan terdapat akar dari:

$f(x_k) * f(x_{k+1}) < 0$ maka $x_0 = x_1$ dan $x_1 = x_0 + (b - a)/p$. Sebaiknya gunakan metode tabel atau grafis untuk menjamin titik pendekatannya adalah titik pendekatan yang konvergensinya pada akar persamaan yang diharapkan.

2. Hitung dan sebagai $f(x_0)$ dan $f(x_1)$
3. Untuk iterasi $I = I s/d n$ atau $|f(x_i)| \geq e$

$$x_{i+1} = x_i - y_i \frac{x_i - x_{i-1}}{y_i - y_{i-1}}$$

Hitung $y_{i+1} = f(x_{i+1})$

4. Akar persamaan adalah nilai x yang terakhir.

III. INTERPOLASI

Interpolasi adalah proses pencarian dan perhitungan nilai suatu fungsi yang grafiknya melewati sekumpulan titik yang diberikan. Titik-titik tersebut mungkin merupakan hasil eksperimen dalam sebuah percobaan, atau diperoleh dari sebuah fungsi yang diketahui. Fungsi interpolasi biasanya dipilih dari sekelompok fungsi tertentu, salah satunya adalah fungsi polinomial yang paling banyak dipakai.

3.1. Jenis-Jenis Interpolasi

1. Interpolasi Lanjar

Interpolasi lanjar adalah interpolasi dua buah titik dengan sebuah garis lurus. Misal diberikan dua buah titik, (x_0, y_0) dan (x_1, y_1) . Interpolasi yang menginterpolasi kedua titik itu adalah persamaan garis lurus yang berbentuk:

$$p_1(x) = a_0 + a_1x \text{ (P.1.1)}$$

Gambar 3 memperlihatkan garis lurus yang menginterpolasi titik-titik (x_0, y_0) dan (x_1, y_1) .

Koefisien a_0 dan a_1 dicari dengan proses penyulihan dan eliminasi. Dengan menyulihkan (x_0, y_0) dan (x_1, y_1) ke dalam persamaan (P.1.1), diperoleh dua buah persamaan lanjar:

$$y_0 = a_0 + a_1x_0$$

$$y_1 = a_0 + a_1x_1$$

Kedua persamaan ini diselesaikan dengan proses eliminasi, yang memberikan

$$a_1 = \frac{y_1 - y_0}{x_1 - x_0} \quad \text{(P.1.2)}$$

dan

$$a_0 = \frac{x_1y_0 - x_0y_1}{x_1 - x_0} \text{ (P.1.3)}$$

Sulihkankan (P.1.1) dan (P.1.2) ke dalam (P.1.3) untuk mendapatkan persamaan garis lurus:

$$p_1(x) = \frac{x_1 y_0 - x_0 y_1}{x_1 - x_0} + \frac{(y_1 - y_0)x}{(x_1 - x_0)} \quad (\text{P.1.4})$$

Dengan melakukan sedikit manipulasi aljabar, persamaan (P.1.4) ini dapat disusun menjadi

$$p_1(x) = y_0 + \frac{(y_1 - y_0)}{(x_1 - x_0)}(x - x_0) \quad (\text{P.1.5})$$

$$p_1(x) = \frac{x_1 y_0 - x_0 y_1}{x_1 - x_0} + \frac{(y_1 - y_0)x}{(x_1 - x_0)}$$

$$p_1(x) = \frac{x_1 y_0 - x_0 y_1 + x y_1 - x y_0}{x_1 - x_0}$$

$$p_1(x) = \frac{x_1 y_0 - x_0 y_1 + x y_1 - x y_0 + x_0 y_0 - x_0 y_1}{x_1 - x_0}$$

$$p_1(x) = \frac{(x_1 - x_0)y_0 + (y_1 - y_0)(x - x_0)}{x_1 - x_0}$$

$$p_1(x) = y_0 + \frac{(y_1 - y_0)}{(x_1 - x_0)}(x - x_0)$$

Persamaan (P.1.5) adalah persamaan garis lurus yang melalui dua buah titik, (x_0, y_0) dan (x_1, y_1) . Kurva interpolasi $p_1(x)$ ini adalah berupa garis lurus (Gambar 1.3).

2. Interpolasi Kuadratik

Misal diberikan tiga buah titik data, (x_0, y_0) , (x_1, y_1) , dan (x_2, y_2) . Interpolasi yang menginterpolasi ketiga buah titik itu adalah interpolasi kuadrat yang berbentuk:

$$p_2(x) = a_0 + a_1 x + a_2 x^2 \quad (\text{P.1.6})$$

Bila digambar, kurva interpolasi kuadrat berbentuk parabola (Gambar 1.4). Interpolasi $p_2(x)$ ditentukan dengan cara berikut:

- (a) sulihkan (x_i, y_i) ke dalam persamaan (P.1.6), $i = 0, 1, 2$. Dari sini diperoleh tiga buah persamaan dengan tiga buah parameter yang tidak diketahui, yaitu a_0 , a_1 , dan a_2 :

$$a_0 + a_1 x_0 + a_2 x_0^2 = y_0$$

$$a_0 + a_1x_1 + a_2x_1^2 = y_1$$

$$a_0 + a_1x_2 + a_2x_2^2 = y_2$$

(b) hitung a_0, a_1, a_2 dari sistem persamaan tersebut dengan metode eliminasi Gauss.

3. Interpolasi Kubik

Misal diberikan empat buah titik data, $(x_0, y_0), (x_1, y_1), (x_2, y_2),$ dan (x_3, y_3) . Interpolasi yang menginterpolasi keempat buah titik itu adalah interpolasi kubik yang berbentuk:

$$p_3(x) = a_0 + a_1x + a_2x^2 + a_3x^3 \quad (\text{P.1.7})$$

Polinom $p_3(x)$ ditentukan dengan cara berikut:

(a) sulihkan (x_i, y_i) ke dalam persamaan (P.5.9) , $i = 0, 1, 2, 3$. Dari sini diperoleh empat buah persamaan dengan empat buah parameter yang tidak diketahui, yaitu $a_0, a_1, a_2,$ dan a_3 :

$$a_0 + a_1x_0 + a_2x_0^2 + a_3x_0^3 = y_0$$

$$a_0 + a_1x_1 + a_2x_1^2 + a_3x_1^3 = y_1$$

$$a_0 + a_1x_2 + a_2x_2^2 + a_3x_2^3 = y_2$$

$$a_0 + a_1x_3 + a_2x_3^2 + a_3x_3^3 = y_3$$

(b) hitung $a_0, a_1, a_2,$ dan a_3 dari sistem persamaan tersebut dengan metode eliminasi Gauss.

Bila digambar, kurva interpolasi kubik adalah seperti Gambar 1.5.

Dengan cara yang sama kita dapat membuat interpolasi berderajat n untuk n yang lebih tinggi:

$$p_n(x) = a_0 + a_1x + a_2x^2 + \dots + a_nx^n$$

asalkan tersedia $(n+1)$ buah titik data. Dengan menyulihkan (x_i, y_i) ke dalam persamaan interpolasi di atas $y = p_n(x)$ untuk $i = 0, 1, 2, \dots, n$, akan diperoleh n buah sistem persamaan linier dalam $a_0, a_1, a_2, \dots, a_n,$

$$a_0 + a_1x_0 + a_2x_0^2 + \dots + a_nx_0^3 = y_0$$

$$a_0 + a_1x_1 + a_2x_1^2 + \dots + a_nx_1^3 = y_1$$

$$a_0 + a_1x_2 + a_2x_2^2 + \dots + a_nx_2^3 = y_2$$

$$a_0 + a_1x_n + a_2x_n^2 + \dots + a_nx_n^3 = y_n$$

Solusi sistem persamaan linier ini diperoleh dengan menggunakan metode eliminasi Gauss yang sudah anda pelajari.

Secara umum, penentuan polinom interpolasi dengan cara yang diuraikan di atas kurang disukai, karena sistem persamaan linier yang diperoleh ada kemungkinan berkondisi buruk, terutama untuk derajat interpolasi yang semakin tinggi.

Beberapa metode perhitungan polinom interpolasi telah ditemukan oleh para numerikawan tanpa menggunakan cara pendekatan di atas.

Beberapa diantaranya akan diberikan di sini, yaitu:

1. Polinom Lagrange
2. Polinom Newton
3. Polinom Newton-Gregory (kasus khusus dari polinom Newton)

Untuk sejumlah titik data yang diberikan, metode interpolasi yang berbeda-beda ini tetap menghasilkan interpolasi yang sama (unik), tetapi dalam bentuk yang berbeda satu sama lain, dan berbeda juga dalam jumlah komputasi yang dilibatkan. Keunikan interpolasi ini akan dibuktikan setelah kita sampai pada interpolasi Newton.

4. Interpolasi Lagrange

Tinjau kembali interpolasi linear pada persamaan (P.1.5):

$$p_1(x) = y_0 + \frac{(y_1 - y_0)}{(x_1 - x_0)}(x - x_0)$$

Persamaan ini dapat diatur kembali sedemikian rupa sehingga menjadi

$$p_1(x) = y_0 \frac{(x - x_1)}{(x_0 - x_1)} + y_1 \frac{(x - x_0)}{(x_1 - x_0)} \quad (P.1.8)$$

atau dapat dinyatakan dalam bentuk

$$p_1(x) = a_0L_0(x) + a_1L_1(x) \quad (P.1.9)$$

yang dalam hal ini

$$a_0 = y_0, \quad L_0(x) = \frac{(x-x_1)}{(x_0-x_1)}$$

dan

$$a_1 = y_1, \quad L_1(x) = \frac{(x-x_0)}{(x_1-x_0)}$$

Persamaan (1) dinamakan **interpolasi Langrange** derajat 1. Nama interpolasi ini diambil dari nama penemunya, yaitu Joseps Louis Langrange yang berkebangsaan Perancis.

Bentuk umum interpolasi Lagrange derajat $\leq n$ untuk $(n + 1)$ titik berbeda adalah

$$p_n(x) = \sum_{i=0}^n a_i L_i(x) = a_0 L_0(x) + a_1 L_1(x) + \dots + a_n L_n(x) \quad (\text{P.1.10})$$

yang dalam hal ini

$$a_i = y_i, \quad i = 0, 1, 2, \dots, n$$

dan

$$L_i(x) = \prod_{\substack{j=0 \\ j \neq i}}^n \frac{(x - x_j)}{(x_i - x_j)} = \frac{(x - x_0)(x - x_1) \dots (x - x_{i-1})(x - x_{i+1}) \dots (x - x_n)}{(x_i - x_0)(x_i - x_1) \dots (x_i - x_{i-1})(x_i - x_{i+1}) \dots (x_i - x_n)}$$

Mudah dibuktikan, bahwa :

$$L_i(x_j) = \begin{cases} 1 & i = j \\ 0 & i \neq j \end{cases}$$

dan polinom interpolasi $p_n(x)$ melalui setiap titik data.

Bukti:

Jika $i = j$, maka:

$$L_i(x_i) = \prod_{\substack{j=0 \\ j \neq i}}^n \frac{(x_i - x_j)}{(x_i - x_j)} = \frac{(x_i - x_0)(x_i - x_1) \dots (x_i - x_{i-1})(x_i - x_{i+1}) \dots (x_i - x_n)}{(x_i - x_0)(x_i - x_1) \dots (x_i - x_{i-1})(x_i - x_{i+1}) \dots (x_i - x_n)}$$

$$= 1 \quad (\text{karena penyebut} = \text{pembilang})$$

Jika $i \neq j$, maka:

$$\begin{aligned} L_i(x_j) &= \prod_{\substack{j=0 \\ j \neq i}}^n \frac{(x_j - x_i)}{(x_i - x_j)} \\ &= \frac{(x_j - x_0)(x_j - x_1) \dots (x_j - x_j)(x_j - x_{i-1})(x_j - x_{i+1}) \dots (x_j - x_n)}{(x_i - x_0)(x_i - x_1) \dots (x_i - x_j)(x_i - x_{i-1})(x_i - x_{i+1}) \dots (x_i - x_n)} \\ &= \frac{0}{(x_i - x_0)(x_i - x_1) \dots (x_i - x_j) \dots (x_i - x_{i-1})(x_i - x_{i+1}) \dots (x_i - x_n)} \\ &= 0 \quad (\text{karena pembilang} = 0, \text{ yaitu } (x_j - x_j) = 0) \end{aligned}$$

Akibatnya,

$$\begin{aligned} p_n(x_0) &= L_0(x_0)y_0 + L_1(x_0)y_1 + L_2(x_0)y_2 + \dots + L_n(x_0)y_n \\ &= 1 \cdot y_0 + 0 \cdot y_1 + 0 \cdot y_2 + \dots + 0 \cdot y_n \\ &= y_0 \\ p_n(x_1) &= y_1 \\ &\dots \\ p_n(x_n) &= y_n \end{aligned}$$

Dengan demikian,

$$p_n(x_i) = y_i, \quad i = 0, 1, 2, \dots, n$$

atau dengan kata lain, polinom interpolasi $p_n(x)$ melalui setiap titik data.

5. Interpolasi Newton

Interpolasi langrange kurang disukai dalam praktek karena alasan berikut [CHA91]:

1. Jumlah komputasi yang dibutuhkan untuk satu kali interpolasi adalah besar. Interpolasi untuk nilai x yang lain memerlukan jumlah komputasi

yang sama karena tidak ada bagian komputasi sebelumnya yang dapat digunakan.

2. Bila jumlah titik data meningkat atau menurun, hasil komputasi sebelumnya tidak dapat digunakan. Hal ini disebabkan oleh tidak adanya hubungan antara $p_{n-1}(x)$ dan $p_n(x)$ pada interpolasi Lagrange.

Interpolasi Newton dibuat untuk mengatasi kelemahan ini. Dengan interpolasi Newton, interpolasi yang dibentuk sebelumnya dapat dipakai untuk membuat interpolasi derajat yang makin tinggi.

Tinjau kembali interpolasi linier pada persamaan (P.1.5):

$$p_1(x) = y_0 + \frac{y_1 - y_0}{x_1 - x_0}(x - x_0)$$

Bentuk persamaan ini dapat ditulis sebagai

$$p_1(x) = a_0 + a_1(x - x_0) \quad (\text{P.1.11})$$

Yang dalam hal ini

$$a_0 = y_0 = f(x_0) \quad (\text{P.1.12})$$

dan

$$a_1 = \frac{y_1 - y_0}{x_1 - x_0} = \frac{f(x_1) - f(x_0)}{x_1 - x_0} \quad (\text{P.1.13})$$

Persamaan (P.1.13) ini merupakan bentuk selisih-terbagi (*divided-difference*) dan dapat disingkat penulisannya menjadi

$$a_1 = f[x_1, x_0] \quad (\text{P.1.14})$$

Setelah interpolasi linier, interpolasi kuadrat dapat dinyatakan dalam bentuk

$$p_2(x) = a_0 + a_1(x - x_0) + a_2(x - x_0)(x - x_1) \quad (\text{P.1.15})$$

atau

$$p_2(x) = p_1(x) + a_2(x - x_0)(x - x_1) \quad (\text{P.1.16})$$

Persamaan (P.1.16) memperlihatkan bahwa $p_2(x)$ dapat dibentuk dari interpolasi sebelumnya, $p_1(x)$. Ini mengarahkan kita pada pembentukan interpolasi Newton untuk derajat yang lebih tinggi. Nilai a_2 dapat ditemukan dengan menyulihkan $x = x_2$ untuk memperoleh

$$a_2 = \frac{f(x_2) - a_0 - a_1(x_2 - x_0)}{(x_2 - x_0)(x_2 - x_1)} \quad (\text{P.1.17})$$

Nilai a_0 dan nilai a_1 pada persamaan (P.1.12) dan (P.1.13) dimasukkan ke dalam persamaan (P.1.17) untuk memberikan

$$a_2 = \frac{\frac{f(x_2) - f(x_0)}{x_2 - x_0} - \frac{f(x_2) - f(x_0)}{x_1 - x_0}}{x_2 - x_1}$$

Dengan melakukan utak-atik aljabar, persamaan terakhir ini lebih disukai ditulis menjadi

$$a_2 = \frac{\frac{f(x_2) - f(x_0)}{x_2 - x_0} - \frac{f(x_2) - f(x_0)}{x_1 - x_0}}{x_2 - x_1} = \frac{f[x_2, x_1] - f[x_1, x_0]}{x_2 - x_0} \quad (\text{P.1.18})$$

Demikian seterusnya, kita dapat membentuk interpolasi Newton secara bertahap: interpolasi derajat n dibentuk dari interpolasi interpolasi derajat $(n - 1)$. Interpolasi Newton dinyatakan dalam hubungan rekursif sebagai berikut:

(i) rekurens:

$$p_n(x) = p_{n-1}(x) + a_n(x - x_0)(x - x_1) \dots (x - x_{n-1}) \quad (\text{P.1.19})$$

(ii) basis: $p_0(x) = a_0$

Jadi, tahapan pembentukan interpolasi Newton adalah sebagai berikut:

$$p_1(x) = p_0(x) + a_1(x - x_0)$$

$$= a_0 + a_1(x - x_0)$$

$$\setminus \quad p_2(x) = p_1(x) + a_2(x - x_0)(x - x_1)$$

$$= a_0 + a_1(x - x_0) + a_2(x - x_0)(x - x_1)$$

$$p_3(x) = p_2(x) + a_3(x - x_0)(x - x_1)(x - x_2)$$

$$= a_0 + a_1(x - x_0) + a_2(x - x_0)(x - x_1) + a_3(x - x_0)(x - x_1)$$

$$(x - x_2)$$

$$\begin{aligned}
& \dots \\
p_n(x) &= p_{n-1}(x) + a_n(x - x_0)(x - x_1) \dots (x - x_{n-1}) \\
&= a_0 + a_1(x - x_0) + a_2(x - x_0)(x - x_1) + a_3(x - x_0)(x - x_1)(x - x_2) + \dots + a_n(x - x_0)(x - x_1) \dots (x - x_{n-1})
\end{aligned}$$

Nilai konstanta $a_0, a_1, a_2, \dots, a_n$ merupakan nilai selisih-terbagi, dengan nilai masing-masing:

$$\begin{aligned}
a_0 &= f(x_0) \\
a_1 &= f[x_1, x_0] \\
a_2 &= f[x_2, x_1, x_0] \\
&\dots \\
a_n &= f[x_n, x_{n-1}, \dots, x_1, x_0]
\end{aligned}$$

yang dalam hal ini,

$$f[x_i, x_j] = \frac{f(x_i) - f(x_j)}{x_i - x_j} \quad (\text{P.1.21})$$

$$f[x_i, x_j, x_k] = \frac{f[x_i, x_j] - f[x_j, x_k]}{x_i - x_k} \quad (\text{P.1.22})$$

...

$$f[x_n, x_{n-1}, \dots, x_1, x_0] = \frac{f[x_n, x_{n-1}, \dots, x_1] - f[x_{n-1}, x_{n-2}, \dots, x_0]}{x_n - x_0} \quad (\text{P.1.23})$$

Dengan demikian interpolasi Newton pada (P.1.19) dapat ditulis dalam hubungan rekursif sebagai

(i) rekurens:

$$\begin{aligned}
p_n(x) &= p_{n-1}(x) + (x - x_0)(x - x_1) \dots (x - x_{n-1}) f[x_n, x_{n-1}, \dots, x_1, x_0] \\
& \quad (\text{P.1.24})
\end{aligned}$$

(ii) basis: $p_0(x) = f(x_0)$

atau dalam bentuk interpolasi yang lengkap sebagai berikut:

$$p_n(x) = f(x_0) + (x - x_0)f[x_1, x_0] + (x - x_0)(x - x_1)f[x_2, x_1, x_0] \\ + (x - x_0)(x - x_1) \dots (x - x_{n-1})f[x_n, x_{n-1}, \dots, x_1, x_0] \quad (\text{P.1.25})$$

Karena tetapan $a_0, a_1, a_2, \dots, a_n$ merupakan nilai selisih-terbagi, maka interpolasi Newton dinamakan juga **polinom interpolasi selisih-terbagi Newton**. Nilai selisih terbagi ini dapat dihitung dengan menggunakan tabel yang disebut tabel selisih-terbagi, misalnya tabel selisih-terbagi untuk empat buah titik ($n = 3$) berikut:

i	x_i	$y_i = f(x_i)$	ST-1	ST-2	ST-3
0	x_0	$f(x_0)$	$f[x_1, x_0]$	$f[x_2, x_1, x_0]$	$f[x_3, x_2, x_1, x_0]$
1	x_1	$f(x_1)$	$f[x_2, x_1]$	$f[x_3, x_2, x_1]$	
2	x_2	$f(x_2)$	$f[x_3, x_1]$		
3	x_3	$f(x_3)$			

Keterangan: ST = Selisih-Terbagi

Sekali tabel selisih-terbagi dibentuk, interpolasi yang melewati sekumpulan titik (x_i, y_i) berbeda (misalnya untuk $i = 0, 1, 2$, atau $i = 1, 2, 3$) dapat ditulis dengan mudah. Bila bagian tabel yang diarsir dinyatakan di dalam matriks ST $[0..n, 0..n]$, maka evaluasi $p_n(x)$ untuk $x = t$ dapat dinyatakan sebagai

$$p_n(t) = ST [0,0] + ST [0,1] (t - x_0) + ST \\ [0,2] (t - x_0)(t - x_1) + \dots + \\ ST[0, n](t - x_0)(t - x_1) \dots (t - x_{n-1})$$

IV. DIFERENSIASI NUMERIK

Setiap mahasiswa yang pernah mengambil kuliah kalkulus tentu masih ingat dengan turunan fungsi yang didefinisikan

$$f'(x) = \lim_{h \rightarrow 0} \frac{f(x+h) - f(x)}{h} \quad \text{sebagai}$$

Untuk kedua kasus terakhir, perhitungan nilai turunan dapat dikerjakan secara numerik (*numerical differentiation* atau *numerical derivative*). Nilai turunan yang diperoleh merupakan nilai hampiran. Sebagaimana halnya pada integrasi numerik, perhitungan turunan numerik juga menggunakan nilai – nilai diskrit. Karena itu, fungsi dalam bentuk tabel merupakan bentuk alami untuk perhitungan turunan.

1. Persoalan Turunan Numerik

Persoalan turunan numerik ialah menentukan hampiran nilai turunan fungsi f yang diberikan dalam bentuk tabel. Meskipun metode numerik untuk menghitung turunan fungsi tersedia, tetapi perhitungan turunan sedapat mungkin dihindari. Alasannya, nilai turunan numerik umumnya kurang teliti dibandingkan dengan nilai fungsinya. Dalam kenyataannya, turunan adalah limit dari hasil bagi selisih: yaitu pengurangan dua buah nilai yang besar ($f(x+h) - f(x)$) dan membaginya dengan bilangan yang kecil (h). Pembagian ini dapat menghasilkan turunan dengan galat yang besar. Lagi pula, jika fungsi f dihampiri oleh polinom interpolasi p , selisih nilai fungsi mungkin kecil tetapi turunannya boleh jadi sangat berbeda dengan nilai turunan sejatinya. Hal ini masuk akal sebab turunan numerik bersifat “halus”, dan ini berlawanan dengan integrasi numerik, yang tidak banyak dipengaruhi oleh ketidakteelitian nilai fungsi, karena integrasi pada dasarnya adalah proses penghalusan.

2. Tiga Pendekatan dalam Menghitung Turunan Numerik

Misal diberikan nilai – nilai x di $x_0 - h, x_0$, dan $x_0 + h$, serta nilai fungsi untuk nilai – nilai x tersebut. Titik – titik yang diperoleh adalah $(x_{-1}, f_{-1}), (x_0, f_0), (x_1, f_1)$, yang dalam hal ini $x_{-1} = x_0 - h$ dan $x_1 = x_0 + h$. Terdapat tiga pendekatan dalam menghitung nilai $f'(x_0)$:

1. Hampiran selisih-maju (*forward difference approximation*)

$$f'(x_0) = \frac{f(x_0 + h) - f(x_0)}{h} = \frac{f_1 - f_0}{h}$$

2. Hampiran selisih-mundur (*backward difference approximation*)

$$f'(x_0) = \frac{f(x_0) - f(x_0 - h)}{h} = \frac{f_0 - f_1}{h}$$

3. Hampiran selisih-pusat (*central difference approximation*)

$$f'(x_0) = \frac{f(x_0 + h) - f(x_0 - h)}{2h} = \frac{f_1 - f_{-1}}{2h}$$

Rumus – rumus turunan numerik untuk ketiga pendekatan tersebut dapat diturunkan dengan dua cara, yaitu:

1. Dengan bantuan deret Taylor
2. Dengan hampiran polinom interpolasi

3. Penurunan Rumus Turunan dengan Deret Taylor

Misalkan diberikan titik-titik $(x_i, f_i), i = 0, 1, 2, \dots, n$ yang dalam hal ini $x_i = x_0 + ih$ dan $f_i = f(x_i)$

Kita ingin menghitung $f'(x)$, yang dalam hal ini $x = x_0 + sh \in R$ dengan ketiga pendekatan yang disebutkan di atas (maju, mundur, pusat).

a) Hampiran selisih-maju

Uraikan $f(x_{i+1})$ disekitar x_i :

$$f(x_{i+1}) = f(x_i) + \frac{(x_{i+1} - x_i)}{1!} f'(x_i) + \frac{(x_{i+1} - x_i)^2}{2!} f''(x_i) + \dots$$

$$f_{i+1} = f_i + hf_i' + \frac{h^2}{2} f_i'' + \dots$$

$$hf_i' = f_{i+1} - f_i - \frac{h^2}{2} f_i'' + \dots$$

$$f_i' = \frac{(f_{i+1} - f_i)}{h} - \frac{h}{2} f_i''$$

$$f_i' = \frac{(f_{i+1} - f_i)}{h} + O(h)$$

Yang dalam hal ini, $O(h) = \frac{h^2}{2} f''(t), x_i < t < x_{i+1}$

Untuk nilai-nilai f di x_0 dan x_1 persamaan rumusnya menjadi:

$$f_0' = \frac{f_1 - f_0}{h} + O(h)$$

Yang dalam hal ini $O(h) = \frac{h}{2} f''(t), x_i < t < x_{i+1}$

4. Rumus untuk Turunan Kedua, $f''(x)$, dengan Bantuan Deret Taylor

(a) Hampiran selisih-pusat

Tambahkan persamaan di atas :

$$\begin{aligned}f_{i+1} + f_{i-1} &= 2f_i + h^2 f_i'' + h^4/12 f_i^{(4)} + \dots \\f_{i+1} - 2f_i + f_{i-1} &= h^2 f_i'' + h^4/12 f_i^{(4)} \\f_i'' &= \frac{f_{i+1} - 2f_i + f_{i-1}}{h^2} - h^2/12 f_i^{(4)}\end{aligned}$$

Jadi,

$$f_i'' = \frac{f_{i+1} - 2f_i + f_{i-1}}{h^2} = O(h^2),$$

Yang dalam hal ini, $O(h^2) = -h^2/12 f^{(4)}(t)$, $x_{i-1} < t < x_{i+1}$

Untuk nilai-nilai f di x_4 , x_0 , dan x_1 persamaan rumusnya menjadi :

$$f_0'' = \frac{f_1 - 2f_0 + f_1}{h^2} + O(h^2)$$

Yang dalam hal ini $O(h^2) = -h^2/12 f^{(4)}(t)$, $x_{i-1} < t < x_{i+1}$

(b) Hampiran selisih-mundur

Dengan cara yang sama seperti (a) di atas, diperoleh :

$$f_i'' = \frac{f_{i-2} - 2f_{i-1} + f_i}{h^2} + O(h),$$

yang dalam hal ini $O(h) = h f''(t)$, $x_{i-2} < t < x_i$

Untuk nilai-nilai f di x_{-2} , x_{-1} , dan x_0 persamaan rumusnya :

$$f_0'' = \frac{f_{-2} - 2f_{-1} + f_0}{h^2} + O(h),$$

yang dalam hal ini, $O(h) = h f''(t)$, $x_{i-2} < t < x_i$

(c) Hampiran selisih-maju

Dengan cara yang sama seperti di atas, diperoleh :

$$f_i'' = \frac{f_{i+2} - 2f_{i+1} + f_i}{h^2} + O(h),$$

yang dalam hal ini, $O(h) = -h f''(t)$, $x_i < t < x_{i+2}$

Untuk nilai-nilai f di x_0 , x_1 , dan x_2 persamaan rumusnya :

$$f_2'' = \frac{f_2 - 2f_1 + f_0}{h^2} + O(h),$$

yang dalam hal ini, $O(h) = -h f''(t)$, $x_1 < t < x_{i+2}$

5. Penurunan Rumus Turunan Numerik Dengan Polinom Interpolasi

Misalkan diberikan titik-titik data berjarak sama, $x_i = x_0 + ih, ; 0, 1, 2, \dots, n$, dan $x = x_0 + sh, s \in R$ adalah titik yang akan dicari nilai interpolasinya. Polinom Newton-Gregory yang menginterpolasi seluruh titik data tersebut adalah :

$$\begin{aligned} f(x) \approx P_n(x) &= f_0 + \frac{s\Delta f_0}{1!} + s(s-1)\frac{\Delta^2 f_0}{2!} + s(s-1)(s-2)\frac{\Delta^3 f_0}{3!} \\ &+ s(s-1)(s-2)\dots(s-n+1)\frac{\Delta^n f_0}{n!} \\ &= F(s) \end{aligned}$$

Dimana $s = (x - x_0)/h$.

Turunan pertama dari $f(x)$ adalah :

$$\begin{aligned} f'(x) &= \frac{df}{dx} = \frac{dF}{ds} \cdot \frac{ds}{dx} \\ &= 0 + \Delta f_0 + \left(s - \frac{1}{2}\right)\Delta^2 f_0 + \left(\frac{s^2}{2} - s + \frac{1}{3}\right)\Delta^3 f_0 + \dots)1/h \\ &= 1/h \left(\Delta f_0 + \left(s - \frac{1}{2}\right)\Delta^2 f_0 + galat \right) \end{aligned}$$

Jadi, dapat diperoleh rumus turunan numerik dengan tiga pendekatan (maju, mundur, pusat) sebagai berikut :

a) Hampiran selisih-maju

- Bila digunakan titik-titik x_0 dan x_1 :

$$f'(x_0) = 1/h(\Delta f_0) = \frac{f_1 - f_0}{h}$$

- Bila digunakan titik-titik x_0, x_1 , dan x_2 :

$$f'(x_0) = 1/h \left(\Delta f_0 + \left(s - \frac{1}{2}\right)\Delta^2 f_0 \right)$$

Untuk itu $x_0 \rightarrow s = (x - x_0)/h = 0$, sehingga

$$\begin{aligned} f'(x_0) &= 1/h(\Delta f_0 - 1/2\Delta^2 f_0) \\ &= 1/h(\Delta f_0 - 1/2(\Delta f_1 - \Delta f_0)) \\ &= 1/h(3/2\Delta f_0 - 1/2\Delta f_1) \\ &= 1/h(3/2f_1 - 3/2f_0 - 1/2f_2 + 1/2f_1) \\ &= 1/h(-3/2f_0 - 2f_1 - 1/2f_2) \end{aligned}$$

b) Hampiran selisih-mundur

- Polinom interpolasi : Newton-Gregory mundur
- Bila digunakan titik-titik x_0 dan x_1

$$f'(x_0) = 1/h(\nabla f_0) = \frac{f_0 - f_{-1}}{h}$$

c) Hampiran selisih-pusat

- Digunakan tiga titik x_0, x_1 , dan x_2 :

$$f'(x_0) = 1/h \left(\Delta f_0 + \left(s - \frac{1}{2} \right) \Delta^2 f_0 \right)$$

Untuk titik $x \rightarrow s = (x_1 - x_0)/h = h/h = 1$, sehingga

$$\begin{aligned} f'(x_1) &= 1/h(\Delta f_0 - 1/2\Delta^2 f_0) \\ &= 1/h(\Delta f_0 - 1/2(\Delta f_1 - \Delta f_0)) \\ &= 1/h(1/2\Delta f_0 + 1/2\Delta f_1) \\ &= 1/2h(f_1 - f_0 + f_2 - f_1) \\ &= \frac{f_2 - f_0}{2h} \end{aligned}$$

Untuk titik x_1, x_0 , dan x_2 :

$$f'(x_0) = \frac{f_1 - f_{-1}}{2h}$$

Rumusan untuk turunan kedua , $f''(x)$, dengan polinom interpolasi

Turunan kedua f adalah

$$\begin{aligned} \frac{d^2 f}{dx^2} &= \frac{d}{ds} \left(\frac{df}{dx} \right) \frac{ds}{dx} \\ &= 1/h(0 + \Delta^2 f_0 + (s - 1)\Delta^3 f_0) \cdot 1/h \\ &= 1/h^2(f_0 + (s - 1)\Delta^3 f_0) \end{aligned}$$

Misalkan untuk hampiran selisih-pusat, titik-titik yang digunakan x_1, x_0 , dan x_2 :

- Pada titik $x \rightarrow s = (x_1 - x_0)/h = h/h = 1$, sehingga

$$\begin{aligned} f''(x_1) &= 1/h^2(\Delta^2 f_0 + (1 - 1)\Delta^3 f_0) \\ &= 1/h^2(\Delta^2 f_0) \\ &= 1/h^2(\Delta f_1 - \Delta f_0) \\ &= 1/h^2(f_2 - f_1 + f_1 - f_0) \\ &= 1/h^2(f_2 - f_0) \end{aligned}$$

- Untuk titik x_1, x_0 , dan x_2 :

$$f''(x_0) = \frac{f_{-1} - 2f_0 + f_1}{h^2}$$

V. INTEGRASI NUMERIK

Di dalam kalkulus, integral adalah satu dari dua pokok bahasan yang mendasar disamping turunan (derivative). Dalam kuliah kalkulus integral, anda telah diajarkan cara memperoleh solusi analitik (dan eksak) dari integral Tak-tentu maupun integral Tentu. Integral Tak-tentu dinyatakan sebagai

$$\int f(x) dx = F(x) + C$$

(P.6.1)

Solusinya, $F(x)$ adalah fungsi menerus sedemikian sehingga $F'(x) = f(x)$ dan C adalah sebuah konstanta. Integral Tentu menangani perhitungan integral di antara batas-batas yang telah ditentukan, yang dinyatakan sebagai

$$I = \int_a^b f(x) dx$$

(P.6.2)

Menurut teorema dasar kalkulus integral, persamaan (P.6.2) dihitung sebagai

$$\int_a^b f(x) dx = F(x)|_a^b = F(b) - F(a)$$

Secara geometri, integrasi Tentu sama dengan luas daerah yang dibatasi oleh kurva $y = f(x)$, garis $x = a$ dan garis $x = b$ (Gambar 6.1). Daerah yang dimaksud ditunjukkan oleh bagian yang diarsir.

1. Metode Pias

Pada umumnya, metode perhitungan integral secara numerik bekerja dengan sejumlah titik diskrit. Karena data yang ditabulasikan sudah berbentuk demikian, maka secara alami ia sesuai dengan kebanyakan metode integrasi numerik. Untuk fungsi menerus, titik-titik diskrit itu diperoleh dengan menggunakan persamaan fungsi yang diberikan untuk menghasilkan tabel nilai.

Dihubungkan dengan tafsiran geometri integral Tentu, titik-titik pada tabel sama dengan membagi selang integrasi $[a, b]$ menjadi n buah pias (strip) atau segmen (Gambar 6.2). Lebar tiap pias adalah

$$h = \frac{b-a}{n}$$

(P.6.3)

Titik absis pias dinyatakan sebagai

$$x_r = a + rh, \quad r = 0, 1, 2, \dots, n$$

(P.6.4)

dan nilai fungsi pada titik absis pias adalah

$$f_r = f(x_r)$$

Luas daerah integrasi $[a, b]$ dihampiri sebagai luas n buah pias. Metode integrasi numerik yang berbasis pias ini disebut metode pias. Ada juga buku yang menyebutnya metode kuadratur, karena pias berbentuk segiempat.

Kaidah integrasi numerik yang dapat diturunkan dengan metode pias adalah:

1. Kaidah segiempat (rectangle rule)
2. Kaidah trapesium (trapezoidal rule)
3. Kaidah titik tengah (midpoint rule)

Dua kaidah pertama pada hakekatnya sama, hanya cara penurunan rumusnya yang berbeda, sedangkan kaidah yang ketiga, kaidah titik tengah, merupakan bentuk kompromi untuk memperoleh nilai hampiran yang lebih baik.

a. Kaidah Segiempat

Pada sebuah pias berbentuk empat persegi panjang dari $x = x_0$ sampai $x = x_1$ berikut (Gambar 6.3)

Luas satu pias adalah (tinggi pias = $f(x_0)$)

$$\int_{x_0}^{x_1} f(x) dx \approx h f(x_0)$$

(P.6.6)

atau (tinggi pias = $f(x_1)$)

$$\int_{x_0}^{x_1} f(x) dx \approx h f(x_1)$$

(P.6.7)

Jadi, $\int_{x_0}^{x_1} f(x)dx \approx h f(x_0)$

$$\frac{\int_{x_0}^{x_1} f(x)dx \approx h f(x_1)}{2 \int_{x_0}^{x_1} f(x)dx \approx \frac{h}{2} [f(x_0) + f(x_1)]} +$$

Bagi setiap ruas persamaan hasil penjumlahan di atas dengan 2, untuk menghasilkan

$$\int_{x_0}^{x_1} f(x)dx \approx \frac{h}{2} [f(x_0) + f(x_1)]$$

(P.6.8)

Persamaan (P.6.8) ini dinamakan **kaidah segiempat**. Kaidah segiempat untuk satu pias dapat kita perluas untuk menghitung

$$I = \int_a^b f(x)dx$$

yang dalam hal ini, I sama dengan luas daerah integrasi dalam selang [a, b] Luas daerah tersebut diperoleh dengan membagi selang [a, b] menjadi n buah pias segiempat dengan lebar h, yaitu pias dengan absis $[x_0, x_1]$, $[x_1, x_2]$, $[x_2, x_3]$, ..., dan pias $[x_{n-1}, x_n]$. Jumlah luas seluruh pias segiempat itu adalah hampiran luas! (Gambar 6.4). Kaidah integrasi yang diperoleh adalah **kaidah segiempat gabungan** (composite rectangle's rule):

$$\int_a^b f(x)dx \approx hf(x_0) + hf(x_1) + hf(x_2) + \dots + hf(x_{n-1})$$

Bagi setiap ruas persamaan hasil penjumlahan di atas dengan 2, untuk menghasilkan

$$\int_a^b f(x)dx \approx \frac{h}{2} f(x_0) + 2hf(x_1) + hf(x_2) + \dots + 2hf(x_{n-1}) + \frac{h}{2} f(x_n)$$

Jadi, kaidah segiempat gabungan adalah

$$\int_a^b f(x)dx \approx \frac{h}{2} (f_0) + 2f_1 + 2f_2 + \dots + 2f_{n-1} + f_n = \frac{h}{2} f_0 + 2 \sum_{i=1}^{n-1} f_i + f_n$$

(P.6.9)

Dengan $f_r = f(x_r)$, $r = 0, 1, 2, \dots, n$.

b. Kaidah Trapezium

Pandang sebuah pias berbentuk trapezium dari $x = x_0$ sampai $x = x_1$ berikut (Gambar 6.5)

Luas satu trapezium adalah

$$\int_{x_0}^{x_1} f(x) dx \approx \frac{h}{2} [f(x_0) + f(x_1)]$$

Persamaan (P.6.10) ini dikenal dengan nama **kaidah trapezium**. Catatlah bahwa kaidah trapezium sama dengan kaidah segiempat.

Bila selang $[a, b]$ dibagi atas n buah pias trapezium, kaidah integrasi yang diperoleh adalah **kaidah trapezium gabungan** (*composite trapezoidal's rule*):

$$\begin{aligned} \int_a^b f(x) dx &\approx \int_{x_0}^{x_1} f(x) dx + \int_{x_1}^{x_2} f(x) dx + \dots + \int_{x_{n-1}}^{x_n} f(x) dx \\ &\approx \frac{h}{2} [f(x_0) + f(x_1)] + \frac{h}{2} [f(x_1) + f(x_2)] + \dots + \frac{h}{2} [f(x_{n-1}) + f(x_n)] \\ &\approx \frac{h}{2} [f(x_0) + 2f(x_1) + 2f(x_2) + \dots + 2f(x_{n-1}) + f(x_n)] \\ &\approx \frac{h}{2} (f_0 + 2 \sum_{i=1}^{n-1} f_i + f_n) \end{aligned}$$

(P.6.11)

Dengan $f_r = f(x_r)$, $r = 0, 1, 2, \dots, n$.

$$\begin{aligned} b &= 4, \quad a = 0, \quad n = 4 \\ h &= \frac{b-a}{n} = \frac{4-0}{4} = 1 \\ a &= 0, \quad x_1 = 1, \quad x_2 = 2, \quad x_3 = 3, \quad b = 4 \\ I &= \frac{h}{2} \left| f(x_0) + 2 \sum_{i=1}^{n-1} f(x_i) + f(x_n) \right| \end{aligned}$$

$$\begin{aligned}
&= \frac{1}{2} [0^3 + 2(1^3 + 2^3 + 3^3) + 4^3] \\
&= \frac{1}{2} [2(1 + 8 + 27) + 64] \\
&= \frac{1}{2} [72 + 64] \\
&= \frac{1}{2} [136] = 68
\end{aligned}$$

c. Kaidah Titik Tengah

Pandang sebuah pias berbentuk empat persegi panjang dari $x = x_0$ sampai $x = x_1$ dan titik tengah absis $x = x_0 + \frac{h}{2}$ (gambar 6.6)

Luas satu pias adalah

$$\int_{x_0}^{x_1} f(x) dx \approx hf \left(x_0 + \frac{h}{2} \right) \approx hf \left(x_{\frac{1}{2}} \right) \quad (\text{P.6.12})$$

Persamaan (P.6.12) ini dikenal dengan nama **kaidah titik tengah**.

Kaidah titik tengah gabungan adalah (gambar 6.7):

$$\begin{aligned}
\int_a^b f(x) dx &\approx \int_{x_0}^{x_1} f(x) dx + \int_{x_1}^{x_2} f(x) dx + \dots + \int_{x_{n-1}}^{x_n} f(x) dx \\
&\approx hf \left(x_{\frac{1}{2}} \right) + hf \left(x_{\frac{3}{2}} \right) + hf \left(x_{\frac{5}{2}} \right) + hf \left(x_{\frac{7}{2}} \right) + \dots + hf \left(x_{n-\frac{1}{2}} \right) \\
&\approx h \left(f_{\frac{1}{2}} + f_{\frac{3}{2}} + \dots + f_{n-\frac{1}{2}} \right) \\
&\approx h \sum_{i=0}^{n-1} f_{i+\frac{1}{2}}
\end{aligned}$$

Yang dalam hal ini $f_{r+\frac{1}{2}} = f \left(x_{r+\frac{1}{2}} \right)$ $r = 0, 1, 2, \dots, n-1$

2. Metode Newton-Cotes

Metode Newton-Cotes adalah metode yang umum untuk menurunkan kaidah integrasi numerik. Polinom interpolasi menjadi dasar metode Newton-Cotes. Gagasannya adalah menghampiri fungsi $f(x)$ dengan polinom interpolasi $p_n(x)$

$$I = \int_a^b f(x) dx \approx \int_a^b p_n(x) dx$$

((P.6.22))

yang dalam hal ini,

$$p_n(x) = a_0 + a_1x + a_2x^2 + \dots + a_{n-1}x^{n-1} + a_nx^n$$

Mengapa polinom interpolasi? Karena suku-suku polinom mudah diintegrasikan dengan rumus integral yang sudah baku, yaitu

$$\int ax^n dx = \frac{a}{n+1} x^{n+1} + c$$

Sembarang polinom interpolasi yang telah kita bahas di dalam Bab 5 dapat digunakan sebagai hampiran fungsi, tetapi di dalam bab ini polinom interpolasi yang kita pakai adalah polinom Newton-Gregory maju:

$$p_n(x) = f_0 + (x - x_0) \frac{\Delta f_0}{1!h} + (x - x_0)(x - x_1) \frac{\Delta^2 f_0}{2!h^2} + \dots + (x - x_0)(x - x_{n-1}) \dots (x - x_{n-1}) \frac{\Delta^n f_0}{n! h^n}$$

Dari beberapa kaidah integrasi numerik yang diturunkan dari metode Newton-Cotes, tiga di antaranya yang terkenal adalah:

1. Kaidah trapesium (Trapezoidal rule)
2. Kaidah Simpson 1/3 (Simpson's 1/3 rule)
3. Kaidah Simpson 3/8 (Simpson's 3/8 rule)

Sebagai catatan, kaidah trapesium sudah kita turunkan dengan metode pi-as. Metode Newton-Cotes memberikan pendekatan lain penurunan kaidah trapesium.

a. Kaidah Trapesium

Diberikan dua buah titik data $(0, f(0))$ dan $(h, f(h))$. Polinom interpolasi yang melalui kedua buah titik itu adalah sebuah garis lurus. Luas daerah yang dihitung sebagai hampiran nilai integrasi adalah daerah di bawah garis lurus tersebut (Gambar 6.9).

Polinom interpolasi Newton-Gregory derajat 1 yang melalui kedua buah titik itu adalah

$$p_1(x) = f(x_0) + x \frac{\Delta f(x_0)}{h} = f_0 + x \frac{\Delta f_0}{h}$$

Integrasi $p_1(x)$ di dalam selang $[0,1]$

$$I \approx \int_0^h f(x) dx \approx \int_0^h p_1(x) dx$$

$$\int_0^h \left(f_0 + x \frac{\Delta f_0}{h} \right) dx$$

$$\approx x f_0 + \frac{x^2}{2h} \Delta f_0 \Big|_{x=0}^{x=h}$$

$$\approx h f_0 + \frac{h}{2} \Delta f_0$$

$$\approx h f_0 + \frac{h}{2} (f_1 - f_0), \text{ sebab } \Delta f_0 = f_1 - f_0$$

$$\approx \frac{h}{2} f_0 + \frac{h}{2} f_1$$

$$\approx \frac{h}{2} (f_0 + f_1)$$

Jadi, kaidah trapesium adalah

$$\int_0^h f(x) dx \approx \frac{h}{2} (f_0 + f_1)$$

(P.6.23)

Galat kaidah trapesium sudah kita turunkan sebelumnya pada metode pias, yaitu

$$E = -\frac{1}{12} h^3 f''(t) = O(h^3) \quad , \quad 0 < t < h$$

Jadi,

$$\int_0^h f(x) dx \approx \frac{h}{2} (f_0 + f_1) + O(h^3)$$

(P.6.24)

Kaidah trapesium untuk integrasi dalam selang $[0, h]$ kita perluas untuk menghitung

$$I = \int_a^b f(x) dx$$

yang dalam hal ini, I sama dengan luas daerah integrasi didalam selang $[a, b]$. Luas daerah tersebut diperoleh dengan membagi selang $[a, b]$ menjadi n buah upaselang (subinterval) dengan lebar tiap upaselang h , yaitu $[x_0, x_1], [x_1, x_2], [x_2, x_3], \dots, [x_{n-1}, x_n]$. Titik-titik ujung tiap upaselang diinterpolasi dengan polinom derajat 1. Jadi, di dalam selang $[a, b]$ terdapat n buah polinom derajat satu yang terpotong-potong (*piecewise*). Integrasi masing-masing polinom itu menghasilkan n buah kaidah trapesium yang disebut kaidah trapesium gabungan. Luas daerah integrasi di dalam selang $[a, b]$ adalah jumlah seluruh luas trapesium, yaitu:

$$\begin{aligned} \int_a^b f(x) dx &\approx \int_{x_0}^{x_1} f(x) dx + \int_{x_1}^{x_2} f(x) dx + \dots + \int_{x_{n-1}}^{x_n} f(x) dx \\ &\approx \frac{h}{2} (f_0 + f_1) + \frac{h}{2} (f_1 + f_2) + \dots + \frac{h}{2} (f_{n-1} + f_n) \\ &\approx \frac{h}{2} (f_0 + 2f_1 + 2f_2 + \dots + 2f_{n-1} + f_n) \\ &\approx \frac{h}{2} (f_0 + 2f_i + \sum_{i=1}^{n-1} f_n) \end{aligned} \tag{P.6.25}$$

dengan $f_r = f(x_r)$, $r = 0, 1, 2, \dots, n$.

Galat total kaidah trapesium gabungan sudah kita turunkan pada metode pias, yaitu

$$E_{tot} \approx \frac{h^2}{12} (b - a) f''(t) = O(h^2), \quad x_0 < t < x_n$$

Dengan demikian,

$$\int_a^b f(x) dx = \frac{h}{2} (f_0 + 2 \sum_{i=1}^n f_i + f_n) + O(h^2) \tag{P.6.26}$$

Jadi, galat integrasi dengan kaidah trapesium sebanding dengan h^2 .

b. Kaidah Simpson 1/3

Hampiran nilai integrasi yang lebih baik dapat ditingkatkan dengan menggunakan polinom interpolasi berderajat yang lebih tinggi. Misalkan fungsi $f(x)$ dihampiri dengan polinom interpolasi derajat 2 yang grafiknya berbentuk parabola. Luas daerah yang dihitung sebagai hampiran nilai integrasi adalah daerah dibawah parabola (Gambar 6.10). Untuk itu, dibutuhkan 3 buah titik data, misalkan $(0, f(0))$, $(h, f(h))$, dan $(2h, f(2h))$.

Polinom interpolasi Newton-Gregory derajat 2 yang melalui ketiga buah titik tersebut adalah

$$p_2(x) = f(x_0) + \frac{x}{h} \Delta f(x_0) + \frac{x(x-h)}{2!h^2} \Delta^2 f(x_0) = f_0 + x\Delta f_0 + \frac{x(x-h)}{2!h^2} \Delta^2 f_0$$

Integrasikan $p_2(x)$ di dalam selang $[0, 2h]$:

$$\begin{aligned} I &\approx \int_0^{2h} f(x) dx \approx \int_0^{2h} p_2(x) dx \\ &\approx \int_0^{2h} \left(f_0 + \frac{x}{h} \Delta f_0 + \frac{x(x-h)}{2!h^2} \Delta^2 f_0 \right) dx \\ &\approx f_0 x + \frac{1}{2h} x^2 \Delta f_0 + \left(\frac{x^3}{6h^2} - \frac{x^2}{4h} \right) \Delta^2 f_0 \Big|_{x=0}^{x=2h} \\ &\approx 2hf_0 + \frac{4h^2}{2h} \Delta f_0 + \left(\frac{8h^3}{6h^2} - \frac{4h^2}{4h} \right) \Delta^2 f_0 \\ &\approx 2hf_0 + 2h\Delta f_0 + \left(\frac{4h}{3} - h \right) \Delta^2 f_0 \\ &\approx 2hf_0 + 2h\Delta f_0 + \frac{h}{3} \Delta^2 f_0 \end{aligned}$$

Mengingat

$$\Delta f_0 = f_1 - f_0$$

Dan

$$\Delta^2 f_0 = \Delta f_1 - \Delta f_0 = (f_2 - f_1) - (f_1 - f_0) = f_2 - 2f_1 + f_0$$

Maka, selanjutnya

$$\begin{aligned}
I &\approx 2hf_0 + 2h(f_1 - f_0) + \frac{h}{3}(f_2 - 2f_1 + f_0) \\
&\approx 2hf_0 + 2hf_1 - 2hf_0 + \frac{h}{3}f_2 - \frac{2h}{3}f_1 + \frac{h}{3}f_0 \\
&\approx \frac{h}{3}f_0 + \frac{4h}{3}f_1 + \frac{h}{3}f_2 \\
&\frac{h}{3}(f_0 + 4f_1 + f_2)
\end{aligned}$$

Persamaan (P.6.27) ini dinamakan **kaidah Simpson 1/3**. Sebutan “1/3” muncul karena di dalam persamaan (P.6.26) terdapat faktor “1/3” (sekaligus untuk membedakannya dengan kaidah Simpson yang lain, yaitu Simpson 3/8).

Misalkan kurva fungsi sepanjang selang integrasi $[a, b]$ kita bagi menjadi $n + 1$ buah titik diskrit $x_0, x_1, x_2, \dots, x_n$, dengan n genap, dan setiap tiga buah titik (atau 2 pasang upaselang) di kurva dihipotesiskan dengan parabola (polinom interpolasi derajat 2), maka kita akan mempunyai $n/2$ buah potongan parabola. Bila masing-masing polinom derajat 2 tersebut kita integralkan didalam upaselang (*sub-interval*) integrasinya, maka jumlah seluruh integral tersebut membentuk **kaidah Simpson 1/3 gabungan**:

$$\begin{aligned}
I_{tot} &= \int_a^b f(x)dx \approx \int_{x_0}^{x_2} f(x)dx + \int_{x_2}^{x_4} f(x)dx + \dots + \int_{x_{n-2}}^{x_n} f(x)dx \\
&\approx \frac{h}{3}(f_0 + 4f_1 + f_2) + \frac{h}{3}(f_2 + 4f_3 + f_4) + \dots + \frac{h}{3}(f_{n-2} + 4f_{n-1} + f_n) \\
&\approx \frac{h}{3}(f_0 + 4f_1 + 2f_2 + 4f_3 + 2f_4 + \dots + 2f_{n-2} + 4f_{n-1} + f_n) \\
&\approx \frac{h}{3}(f_0 + 4 \sum_{i=1,3,5}^{n-1} f_i + 2 \sum_{i=2,4,6}^{n-2} f_i + f_n)
\end{aligned}$$

Persamaan (P.6.28) ini mudah dihafalkan dengan mengingat pola koefisien suku-sukunya:

$$1, 4, 2, 4, 2, \dots, 2, 4, 1$$

Namun penggunaan kaidah 1/3 Simpson mensyaratkan jumlah upaselang (n) harus genap, ini berbeda dengan kaidah trapesium yang tidak mempunyai persyaratan mengenai jumlah selang.

c. Kaidah Simpson $\frac{3}{8}$

Seperti halnya pada kaidah simson 1/3, hampiran nilai integrasi yang lebih teliti dapat ditingkatkan terus dengan menggunakan polinom interpolasi berderajat lebih tinggi pula. Misalkan sekarang fungsi $f(x)$ kita hampiri dengan polinom interpolasi derajat 3 luas daerah yang dihitung sebagai hampir nilai integrasi adalah daerah di bawah kurva polinom derajat 3 tersebut parabola (Gambar 6.11). Untuk membentuk polinom interpolasi derajat 3, dibutuhkan 4 buah titik data, misalkan titik-titik tersebut $(0, f(0)), (h, f(h)), (2h, f(2h)),$ dan $(3h, f(3h)).$

Polinom interpolasi Newton-Gregory derajat 3 yang melalui keempat buah titik itu adalah

$$\begin{aligned} p_3(x) &= f(x_0) + \frac{x}{h} \Delta f(x_0) + \frac{x(x-h)}{2!h^2} \Delta^2 f(x_0) + \frac{x(x-h)(x-2h)}{3!h^3} \Delta^3 f(x_0) \\ &= f_0 + \frac{x}{h} \Delta f_0 + \frac{x(x-h)}{2!h^2} \Delta^2 f_0 + \frac{x(x-h)(x-2h)}{3!h^3} \Delta^3 f(x_0) \end{aligned} \quad (\text{P.6.35})$$

Integrasi $p_3(x)$ di dalam selang $[0,3h]$ adalah

$$\begin{aligned} I &\approx \int_0^{3h} f(x) dx \approx \int_0^{3h} p_3(x) dx \\ &\approx \int_0^{3h} \left[f_0 + \frac{x}{h} \Delta f_0 + \frac{x(x-h)}{2!h^2} \Delta^2 f_0 + \frac{x(x-h)(x-2h)}{3!h^3} \Delta^3 f(x_0) \right] dx \end{aligned}$$

Dengan cara penurunan yang sama seperti pada kaidah Simpson 1/3, diperoleh

$$\int_0^{3h} f(x) dx \approx \frac{3h}{8} (f_0 + 3f_1 + 3f_2 + f_3) \quad (\text{P.6.36})$$

yang meupakan **kaidah Simpson 3/8**.

Galat kaidah Simpaon 3/8 adalah

$$E \approx -\frac{3}{h} h^5 f_0^{(iv)}(t) \quad , \quad 0 < t < 3h \quad (\text{P.6.37})$$

Jadi, kaidah Simpson 3/8 ditambah dengan galatnya dapat dinyatakan sebagai

$$\int_0^{3h} f(x)dx \approx \frac{3h}{8} (f_0 + 3f_1 + 3f_2 + f_3) + O(h^5)$$

Sedangkan kaidah **Simpson 3/8 gabungan** adalah

$$\begin{aligned} \int_a^b f(x)dx &\approx \frac{3h}{8} (f_0 + 3f_1 + 3f_2 + 2f_3 + 3f_4 + 3f_5 + 2f_6 + 3f_7 + 3f_8 + 2f_9 + \dots \\ &\quad + 2f_{n-3} + 3f_{n-2} + 3f_{n-1} + f_n) \\ &\approx \frac{3h}{8} (f_0 + 3 \sum_{i \neq 3,6,9,\dots}^{n-1} f_i + 2 \sum_{i=3,6,9,\dots}^{n-3} f_i + f_n) \end{aligned}$$

(P.6.38)

Persamaan (P.6.38) ini mudah dihafalkan dengan mengingat pola suku-sukunya:

$$1, 3, 3, 2 \quad 3, 3, 2 \quad 3, 3, 2, \dots, 2, 3, 3, 1$$

Namun penggunaan kaidah Simpson 3/8 mensyaratkan jumlah upaselang (n) harus kelipatan tiga.

Galat kaidah 3/8 Simpson gabungan adalah

$$\begin{aligned} E_{tot} &\approx \sum_{i=1}^{n/3} \frac{(-3h^5)}{80} f^{(iv)}(t) \approx -\frac{3h^5}{80} \sum_{i=1}^{n/3} f^{(iv)}(t) \\ &\approx -\frac{3h^5}{80} \cdot \frac{n}{3} \cdot f^{(iv)}(t) \\ &\approx -\frac{h^5 (b-a)}{80 h} f^{(iv)}(t) \\ &\approx -\frac{(b-a)h^4}{80} f^{(iv)}(t) \quad , \quad a < t < b \end{aligned}$$

(P.6.39)

$$= O(h^4)$$

Jadi, kaidah Simpson 3/8 ditambah dengan galatnya dapat dinyatakan sebagai

$$\int_a^b f(x)dx \approx \frac{3h}{8} (f_0 + 3 \sum_{\substack{i=1 \\ i \neq 3,6,9,\dots}}^{n-1} f_i + 2 \sum_{i=3,6,9,\dots}^{n-3} f_i + f_n) + O(h^4)$$

Kaidah Simpson $3/8$ memiliki orde galat yang sama dengan orde galat kaidah Simpson $1/3$. Namun dalam praktek, kaidah Simpson $1/3$ biasanya lebih disukai daripada kaidah Simpson $3/8$, karena dengan tiga titik (Simpson $1/3$) sudah diperoleh orde ketelitian yang sama dengan 4 titik (Simpson $3/8$). Tetapi, untuk n kelipatan tiga, kita hanya dapat menggunakan kaidah Simpson $3/8$, dan bukan Simpson $1/3$.

2.5. Penelitian Relevan

Adapun beberapa penelitian yang relevan terkait dengan variabel penelitian ini meliputi kemampuan pemecahan masalah dan pembelajaran *project based learning* dapat dilihat sebagai berikut :

- 1) Muslim (2017) dimana berdasarkan hasil analisis terhadap temuan penelitian dan pembahasan diperoleh beberapa simpulan sebagai berikut (1) Ada pengaruh positif penggunaan model Project Based Learning terhadap kemampuan pemecahan masalah matematik peserta didik. (2) Kemandirian belajar peserta didik dalam pembelajaran matematika dengan menggunakan model *Project Based Learning* termasuk kategori tinggi..
- 2) Nurfitriyanti (2016) dimana hasil penelitian ini menunjukkan terdapat pengaruh penerapan model pembelajaran *Project based learning* terhadap kemampuan pemecahan masalah matematika. Kemampuan pemecahan masalah matematika yang diajarkan menggunakan model pembelajaran problem based learning lebih baik daripada yang diajarkan dengan menggunakan model pembelajaran ekspositori.
- 3) Rahmatuzullaili dkk (2017) hasil penelitiannya menunjukkan bahwa (1) Kemampuan berpikir kreatif mahasiswa setelah pembelajaran dengan model *project based learning* lebih baik dari sebelum penerapan; (2) Kemampuan pemecahan masalah mahasiswa setelah pembelajaran dengan model *project based learning* lebih baik dari sebelum penerapan (3) Kemampuan berpikir kreatif memberikan pengaruh yang positif terhadap kemampuan pemecahan masalah.
- 4) Safithri dkk (2021) memperoleh hasil penelitian : (1) terdapat pengaruh penerapan pembelajaran PBL dan PjBL terhadap kemampuan pemecahan masalah mahasiswa, (2) terdapat pengaruh

self efficacy mahasiswa terhadap kemampuan pemecahan masalah mahasiswa, dan (3) tidak terdapat interaksi antara penerapan pembelajaran PBL, PjBL dan pembelajaran konvensional secara daring dengan self efficacy mahasiswa terhadap kemampuan pemecahan masalah mahasiswa.

- 5) Susanto, dkk. (2020). Hasil dari penelitian ini menunjukkan bahwa penerapan model *project based learning* berpengaruh terhadap kemampuan pemecahan masalah dan berpikir kritis mahasiswa pada pembelajaran statistika dasar. Pengaruh tersebut dengan menerapkan langkah PjBL yang didasarkan yang menunjang pengembangan kemampuan pemecahan masalah dan berpikir kritis mahasiswa.

2.6. Hipotesis Penelitian

Adapun hipotesis penelitian ini adalah terdapat pengaruh model pembelajaran *project based learning* terhadap kemampuan pemecahan masalah mahasiswa.

BAB III

METODOLOGI PENELITIAN

3.1. Renstra Penelitian

Rencana strategis penelitian disesuaikan dengan visi, misi, strategi dan tujuan dari Fakultas Ilmu Tarbiyah dan Keguruan (FITK) UINSU Medan yakni meningkatkan kuantitas dan kualitas penelitian berbasis akreditasi 9 kriteria dan menghasilkan karya ilmiah berdayaguna (*out come*). Hal ini didukung dengan ketersediaan buku putih renstra dan renop dokumen formal pencapaian serta topik-topik penelitian unggulan institusi termasuk topik-topik riset yang harus diacu oleh peneliti di dalam melakukan penelitian.

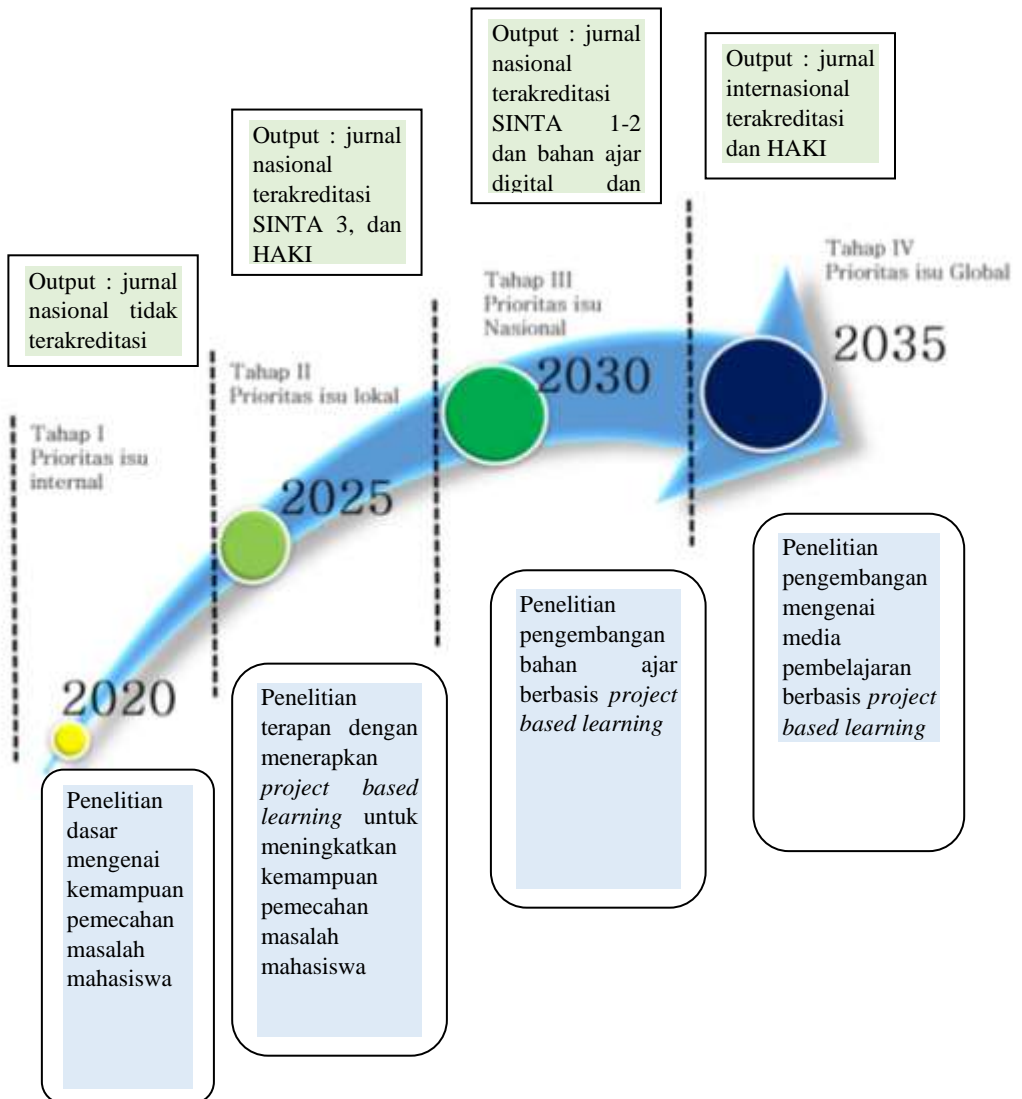
Pada penelitian ini rencana yang akan dilakukan oleh peneliti dalam waktu 5 tahun yang akan datang adalah melakukan penelitian pengembangan terkait pengembangan bahan ajar menggunakan model pembelajaran *project based learning*. Selain itu, peneliti juga akan meningkatkan output luaran penelitian yang dihasilkan berupa, jurnal nasional terakreditasi sinta 1-2 dan HAKI. Rencana ini diharapkan terealisasi melalui berbagai upaya berikut:

1. Mengikuti workshop mengenai penelitian pengembangan.
2. Mengikuti workshop mengenai pembuatan bahan ajar
3. Mengikuti workshop mengenai penulisan artikel ilmiah terakreditasi sinta 1 dan 2.
4. Meningkatkan produktivitas karya ilmiah melalui penulisan buku teks yang diterbitkan oleh penerbit nasional dan internasional serta terus mendorong memperoleh Hak Kekayaan Intelektual (HAKI).
5. Mengembangkan akses peneliti ke jaringan *research scholarship* dan hibah penelitian nasional dan internasional.
6. Meningkatkan partisipasi peneliti melakukan *co-research* dengan peneliti/lembaga penelitian nasional dan internasional.
7. Mengikuti webinar terkait dengan pembelajaran *project based learning*

3.2. Peta Jalan Penelitian

Peta jalan penelitian ini merupakan rencana rangkaian tahapan yang akan dilakukan setiap 5 tahun yang akan datang terhadap penelitian ini.

Penelitian ini dimulai dari tahun 2020 dan direncanakan akan terus dikembangkan hingga tahun 2035. Tahap 1 meliputi prioritas isu internal, tahap 2 meliputi prioritas isu local, tahap 3 meliputi prioritas isu nasional dan tahap 4 meliputi prioritas isu global. Output yang diharapkan dapat dihasilkan melalui penelitian ini dimulai dari jurnal nasional tidak terakreditasi pada tahap 1 sampai jurnal internasional terakreditasi pada tahap



Gambar 3.1. Peta Jalan Penelitian

3.3. Jenis Penelitian

Jenis penelitian ini adalah penelitian eksperimen semu atau *quasi eksperiment*. Metode *quasi eksperiment* adalah desain yang mempunyai kelompok kontrol, tetapi tidak dapat berfungsi sepenuhnya untuk mengontrol variabel-variabel luar yang mempengaruhi pelaksanaan eksperimen. Penelitian melakukan pengelompokan sampel berdasarkan kelas yang telah terbentuk sebelumnya atau kelas yang sudah ada. Sehingga penelitian ini menggunakan metode eksperimen semu dengan kelas yang sudah ada tanpa membentuk kelas baru. Penelitian ini bertujuan untuk mengetahui perbedaan kemampuan pemecahan masalah antara mahasiswa yang diberi pembelajaran *project based learning* dengan mahasiswa yang diberi pembelajaran langsung. Analisis data dilakukan dengan analisis inferensial. Analisis inferensial dilakukan untuk menguji perbedaan kemampuan pemecahan masalah matematis.

3.4. Waktu dan Tempat Penelitian

Penelitian dilaksanakan pada semester genap pada tahun ajaran 2022/2023. Penelitian ini dilaksanakan selama 16 pertemuan dari bulan februari sampai bulan juni 2022. Penelitian dilakukan pada Prodi Pendidikan Matematika Fakultas Ilmu Tarbiyah dan Keguruan (FITK) UIN Sumatera Utara Medan yang beralamat di Jalan Williem Iskandar Pasar V Medan Estate.

3.5. Populasi dan Sampel Penelitian

Populasi dalam penelitian ini adalah seluruh mahasiswa prodi Pendidikan Matematika FITK UIN Sumatera Utara Medan pada semester genap tahun ajaran 2022/2023. Adapun sampel penelitian ini adalah mahasiswa prodi Pendidikan Matematika semester IV yang terdiri atas 5 kelas yaitu kelas PMM-1, PMM-2, PMM-3, PMM-4 dan PMM-5. Peneliti tidak mungkin mengambil mahasiswa secara acak untuk membentuk kelas baru maka peneliti mengambil unit sampling terkecilnya adalah kelas. Pemilihan sampel dilakukan dengan *cluster random sampling* yang dilakukan dengan membuat undian menggunakan kertas lalu digulung dan dipilih secara acak sehingga diperoleh hasil terpilih kelas PMM-2 yang berjumlah 27 orang mahasiswa sebagai kelas eksperimen dan kelas PMM-1 yang berjumlah 27 orang mahasiswa sebagai kelas kontrol.

3.6. Variabel Penelitian

Dalam penelitian ini melibatkan dua jenis variabel yaitu : variabel bebas berupa pembelajaran dengan menggunakan pembelajaran *project based learning* dengan variabel terikatnya adalah kemampuan pemecahan masalah.

3.7. Metode Penelitian

Penelitian ini merupakan salah satu jenis penelitian kuantitatif dengan menggunakan model kuasi eksperimen dengan desain kelompok *pre test-post test control group design* yang bertujuan untuk mengetahui perbedaan peningkatan kemampuan pemecahan masalah mahasiswa yang diterapkan dengan pembelajaran *project based learning* dan yang diterapkan pembelajaran konvensional. Pada penelitian ini terdapat dua kelompok dimana sampel yang diberikan perlakuan (*project based learning*) disebut kelompok eksperimen, sedangkan kelompok yang tidak mendapatkan perlakuan disebut kelompok kontrol (konvensional). Penelitian ini menggunakan desain penelitian sebagai berikut:

Kelompok Eksperimen $O_1 X O_2$

Kelompok Kontrol $O_1 O_2$

Keterangan :

$X = project based learning$

$O_1 = Pre test$ kemampuan pemecahan masalah mahasiswa

$O_2 = Post test$ kemampuan pemecahan masalah mahasiswa

3.8. Instrumen Penelitian

Instrumen yang digunakan pada penelitian ini berupa tes. Tes yang akan digunakan pada penelitian ini adalah tes kemampuan pemecahan masalah. Pemberian tes dilakukan tes awal (*pre-test*) dan tes akhir (*post-test*). Tes awal dilakukan sebelum memberikan perlakuan dan tes akhir dilakukan setelah dilakukan perlakuan yaitu menggunakan pembelajaran *project based learning* dan pembelajaran konvensional. Tes yang diberikan meliputi materi yang terdapat pada metode numerik yaitu akar persamaan, interpolasi, diferensiasi numerik dan integrasi numerik. Soal *pre test* dan soal *post test* yang diberikan bersifat identik hanya saja terdapat perbedaan angka dan data pada soal. Waktu pengerjaan soal kemampuan pemecahan masalah yaitu selama 100 menit. Teknik pengambilan data dilakukan dengan memberikan

soal tes berupa uraian. Banyaknya butir soal yang diberikan pada mahasiswa adalah sebanyak 4 butir. Indikator kemampuan pemecahan masalah yang digunakan dalam penelitian ini meliputi (1) memahami masalah; (2) merencanakan penyelesaian masalah; (3) menyelesaikan masalah; (4) memeriksa kembali. Adapun kisi-kisi instrument kemampuan pemecahan masalah dapat dilihat pada tabel berikut.

Tabel 3.1. Kisi-Kisi Tes Kemampuan Pemecahan Masalah

Indikator Kemampuan Pemecahan Masalah	Indikator Mata Kuliah Metode Numerik	Nomor Soal
Memahami masalah	Menemukan akar suatu persamaan dengan menggunakan metode <i>bisection</i> dan <i>regula falsi</i> .	1a, 2a, 3a, 4a
Merencanakan masalah	Menyelesaikan masalah yang berkaitan dengan interpolasi.	1b, 2b, 3b, 4b
Menyelesaikan masalah	Menyelesaikan masalah yang berkaitan dengan diferensiansi numerik.	1c, 2c, 3c, 4c
Memeriksa Kembali	Menyelesaikan masalah yang berkaitan dengan integrasi numerik.	1d, 2d, 3d, 4d

Penilaian untuk jawaban tes kemampuan pemecahan masalah hendaknya disesuaikan dengan keadaan soal dan hal-hal yang ditanyakan. Oleh karena itu, diperlukan sebuah pedoman penskoran. Adapun pedoman penskoran didasarkan pada pedoman penilaian rubrik untuk kemampuan pemecahan masalah yang nantinya akan digunakan yaitu sebagai berikut :

Tabel 3.2. Pedoman Penskoran Tes Kemampuan Pemecahan Masalah

Aspek dan Skor		Deskripsi
Indikator 1		
Memahami	Skor 0	Tidak menuliskan yang diketahui, ditanyakan

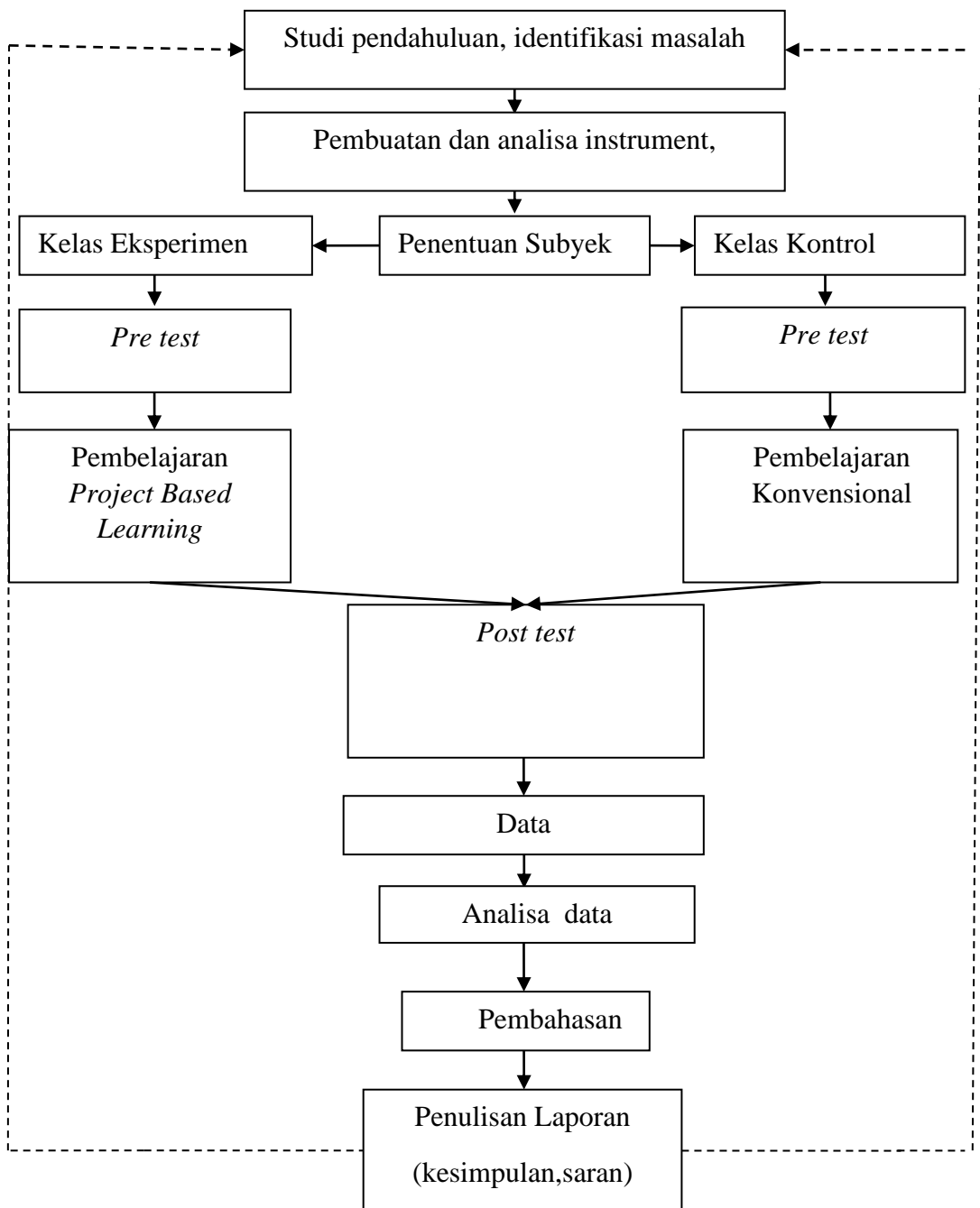
Masalah	Skor 1	Menuliskan apa yang diketahui, ditanyakan dari soal dengan kurang tepat
	Skor 2	Menuliskan apa yang diketahui, ditanyakan dari soal dengan kurang tepat
Indikator 2		
Membuat rencana pemecahan masalah	Skor 0	Tidak menyajikan urutan langkah penyelesaian sama sekali.
	Skor 1	Menyajikan urutan langkah penyelesaian masalah yang mustahil dilakukan.
	Skor 2	Menyajikan urutan langkah penyelesaian yang benar tetapi mengarah pada jawaban yang salah.
	Skor 3	Menyajikan urutan langkah penyelesaian dengan benar tetapi kurang lengkap.
	Skor 4	Menyajikan urutan langkah penyelesaian dengan benar dan mengarah pada jawaban yang benar.
Indikator 3		
Menyelesaikan masalah sesuai rencana	Skor 0	Tidak menulis penyelesaian soal.
	Skor 1	Menuliskan aturan penyelesaian dengan hasil benar tapi tidak tuntas
	Skor 2	Menuliskan aturan penyelesaian dengan hasil benar dan tuntas.
Indikator 4		
Memeriksa kembali	Skor 0	Tidak ada pemeriksaan atau tidak ada keterangan
	Skor 1	Menuliskan pemeriksaan secara benar tetapi tidak lengkap
	Skor 2	Menuliskan pemeriksaan secara benar dan lengkap

3.9. Prosedur Penelitian

Sebelum melakukan perlakuan, terlebih dahulu ditinjau faktor-faktor kesamaan dari kedua kelompok eksperimen dan kontrol yaitu kesamaan dalam faktor-faktor yang mempengaruhi kegiatan pembelajaran. Prosedur yang dilakukan dalam penelitian ini diawali dengan studi pendahuluan, untuk merumuskan identifikasi masalah, rumusan masalah, studi literatur dan pengembangan perangkat penelitian berupa bahan ajar (materi), serta instrument penelitian (tes kemampuan pemecahan masalah).

Selanjutnya, penentuan populasi dan sampel penelitian sebagai kelas eksperimen dan kelas kontrol secara acak. Dari populasi kelas yang ada akan nantinya akan dipilih dua kelas masing-masing terdiri dari satu kelas eksperimen dan satu kelas kontrol. Kelas yang terpilih sebagai kelas eksperimen nantinya akan diberi perlakuan berupa pembelajaran *project based learning* sedangkan kelas yang terpilih sebagai kelas kontrol akan diajar dengan pembelajaran konvensional. Sebelumnya baik kelas kontrol dan kelas eksperimen akan diberikan soal *pre test* untuk melihat kemampuan awal mahasiswa sebelum diberi pengajaran. Setelah pemberian *pre test* maka diterapkan *project based learning* di kelas eksperimen dan pembelajaran konvensional diterapkan pada kelas kontrol selama beberapa waktu. Pada akhir pertemuan kedua kelas baik kelas eksperimen maupun kelas kontrol akan diberikan soal *post test*.

Kemudian data yang diperoleh tersebut diperiksa, diberi skor selanjutnya data tersebut disusun kemudian diolah dan dianalisis dengan menggunakan analisis statistik yang sudah direncanakan sebelumnya yaitu berupa uji normalitas, uji homogenitas dan uji t, sehingga diperoleh beberapa temuan dalam pelaksanaan penelitian. Selanjutnya temuan yang ada ditulis ke dalam laporan yang berisi deskripsi hasil penelitian, pengujian hipotesis, pembahasan dan keterbatasan yang ditemukan pada saat penelitian setelah itu maka dapat dibuat kesimpulan dan saran terkait dengan hasil yang diperoleh dalam pelaksanaan penelitian. Adapun langkah-langkah penelitian yang telah dijelaskan di atas dapat terlihat pada gambar di bawah ini.



Gambar 3.2 Skema Prosedur Penelitian

3.10. Teknik Analisis Data

Berdasarkan teknik pengumpulan data yang digunakan, terdapat dua jenis data yang diperoleh yaitu data kuantitatif dan data kualitatif. Data kuantitatif diperoleh melalui tes kemampuan pemecahan masalah yang telah dikerjakan oleh mahasiswa. Analisis data kuantitatif dilakukan untuk masing-masing pasangan kelompok data sesuai dengan permasalahan.

Data kuantitatif ditabulasi dan dianalisis melalui tiga tahap, yaitu :

1. Tahap pertama : Data yang diperoleh dari skor kemampuan pemecahan masalah melalui pemberian soal *post test*.
2. Tahap kedua : dari hasil data kemampuan pemecahan masalah pada penelitian ini dianalisis dengan melakukan pengujian menggunakan beberapa analisis statistik berikut :

a. Uji Normalitas

Pada analisis menggunakan uji t data harus berasal dari populasi yang berdistribusi normal. Tujuan dari pengukuran normalitas adalah ingin mengetahui apakah distribusi sebuah data mengikuti atau mendekati distribusi normal. Untuk menguji normalitas ini dilakukan dengan menggunakan uji normalitas dari masing-masing variat. Jika masing-masing variat sudah berdistribusi normal atau mendekati normal, maka gabungan dari semua variat akan berdistribusi normal. Dalam penelitian ini menggunakan *software SPSS ver 16.0*.

Secara individu (masing-masing), untuk menguji normalitas data skor tes kemampuan pemecahan masalah mahasiswa dengan menggunakan uji normalitas (uji kecocokan *Kolmogorov- Smirnov*) yang diolah dengan *software SPSS 16.0 Statistics*. Langkah-langkah melakukan pengujian :

- a) Tentukan nilai α (nilai α yang digunakan dalam penelitian ini adalah 0,05).
- b) Mengolah data yang diperoleh dengan menggunakan *software SPSS 16.0 statistics* yaitu dengan mengklik *analyze*, kemudian memilih *descriptive statistic*, selanjutnya memilih *explore*, kemudian memasukkan nilai pada kotak *dependent* dan pembelajaran di kotak *factor list* selanjutnya mengklik *plots* dan memilih *normality plots with test* dan terakhir klik *ok*.
- c) Jika pada kolom *sig*. Nilainya lebih dari $\alpha = 0,05$ maka H_0 diterima.

b. Uji Homogenitas

Selain uji normalitas, untuk menggunakan analisis univariat maka perlu juga diuji homogenitas. Uji homogenitas yang dimaksud adalah menguji kesamaan varians antara kelompok eksperimen dan kelompok kontrol untuk mengetahui keadaan varians kedua kelompok sama atau berbeda.

Langkah-langkah melakukan pengujian yaitu :

- a. Menentukan hipotesis statistik kesamaan matriks varian univariat

$$H_0 : \sigma_1^2 = \sigma_2^2$$

$$H_a : \sigma_1^2 \neq \sigma_2^2$$

Keterangan :

σ_1^2 = varians skor pembelajaran *project based learning*

σ_2^2 = varians skor pembelajaran konvensional

- b. Tentukan nilai α (nilai α yang digunakan dalam penelitian ini adalah 0,05)
- c. Mengolah data yang diperoleh dengan menggunakan *software SPSS 16.0 statistics* mengklik *analyze*, kemudian memilih *descriptive statistic*, selanjutnya memilih *explore*, kemudian memasukkan nilai gain pada kotak *dependent* dan pembelajaran di kotak *factor list* selanjutnya mengklik *plots* dan pada pilihan *spread Levene test* klik *untransformed with test* dan terakhir klik *ok*.
- d. Melakukan pengujian adapun kriteria yang digunakan adalah jika nilai *significance (sig)* lebih besar dari $\alpha = 0,05$, maka H_0 diterima. Uji homogenitas yang digunakan adalah Uji Levene.

c. Uji t

Hipotesis dalam penelitian ini adalah sebagai berikut:

$$H_0 : \mu_{A_1B} = \mu_{A_2B}$$

$$H_a : \mu_{A_1B} \geq \mu_{A_2B}$$

Keterangan :

μ_{A_1B} = rerata kemampuan pemecahan masalah mahasiswa yang diajar dengan pembelajaran *project based learning*.

μ_{A_2B} = rerata kemampuan pemecahan masalah mahasiswa yang diajar dengan pembelajaran langsung.

Untuk menguji hipotesis di atas peneliti menggunakan rumus uji t *independent sample t-test* dimana kriteria pengujiannya adalah terima H_0 jika nilai signifikansi (sig) lebih besar dari 0,05 dalam hal lainnya jika nilai signifikansi (sig) lebih kecil dari 0,05 maka H_0 ditolak.

BAB IV BIAYA DAN JADWAL PENELITIAN

4.1. Anggaran Biaya

Anggaran biaya yang diajukan disusun secara rinci (Justifikasi Anggaran) dan dilampirkan dengan format pada Lampiran 1. Ringkasan anggaran biaya yang diajukan per tahun disusun mengikuti komponen sebagaimana dalam tabel berikut:

Tabel 4.1. Rincian Anggaran Biaya

No	Jenis Pengeluaran	Biaya yang Disusulkan (Rp)
1	Pra Penelitian	Rp. 1.350.000
2	Sedang Penelitian	Rp. 3.375.000
3	Pengolahan Data	Rp. 1.540.000
4	<i>Focus Group Discussion</i>	Rp 10.135.000
5	Penyusunan Laporan Akhir	Rp 1.550.000
6	Diseminasi Hasil Penelitian	Rp 2.550.000
Jumlah		Rp. 20.000.000

4.2. Jadwal Penelitian

Jadwal penelitian berlangsung antara bulan Februari 2023 sampai bulan Juli 2023. Untuk masing-masing tahapan diuraikan sebagai berikut

Tabel 4.2. Jadwal Penelitian

No	Tahapan Kegiatan	Bulan Ke-						
		1	2	3	4	5	6	7
1	Penulisan Proposal penelitian							
2	Seminar proposal penelitian							
3	Persiapan penelitian							
4	Pelaksanaan penelitian							
5	Penulisan hasil penelitian							
6	Seminar hasil penelitian							
7	Pengumpulan laporan akhir penelitian							

BAB V

HASIL DAN PEMBAHASAN

Untuk menjawab pertanyaan-pertanyaan penelitian yang dikemukakan pada bagian pendahuluan, diperlukan adanya analisis dan pembahasan data hasil penelitian. Analisis yang dimaksud adalah analisis statistik deskripsi dan analisis statistika inferensial. Berikut ini adalah uraian hasil analisis data dan pembahasannya.

5.1. Hasil Analisis Data

Pada sub bab ini akan diuraikan hasil analisis kemampuan berpikir logis mahasiswa meliputi deskripsi pre tes dan deskripsi *post tes* kemampuan pemecahan masalah. Selain itu, akan diuraikan juga mengenai hasil uji normalitas dan uji homogenitas dan tes uji perbedaan rata-rata, untuk data yang diperoleh.

5.1.1. Deskripsi Hasil Tes Kemampuan Pemecahan Masalah Mahasiswa pada Kelas Eksperimen dan Kontrol

Tes kemampuan pemecahan masalah dilakukan 2 (dua) kali yaitu pretes (sebelum dilakukan pembelajaran) dan postes (akhir pembelajaran). Untuk tes kemampuan pemecahan masalah terdiri dari 4 butir soal baik pre tes maupun post tes (dapat dilihat pada lampiran B). Setelah dilakukan pengolahan data pretes kemampuan pemecahan masalah, diperoleh skor terendah (X_{\min}), skor tertinggi (X_{\max}), skor rata-rata (\bar{X}) dan standar deviasi (SD) untuk kelas eksperimen dan kontrol. Untuk lebih jelasnya diuraikan berikut ini.

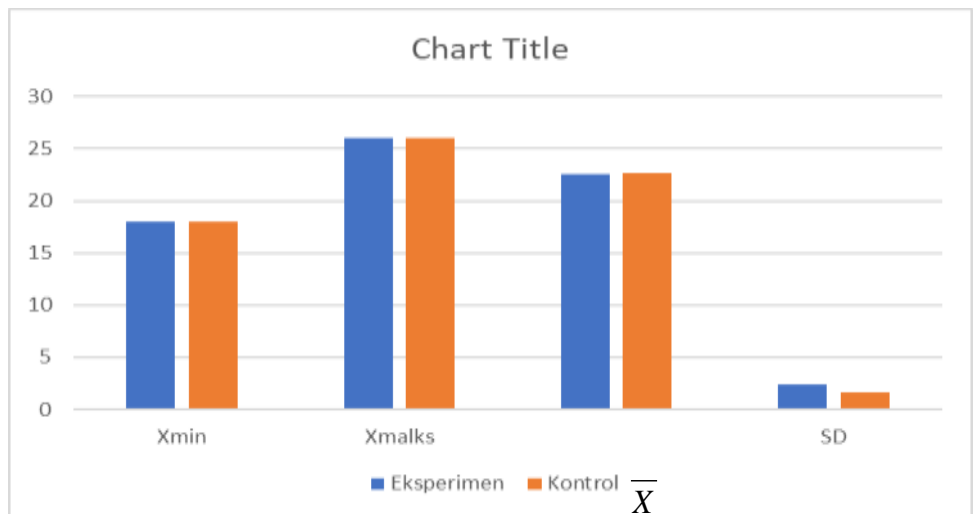
5.1.1.1 Deskripsi Hasil Pre Tes Kemampuan Pemecahan Masalah di Kelas Eksperimen dan Kontrol

Secara garis besar untuk hasil pre tes kemampuan pemecahan masalah pada kelas eksperimen dan kontrol dapat dilihat pada tabel 5.1. berikut ini:

Tabel 5.1. Hasil Pre Tes Kemampuan Pemecahan Masalah Mahasiswa Kelas Eksperimen dan Kontrol

Kelas	X_{\min}	X_{\max}	\bar{X}	SD
Eksperimen	18	26	22,5385	2,3703
Kontrol	18	26	22,6667	1,6441

Sedangkan agar lebih jelas perbedaan dari pre tes dari kemampuan pemecahan masalah mahasiswa untuk kelas eksperimen dan kontrol dapat dilihat dalam diagram batang pada gambar 5.1. berikut ini:



Gambar 5.1. Diagram Batang Pre Tes Kemampuan Pemecahan Masalah Kelas Eksperimen dan Kelas Kontrol.

Dari Tabel 5.1 dan Gambar 5.1 di atas tampak bahwa pre tes pada kelas eksperimen diperoleh skor terendah 18, skor tertinggi 26, rata-rata 22,538 dan standar deviasi sebesar 2,3703. Sedangkan untuk pre tes di kelas kontrol diperoleh skor terendah 18, skor tertinggi 26, rata-rata 22,6667 dan standar deviasi sebesar 1,6641. Skor maksimum dan minimum untuk kelas eksperimen dan kontrol jika dilihat memiliki nilai yang sama. Hal tersebut juga tampak pada skor rata-rata pre tes kemampuan pemecahan masalah

mahasiswa di kelas eksperimen dan kontrol yang tidak jauh berbeda yaitu 22,538 dan 22,667.

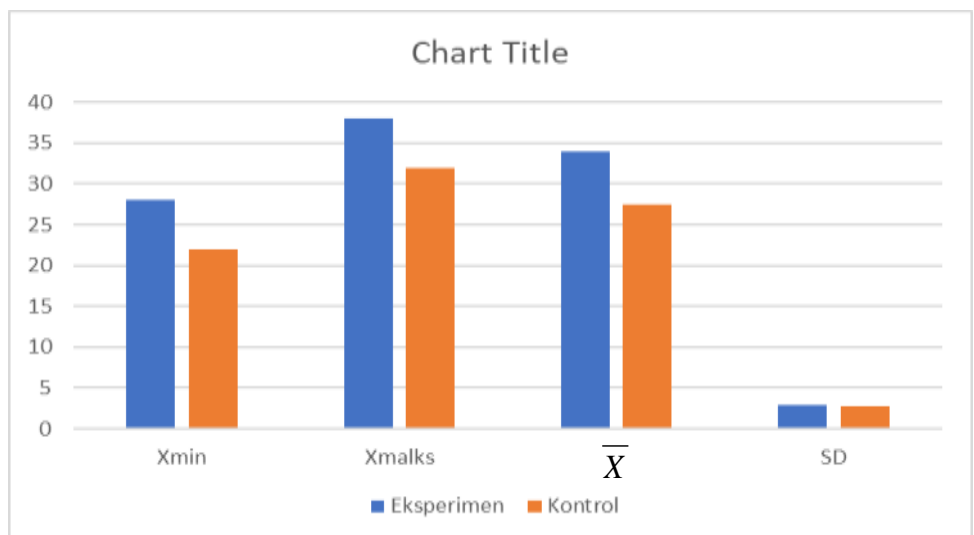
5.1.1.2. Deskripsi Hasil Post Tes Kemampuan Pemecahan Masalah Mahasiswa di Kelas Eksperimen dan Kelas Kontrol

Selanjutnya untuk nilai post tes, secara garis besar hasil tes kemampuan pemecahan masalah mahasiswa pada kelas eksperimen dan kontrol dapat dilihat pada tabel berikut ini:

Tabel 5.2. Hasil Post Tes Kemampuan Pemecahan Masalah Mahasiswa di Kelas Eksperimen dan Kontrol

Kelas	X_{\min}	X_{\max}	\bar{X}	SD
Eksperimen	28	38	33,92	2,965
Kontrol	22	32	27,41	2,763

Agar lebih jelas perbedaan dari *post test* dari kemampuan pemecahan masalah matematis untuk kelas eksperimen dan kelas kontrol yang digambarkan dalam diagram batang pada gambar 5.2 berikut.



Gambar 5.2. Diagram Batang Post Tes Kemampuan Pemecahan Masalah Mahasiswa di Kelas Eksperimen dan Kelas Kontrol

Dari Tabel 5.2. dan Gambar 5.2. di atas tampak bahwa pada kelas eksperimen diperoleh skor terendah 28, skor tertinggi 38, rata-rata 33,92 dan standar deviasi sebesar 2,965. Sedangkan pada kelas kontrol diperoleh skor terendah 22, skor tertinggi post tes 32, rata-rata 27,41 dan standar deviasi sebesar 2,763. Jadi, dapat disimpulkan bahwa rata-rata skor kemampuan pemecahan masalah baik pada kelas eksperimen dan kontrol terjadi peningkatan. Namun, jika dibandingkan skor rata-rata pada kelas eksperimen lebih tinggi dibandingkan pada kelas kontrol.

5.1.1.3. Hasil Uji Normalitas dan Homogenitas Kemampuan Pemecahan Masalah Mahasiswa Kelas Eksperimen dan Kelas Kontrol

Sebelum dilakukan analisis data uji t dari kemampuan pemecahan masalah mahasiswa pada kelas eksperimen dan kelas kontrol terlebih dahulu dilakukan uji prasyarat yakni uji normalitas dan uji homogenitas dari N-gain tersebut. Uji normalitas pada penelitian ini menggunakan teknik *Kolmogorov-Smirnov* sedangkan uji homogenitasnya menggunakan Uji Levene.

a. Uji Normalitas pada Kemampuan Pemecahan Masalah Mahasiswa

Hipotesis yang diuji untuk mengetahui normalitas kelompok data kemampuan pemecahan masalah mahasiswa adalah:

H_0 : Sampel berasal dari populasi berdistribusi normal

H_a : Sampel tidak berasal dari populasi berdistribusi normal

Kriteria pengujian: jika signifikansi yang diperoleh $> 0,05$, maka sampel berasal dari populasi yang berdistribusi normal dan jika signifikansi yang diperoleh maka sampel bukan berasal dari populasi berdistribusi normal.

Tabel 5.3. Hasil Uji Normalitas Kemampuan Pemecahan Masalah Mahasiswa Kelas Eksperimen dan Kelas Kontrol

Kelas	Kolmogorov-Smirnov ^a			Shapiro-Wilk		
	Statistic	df	Sig.	Statistic	df	Sig.
Post_Test Eksperimen	.143	26	.185	.927	26	.066
Kontrol	.140	27	.184	.940	27	.121

Dari hasil uji *Kolmogorov-Smirnov test* tersebut, diketahui bahwa nilai signifikansi kelas eksperimen sebesar 0,185 sedangkan kelas kontrol 0,184 karena nilai signifikansi kelas eksperimen yaitu $0,185 > \alpha : 0,05$ dan nilai signifikansi kelas eksperimen yaitu $0,184 > \alpha : 0,05$ maka data kelas eksperimen dan kelas kontrol berdistribusi normal. Dengan demikian, data kemampuan pemecahan masalah mahasiswa secara keseluruhan dapat disimpulkan berdistribusi normal.

b. Uji Homogenitas pada Kemampuan Pemecahan Masalah Mahasiswa

Setelah melalui tahap uji normalitas, data N-gain juga harus melalui tahap uji homogenitas. Pada penelitian ini uji homogenitas menggunakan uji Levene. Hipotesis yang diuji untuk mengetahui homogenitas kelompok data kemampuan pemecahan masalah mahasiswa adalah:

$$H_0 : \sigma_1^2 = \sigma_2^2$$

$$H_a : \sigma_1^2 \neq \sigma_2^2$$

Keterangan :

σ_1^2 = varians skor kemampuan pemecahan masalah mahasiswa kelas eksperimen

σ_2^2 = varians skor kemampuan pemecahan masalah mahasiswa kelas kontrol

Kriteria untuk pengujian homogenitas dengan menggunakan uji Levene sebagai berikut:

Jika nilai signifikansi $> 0,05$, maka varian kelompok data homogen

Jika nilai signifikansi $< 0,05$, maka varian kelompok data tidak homogen.

Tabel 5.4. Hasil Uji Homogenitas Kemampuan Pemecahan Masalah Mahasiswa Kelas Eksperimen dan Kelas Kontrol

	Levene Statistic	df1	df2	Sig.
Post_Test Based on Mean	.070	1	51	.793
Based on Median	.121	1	51	.729
Based on Median and with adjusted df	.121	1	51.000	.729
Based on trimmed mean	.050	1	51	.823

Dari hasil Levene program SPSS tersebut, diketahui bahwa nilai signifikansinya sebesar $0,793 > \alpha : 0,05$ sehingga hipotesis nol diterima yang berarti semua populasi mempunyai varians yang homogen. Dengan demikian, data kemampuan pemecahan masalah mahasiswa secara keseluruhan dapat disimpulkan homogen. Berdasarkan pengujian normalitas dan homogenitas di atas disimpulkan bahwa data N-gain kemampuan pemecahan masalah mahasiswa kedua sampel berdistribusi normal dan memiliki varians yang sama.

5.1.2. Uji Hipotesis

Setelah pengujian prasyarat analisis data di dapat bahwa kemampuan pemecahan masalah mahasiswa berdistribusi normal dan homogen maka analisis yang digunakan adalah analisis parametrik dengan menggunakan uji t. Hipotesis statistik yang harus diuji untuk kemampuan pemecahan masalah matematis dirumuskan sebagai berikut :

$$H_0 : \mu_{A_1B} = \mu_{A_2B}$$

$$H_a : \mu_{A_1B} \geq \mu_{A_2B}$$

Hasil perhitungan selengkapnya dapat dilihat pada lampiran , sedangkan hasil rangkuman tersajikan pada tabel 4.5 berikut:

Tabel 5.5. Rangkuman Uji -t Kemampuan Pemecahan Masalah

		Post_Test		
		Equal variances assumed	Equal variances not assumed	
Levene's Test for Equality of Variances	F	.070		
	Sig.	.793		
t-test for Equality of Means	T	8.279	8.268	
	Df	51	50.402	
	Sig. (2-tailed)	.000	.000	
	Mean Difference	6.516	6.516	
	Std. Error Difference	.787	.788	
	95% Confidence Interval of the Difference	Lower	4.936	4.933
		Upper	8.096	8.098

Pengujian hipotesis dilakukan dengan menggunakan uji *independent sample t-test* dan taraf signifikan $\alpha \geq 0,05$. Hasil pengujian terhadap hipotesis diperoleh nilai signifikansi (*Sig 2-tailed*) yaitu 0,000 lebih kecil dari taraf signifikansi 0,05, sehingga dapat disimpulkan H_a diterima dan H_0 ditolak. Dengan kata lain, terdapat perbedaan kemampuan pemecahan masalah antara mahasiswa yang diberi pembelajaran *project based learning* dibandingkan dengan kemampuan pemecahan masalah mahasiswa yang diberi pembelajaran pembelajaran langsung. Oleh karena itu, dapat disimpulkan terdapat pengaruh pembelajaran *project based learning* terhadap kemampuan pemecahan masalah mahasiswa.

5.1.3. Rangkuman Hipotesis

Rangkuman hasil pengujian hipotesis yang berkenaan dengan kemampuan pemecahan masalah mahasiswa yang diperoleh melalui pengujian statistik pada skor tes kemampuan pemecahan masalah mahasiswa dengan menggunakan uji *independent sample t-test* yang telah diperoleh

pada bagian sebelumnya. Hasil yang diperoleh tersebut akan disajikan pada Tabel 5.6 berikut ini.

Tabel 5.6. Rangkuman Hasil Pengujian Hipotesis Penelitian Kemampuan Pemecahan Masalah Mahasiswa

NO	Hipotesis Penelitian	Pengujian H_0	Hasil Pengujian
1	Terdapat pengaruh model pembelajaran <i>project based learning</i> terhadap kemampuan pemecahan masalah mahasiswa.	H_0 Ditolak dan H_a Diterima	Terdapat pengaruh model pembelajaran <i>project based learning</i> terhadap kemampuan pemecahan masalah mahasiswa.

Dari tabel 5.6 di atas dapat dilihat bahwa dari hasil pengujian H_0 dengan menggunakan uji *independent sample t-test* diperoleh bahwa untuk hipotesis penelitian dapat disimpulkan bahwa H_0 ditolak dan H_a diterima..

5.2. Pembahasan Hasil Penelitian

Berdasarkan hasil penelitian diperoleh pre tes pada kelas eksperimen diperoleh skor terendah 18, skor tertinggi 26, rata-rata 22,538 dan standar deviasi sebesar 2,3703. Sedangkan untuk pre tes di kelas kontrol diperoleh skor terendah 18, skor tertinggi 26, rata-rata 22,6667 dan standar deviasi sebesar 1,6641. Skor maksimum dan minimum untuk kelas eksperimen dan kontrol jika dilihat memiliki nilai yang sama. Hal tersebut juga tampak pada skor rata-rata pre tes kemampuan pemecahan masalah mahasiswa di kelas eksperimen dan kontrol yang tidak jauh berbeda yaitu 22,538 dan 22,6667. Hasil post tes pada kelas eksperimen diperoleh skor terendah 28, skor tertinggi 38, rata-rata 33,92 dan standar deviasi sebesar 2,965. Sedangkan pada kelas kontrol diperoleh skor terendah 22, skor tertinggi post tes 32, rata-rata 27,41 dan standar deviasi sebesar 2,763. Jadi, dapat disimpulkan bahwa rata-rata skor kemampuan pemecahan masalah baik pada kelas eksperimen dan kontrol terjadi peningkatan. Namun, jika dibandingkan skor rata-rata pada kelas eksperimen lebih tinggi dibandingkan pada kelas kontrol.

Pengujian hipotesis dilakukan dengan menggunakan uji *independent sample t-test* dan taraf signifikan $\alpha \geq 0,05$. Hasil pegujian terhadap hipotesis

diperoleh nilai signifikansi (*Sig 2-tailed*) yaitu 0,000 lebih kecil dari taraf signifikansi 0,05, sehingga dapat disimpulkan H_a diterima dan H_o ditolak. Hal ini berarti terdapat perbedaan kemampuan pemecahan masalah antara mahasiswa yang diberi pembelajaran *project based learning* dibandingkan dengan kemampuan pemecahan masalah mahasiswa yang diberi pembelajaran pembelajaran langsung. Terdapatnya perbedaan kemampuan pemecahan masalah dipengaruhi oleh model pembelajaran khususnya model pembelajaran *project based learning*.

Model pembelajaran *project based learning* merupakan model pembelajaran yang menggunakan permasalahan didalam dunia nyata yang bersifat kontekstual untuk membentuk pengetahuan yang baru. Pembelajaran difokuskan dalam pemecahan masalah yang menjadi tujuan utama dari proses belajar sehingga dapat memberikan pembelajaran yang lebih bermakna karena dalam belajar tidak hanya mengerti apa yang dipelajari tetapi membuat peserta didik menjadi tahu apa manfaat dari pembelajaran tersebut untuk lingkungan sekitarnya (Nurfitriyanti, 2016).

Pada pembelajaran *project based learning* juga menekankan kepada mahasiswa untuk melakukan investigasi secara mendalam mengenai sebuah materi atau topik pembelajaran. Pada proses investigasi mahasiswa akan berkolaborasi dengan teman sekelompoknya dalam mengumpulkan informasi dan data, berdiskusi, membangun hipotesis, menarik kesimpulan dari suatu permasalahan. Hal ini akan membentuk kemandirian belajar mahasiswa dan kemampuan mahasiswa dalam menyelesaikan suatu permasalahan. Sebagaimana yang dinyatakan oleh Rusydan dan Sujatmiko (2021) bahwa *project based learning* memiliki karakteristik berpusat pada kolaborasi teknologi serta kemandirian peserta didik dalam mengolah proyek yang mengutamakan keahlian pemecahan masalah dan kombinasi teknologi sehingga dapat menghasilkan sebuah produk/karya.

Pembelajaran *project based learning* mahasiswa juga diminta untuk menghasilkan sebuah produk berdasarkan proyek pembelajaran yang diberikan oleh dosen seperti video pembelajaran, modul, media pembelajaran dan produk pembelajaran lainnya, Sebagaimana yang dinyatakan oleh Amin dkk (2023) bahwa model pembelajaran ini dianggap dapat memberikan pengalaman belajar yang lebih bermakna dan menarik bagi mahasiswa dengan membangun pengetahuan mereka sendiri untuk menghasilkan produk dalam sebuah proyek berdasarkan pengalaman nyata dari hasil bekerja sama dengan orang lain dalam anggota kelompoknya serta bimbingan dari dosen.

Pada saat proses menghasilkan produk berdasarkan proyek yang diberikan mahasiswa akan dihadapkan dengan berbagai permasalahan yang disajikan pada proyek yang diberikan oleh dosen yang harus diselesaikan dan proses ini akan melatih kemampuan pemecahan masalah mahasiswa.

Hasil penelitian ini juga didukung dengan hasil penelitian yang relevan seperti penelitian Rani dkk (2021) bahwa terdapat pengaruh penerapan model pembelajaran *project based learning* terhadap kemampuan pemecahan masalah matematika dan dapat meningkatkan keterampilan berpikir kritis mahasiswa dengan menggunakan model pembelajaran berbasis *project based learning* secara signifikan lebih tinggi dibandingkan pembelajaran konvensional. Penelitian Mardin dan Zainil (2019) bahwa terdapat pengaruh yang signifikan terhadap kemampuan pemecahan masalah peserta didik yang diajarkan menggunakan model *Project Based Learning (PjBL)* dibandingkan dengan kelas kontrol yang tidak menggunakan model *Project Based Learning (PjBL)*.

5.3. Keterbatasan Penelitian

Peneliti telah melakukan berbagai upaya untuk mendapatkan hasil yang maksimal pada saat penelitian. Akan tetapi, penelitian ini tidak terlepas dari keterbatasan yang disebabkan beberapa kendala yang tidak dapat dihindari. Adapun keterbatasan dalam penelitian ini adalah sebagai berikut : Waktu penelitian yang terbatas disebabkan karena penelitian ini dilakukan hanya dalam waktu 7 minggu dengan 7 kali pertemuan dilaksanakan dengan tatap muka.

BAB VI

SIMPULAN DAN SARAN

6.1. Simpulan

Berdasarkan rumusan masalah, hasil penelitian, dan pembahasan seperti yang telah dikemukakan pada bab sebelumnya, diperoleh beberapa simpulan sebagai berikut:

- 1) Hasil *pre test* kemampuan pemecahan masalah diperoleh pada kelas eksperimen dengan nilai minimum 18, nilai maksimum 26, rata-rata 22,5385 dan standar deviasi 2,3703 dan pada kelas kontrol dengan nilai minimum 18 nilai maksimum 26, nilai rata-rata 22,6667 dan standar deviasi 1,6441. Hasil *post test* kemampuan pemecahan masalah pada kelas eksperimen diperoleh nilai minimum 28, nilai maksimum 38, rata-rata 33,92 dan standar deviasi 2,965 dan pada kelas kontrol diperoleh nilai minimum 22, nilai maksimum 32, rata-rata 27,41 dan standar deviasi 2,763.
- 2) Hasil pengujian terhadap hipotesis diperoleh nilai signifikansi (*Sig 2-tailed*) yaitu 0,000 lebih kecil dari taraf signifikansi 0,05, sehingga dapat disimpulkan H_a diterima dan H_o ditolak. Terdapat pengaruh model pembelajaran *project based learning* terhadap kemampuan pemecahan masalah mahasiswa.

6.2. Saran

Berdasarkan simpulan dari hasil penelitian ini, maka berikut beberapa saran yang perlu mendapat perhatian dari semua pihak yang berkepentingan terhadap penerapan pembelajaran *project based learning* dalam proses pembelajaran matematika. Saran-saran tersebut antara lain sebagai berikut:

1. Bagi Dosen

Bagi dosen yang akan mencoba pembelajaran *project based learning* hendaknya memperhatikan hal-hal berikut yaitu : penerapan pembelajaran *project based learning* sebaiknya dilakukan secara bergantian setiap pertemuan dan *outcome* yang dihasilkan sebaiknya dapat menunjang akreditasi prodi misalnya mahasiswa dapat mempublikasikan artikel ilmiah pada jurnal nasional yang terakreditasi.

2. Bagi Peneliti Selanjutnya

Peneliti lanjut yang hendak melakukan penelitian sejenis hendaknya mengkaji aspek-aspek kemampuan matematis dan aspek afektif yang lain serta melakukan penelitian pada mata kuliah yang belum terjangkau oleh peneliti saat ini dan hendaknya peneliti lanjut dapat merancang bahan ajar dan instrumen penelitian yang jauh lebih baik lagi.

3. Bagi Mahasiswa

Untuk mahasiswa prodi pendidikan matematika yang mengikuti pembelajaran pada mata kuliah metode numerik agar dapat lebih meningkatkan hasil belajarnya dengan menggunakan *project based learning*, karena pembelajaran dengan *project based learning* memudahkan mahasiswa untuk belajar kapan saja dan dimana saja.

4. Bagi Lembaga Terkait

Untuk lembaga terkait hendaknya mensosialisasikan dan memberikan pembekalan wawasan kepada dosen mengenai *project based learning* untuk diterapkan di kelas agar dapat meningkatkan kemampuan matematika dan afektif mahasiswa serta menyediakan fasilitas-fasilitas yang dibutuhkan agar pembelajaran yang inovatif bisa dilaksanakan

DAFTAR PUSTAKA

- Aliah, S.N., Sukmawati, S., Hidayat, W., dan Rohaeti, E.E. (2020). Analisis Kemampuan Pemecahan Masalah Matematika Dan Disposisi Matematika Mahasiswa Pada Materi SPLDV. *JPMI : Jurnal Pembelajaran Matematika Inovatif*. 3(2). 91-98. <https://journal.ikipsiliwangi.ac.id/index.php/jpmi/article/view/3031>
- Agustami, Aprida, V., dan Pramita, A. (2021). Analisis Kemampuan Pemecahan Masalah Matematis Mahasiswa Dalam Menyelesaikan Soal Materi Lingkaran. *Jurnal Prodi Pendidikan Matematika (JPMM)*. 3(1). 224-231. <https://jurnal.mipatek.ikipgriptk.ac.id/index.php/JPPM/article/view/279>
- Albab, I.U., Saputro, B.A., dan Nursyahidah, F. (2017). Peningkatan Kemampuan Pemecahan Masalah Matematis Mahasiswa Melalui Collaborative Analysis Of Sample Student. *Jurnal Mosharafa*. 6(1). 35-44. https://journal.institutpendidikan.ac.id/index.php/mosharafa/article/view/mv6n1_4/297
- Almuhzir. (2022). Penerapan Model Pembelajaran Project Based Learning dapat Meningkatkan Hasil Belajar Mahasiswa Kelas IX Semester Ganjil pada Bimbingan TIK tentang Penggunaan Dasar Internet atau Intranet di SMP NEGERI 1 MARISA Tahun Pelajaran 2021/2022. *Jurnal Pendidikan Masyarakat dan Pengabdian: DIKMAS*. 2(2). 425-436. <https://ejurnal.pps.ung.ac.id/index.php/dikmas/article/view/1288>
- Al-Tabany, T. I. B. (2014). *Mendesain Model Pembelajaran Inovatif, Progresif, Dan kontekstual*. Jakarta: Kencana.
- Aliyah, H. (2017). Pengembangan Model Pembelajaran Tematik Berbasis Proyek Untuk Meningkatkan Berpikir Kreatif Mahasiswa. *Jurnal Pendidikan Dasar*, 8(2), 36–50. <https://journal.unj.ac.id/unj/index.php/jpd/article/view/5317>

- Amam, A. (2017). Penilaian Kemampuan Pemecahan Masalah Matematis Mahasiswa SMP. *Jurnal Teori dan Riset Matematika (TEOREMA)*. 2(1). 39-46.
<https://jurnal.unigal.ac.id/index.php/teorema/article/view/765>
- Amin, B., Karim, Sari, A. (2023). Implementasi Model Pembelajaran *Project Based Learning* Pada Pembelajaran Matematika SMP/MTS. *Jurmadikta (Jurnal Mahasiswa Pendidikan Matematika)*. 3(1). 23-32. <http://jtam.ulm.ac.id/index.php/jurmadikta/article/view/1589/951>
- Andini, R., Ruqoyyah, S., dan Rabbani, S. (2022). Kajian Literatur Tentang Hasil Belajar Matematika Dengan Model *Project Based Learning* Pada Mahasiswa Sekolah Dasar. *COLLASE : Creative of Learning Students Elementary Education*. 5(5). 865 - 872.
<https://journal.ikipsiliwangi.ac.id/index.php/collase/article/view/6682/3836>
- Anggraini, P.D., dan Wulandari, S.S. (2021). Analisis Penggunaan Model Pembelajaran *Project Based Learning* dalam Peningkatan Keaktifan Mahasiswa. *Jurnal Pendidikan Administrasi Perkantoran (JPAP)*. 9(2). 292-299. <https://journal.unesa.ac.id/index.php/jpap>
- Arends, R. (2013). *Belajar untuk Mengajar Edisi Ketujuh/ Buku Satu*. Terjemahan oleh Helly Prajitno Soetjipto dan Sri Mulyantini Soetjipto. 2008. Yogyakarta : Pustaka Pelajar.
- Aryanti. (2022). Perbandingan Keefektifan *Project-Based Learning* dan *Problem-Based Learning* Ditinjau dari Ketercapaian Tujuan Pembelajaran. 5(1). 1- 10.
<https://journal.uny.ac.id/index.php/jpms/article/view/13469/pdf>
- Badriah. (2022). Penerapan Model Pembelajaran *Project Based Learning* Untuk Meningkatkan Pemahaman Konsep Mahasiswa Pada Materi Elastisitas Dan Hukum Hooke Di SMA Negeri 1 Syamtalira Bayu. *Jurnal Dedikasi Pendidikan*. 6(2). 463-472.
<http://jurnal.fkip.unila.ac.id/index.php/MTK/article/view/16371/pdf>
- Dewi, N.R., Munahefi, D.N., dan Azmi, K.U. (2020). Kemampuan Pemecahan Masalah Matematis Mahasiswa pada Pembelajaran Preprospec

- Berbantuan TIK. *Kreano, Jurnal Matematika Kreatif-Inovatif*. 11(2). 256-165.
<https://journal.unnes.ac.id/nju/index.php/kreano/article/view/26290/11177>
- Eggen, P dan Kauchak, D. 2012. *Strategi dan Model Pembelajaran*. Terjemahkan oleh Satrio Wahono. 2012. Jakarta: PT Indeks.
- Fitrina, T., Ikhsan, M., dan Munzir, Said. (2016). Peningkatan Kemampuan Berpikir Kreatif dan Komunikasi Matematis Mahasiswa SMA melalui Model Pembelajaran Project Based Learning Berbasis Debat. *Jurnal Didaktik Matematika*. 3(1). 87-95.
<https://jurnal.usk.ac.id/DM/article/view/4753/4102>
- Hamsia, W., Erydani, V. A. C., Afian, K. D. A., Suwela, W., Saida, N., & Faradita, M. N. (2022). *Inovasi Pendidikan Dan Pembelajaran Abad 21 Serta Biodiversitas Indonesia*. Surabaya: UM Surabaya Publishing.
- Hidayat, W., dan Sariningsih, R. (2018). Kemampuan Pemecahan Masalah Matematis Dan Adversity Quotient Mahasiswa SMP Melalui Pembelajaran Open Ended. *Jurnal JNPM (Jurnal Nasional Pendidikan Matematika)*. 2(1). 109-118.
<https://jurnal.ugj.ac.id/index.php/JNPM/article/view/1027>
- Layali, N.K. dan Masri. (2020). Kemampuan Pemecahan Masalah Matematis Melalui Model Treffinger di SMA. *Jurnal Pendidikan Matematika Raflesia*. 5(2). 137-144.
<https://ejournal.unib.ac.id/index.php/jpmr/article/view/11448>
- Mariani, Y., dan Susanti, E. (2019). Kemampuan Pemecahan Masalah Mahasiswa Menggunakan Model Pembelajaran MEA (*Means Ends Analysis*). Lentera Sriwijaya: Jurnal Ilmiah Pendidikan Matematika. 1(1). 13-15.
<https://ejournal.unsri.ac.id/index.php/lenterasriwijaya/article/view/9566>
- Mawaddah, S., dan Anisah, H. (2015). Kemampuan Pemecahan Masalah Matematis Mahasiswa Pada Pembelajaran Matematika Dengan Menggunakan Model Pembelajaran Generatif (Generative

- Learning) di SMP. *EDU-MAT Jurnal Pendidikan Matematika*. 3(2). 166-175.
<https://ppjp.ulm.ac.id/journal/index.php/edumat/article/view/644>
- Mardin, A. dan Zainil, M. (2019). Pengaruh *Model Project Based Learning* (PjBL) terhadap Kemampuan Pemecahan Masalah pada Materi Penyajian Data di Kelas V SD. *Jurnal E-Tech*.
<https://ejournal.unp.ac.id/index.php/e-tech/article/view/104576/pdf>
- Noor, A.J. dan Norlaila. (2014). Kemampuan Pemecahan Masalah Matematika Mahasiswa Dalam Pembelajaran Matematika Menggunakan Model Cooperative Script. *EDU-MAT Jurnal Pendidikan Matematika*, 2(3). 250 – 259.
<https://ppjp.ulm.ac.id/journal/index.php/edumat/article/view/620/528>
- Muslim, S.R. (2017). Pengaruh Penggunaan *Model Project Based Learning* Terhadap Kemampuan Pemecahan Masalah Matematis Peserta Didik SMA. *Supremum Journal of Mathematics Education (SJME)*. 1(2). 88-95.
<https://journal.unsika.ac.id/index.php/supremum/article/view/756/686>
- Nurfitriyanti, M. (2016). Model Pembelajaran *Project Based Learning* Terhadap Kemampuan Pemecahan Masalah Matematika. *Jurnal Formatif*. 6(2). 149-160.
<https://journal.lppmunindra.ac.id/index.php/Formatif/article/view/950/883>
- Purnomo, H., & Ilyas, Y. (2019). *Tutorial Pembelajaran Berbasis Proyek*. Yogyakarta: K-Media.
- Riyanto, Y. (2015). *Paradigma Baru Pembelajaran*. Jakarta : Kencana Prenada Media Group.
- Rahman, A., & Effendi, L. A. (2020). Missouri Mathematics Project (MMP): Model Pembelajaran Untuk Mempengaruhi Kemampuan Pemahaman Matematis Mahasiswa SMK. *Jurnal Aksiomatik*, 8(3), 9–16. <https://journal.uir.ac.id/index.php/AKS/article/view/3231>

- Rahmawati, A., Warmi,A., dan Marlina, R. (2022). Analisis Kemampuan Pemecahan Masalah Matematis Mahasiswa SMP Pada Materi Teorema Pythagoras. *Jurnal Cendekia: Jurnal Pendidikan Matematika*. 6(1). 365-374. <https://j-cup.org/index.php/cendekia/article/view/1012/547>
- Rahmazatullaili, Zubainur, C.M., Munzir,S. (2017). Kemampuan Berpikir Kreatif Dan Pemecahan Masalah Mahasiswa Melalui Penerapan Model *Project Based Learning*. *Beta : Jurnal Tadris Matematika*. 10(2). 166-183. <https://jurnalbeta.ac.id/index.php/betaJTM/article/view/104/100>
- Rambe, A.Y.F., dan Afri, L.D. (2020). Analisis Kemampuan Pemecahan Masalah Matematis Mahasiswa dalam Menyelesaikan Soal Materi Barisan dan Deret. *AXIOM : Jurnal Pendidikan dan Matematika*. 9 (2). 175-187. <http://jurnal.uinsu.ac.id/index.php/axiom/article/view/8069/3881>
- Rani, Lestari, A., Mutmainah, F., Ishak, K.A., Delima, R., Siregar, P.S., dan Marta, E. (2021). Pengaruh Metode PJBL Terhadap Hasil Belajar Matematika di Sekolah Dasar. *Journal for Lesson and Learning Studies*. 4(2). 264-270. <https://ejournal.undiksha.ac.id/index.php/JLLS/article/download/34570/19766>
- Rusydan, F., dan Sujatmiko, B. (2021). Studi Literatur Efek Model Pembelajaran Project Based Learning Terhadap Keahlian Pemecahan Masalah Pada Peserta Didik Rekayasa Perangkat Lunak Di Sekolah Menengah Kejuruan. *Jurnal IT-EDU*. 5(2). 755-762. <https://ejournal.unesa.ac.id/index.php/it-edu/article/view/42528>
- Safithri, R., Syaiful, Huda, N. (2021). Pengaruh Penerapan *Problem Based Learning* (PBL) dan *Project Based Learning* (PjBL) Terhadap Kemampuan Pemecahan Masalah Berdasarkan *Self Efficacy* Mahasiswa. *Jurnal Cendekia: Jurnal Pendidikan Matematika*. 5(1). 335-346. <https://j-cup.org/index.php/cendekia/article/view/539/262>
- Sanjaya, W. (2016). *Strategi Pembelajaran Berorientasi Standar Proses Pendidikan*. Jakarta: Media Group.

- Sumartini, T.S. (2016). Peningkatan Kemampuan Pemecahan Masalah Matematis Mahasiswa melalui Pembelajaran Berbasis Masalah. *Jurnal Mosharafa*. 5(2). 148-158. https://journal.institutpendidikan.ac.id/index.php/mosharafa/article/view/mv5n2_12
- Surya, A.P., Relmasira, S.C., dan Hardini, A.T.A. (2018). Penerapan Model Pembelajaran *Project Based Learning (Pjbl)* Untuk Meningkatkan Hasil Belajar dan Kreatifitas Mahasiswa Kelas Iii Sd Negeri Sidorejo Lor 01 Salatiga. *Jurnal Pesona Dasar*. 6(1). 41-54. <https://jurnal.usk.ac.id/PEAR/article/view/10703/8432>
- Susanto, E., Susanta, A., dan Rusdi. (2020). Efektivitas Project Based Learning Terhadap Kemampuan Pemecahan Masalah dan Berpikir Kritis Mahasiswa. *Jurnal THEOREMS (The Original Research of Mathematics)*. 5(1). 61-68. <https://media.neliti.com/media/publications/494577-none-4cc6401a.pdf>
- Trianto. (2017). *Mendesain Model Pembelajaran Inovatif-Progresif: Konsep, Landasan, dan Implementasinya pada Kurikulum Tingkat Satuan Pendidikan*. Jakarta: Kencana.
- Yanti, F. A., Mundilarto, & Kuswanto, H. (2018). *Panduan Implementasi Model Cooperative Research Project Based Learning Di Perguruan Tinggi*. Yogyakarta: CV. Gre Publishing
- Undang-Undang No.12 Tahun 2012 Tentang Pendidikan Tinggi.

Susunan Organisasi Tim Peneliti dan Pembagian Tugas

No	Nama	NIDN	Bidang Keahlian	Prodi	Alokasi Waktu	Uraian Tugas
1	Lisa Dwi Afri, M.Pd	2012058901	Pendidikan Matematika	Pendidikan Matematika	8 jam	<ol style="list-style-type: none"> 1. Membuat rancangan proposal. 2. Merevisi proposal penelitian. 3. Melakukan observasi penelitian. 4. Merancang dan instrument penelitian. 5. Melaksanakan penelitian. 6. Mengolah data hasil penelitian. 7. Membuat laporan hasil penelitian. 8. Melakukan diseminasi hasil penelitian.
2	Eka Khairani Hasibuan, M.Pd	2024061701	Statistika Matematika	Pendidikan Matematika	6 jam	<ol style="list-style-type: none"> 1. Membantu ketua peneliti menyiapkan proposal penelitian. 2. Membantu ketua peneliti melakukan observasi lapangan. 3. Membantu ketua peneliti memvalidasi instrument penelitian kepada validator. 4. Membantu ketua peneliti mengumpulkan data penelitian. 5. Membantu ketua peneliti menyusun laporan penelitian.

3	Putri Anggi Lubis		Pendidikan Matematika	Pendidikan Matematika	2 jam	<ol style="list-style-type: none"> 1. Membantu ketua peneliti mengumpulkan data. 2. Membantu ketua peneliti dalam mengolah dan menganalisis data. 3. Membantu peneliti mendisimenasi penelitian.
---	-------------------	--	-----------------------	-----------------------	-------	---

Biodata Ketua Peneliti

A. Identitas Diri	
1. Nama Lengkap (dengan gelar)	: Lisa Dwi Afri, M.Pd
2. NIK	: 1374025205890021
3. NIP	: 198905122018012003
4. NIDN	: 2012058901
5. Tempat dan Tanggal Lahir	: Padang Panjang, 12 Mei 1989
6. Alamat Rumah	: Perumahan Jatian Residence no.1, Jl.Jatian, Dusun 1 Kamboja, Laut Dendang, Percur Sei Tuan, Deli Serdang
7. Alamat Kantor	: Jl. Williem Iskandar Psr V Medan Estate
8. Nomor HP	: 085263550197
9. Email	: lisadwiafri@uinsu.ac.id
10. Mata Kuliah yang Diampu	: Persamaan Diferensial

B. Riwayat Pendidikan			
	Sarjana (S1)	Magister (S2)	Doktor (S3)
Nama Perguruan Tinggi	Universitas Negeri Padang	Universitas Negeri Padang	
Bidang Ilmu/Prodi	Pendidikan Matematika	Pendidikan Matematika	
Tahun (Masuk-Lulus)	2007-2011	2013-2015	
Judul (Skripsi, Tesis, Disertasi)	Penerapan model pembelajaran kooperatif Tipe <i>Think Talk Write</i> pada pembelajaran matematika di kelas VIII SMP Negeri 8 Padang Tahun Pelajaran 2010/2011	Penerapan Pembelajaran Inkuiri Terbimbing Dengan Pendekatan Concrete-Representational-Abstract Dalam Meningkatkan Kemampuan	

		Pemecahan Masalah Dan Adversity Quotient Mahasiswa SMP	
Nama Pembimbing / Promotor	Dra. Fitriani Dwina, M.Ed Dra. Dewi Murni	Dr. Dadan Dasari, M.Si.	

**C. Riwayat Penelitian (dalam 5 tahun terakhir)
(Bukan Skripsi, Tesis, Disertasi)**

No	Tahun	Judul	Sumber Dana	Jumlah Dana (Rp)

D. Riwayat Pengabdian Masyarakat (dalam 5 tahun terakhir)

No	Tahun	Judul	Sumber Dana	Jumlah Dana (Rp)

E. Riwayat Penulisan Artikel Ilmiah (dalam 5 tahun terakhir)

No	Tahun	Judul	Vol/No/ Tahun	Nama Artikel	e-ISSN	Index
1.	2019	Pengembangan Soal Tes Kemampuan Representasi dan Penalaran Matematis serta Skala Sikap <i>Self Concept</i> untuk Mahasiswa SMP	01/VIII/2019	AXIOM	2580-0450	
2	2020	Perbedaan Kemampuan Pemahaman Konsep Matematis	04/02/2020	Math Educa	2598-2133	

		Mahasiswa yang Diajar dengan Model Pembelajaran Kooperatif Tipe <i>Snowball Throwing</i> dan Tipe <i>Numbered Head Together</i> di Kelas XI IIS SMA				
3	2020	Analisis Kemampuan Pemecahan Masalah Matematika Mahasiswa dalam Menyelesaikan Soal Materi Barisan dan Deret	9/2/2020	AXIOM	2580-0450	
4	2021	Analisis Metakognisi Mahasiswa Kelas X SMA dalam Pemecahan Masalah Sistem Persamaan Linear Tiga Variabel	10/1/2021	AXIOM	2580-0450	
5	2021	Analisis Kesalahan Mahasiswa Menyelesaikan Soal Materi Sistem Persamaan Linear dengan Metode	10/02/2021	Pythagoras	2615-7926	

		Eliminasi Gauss-Jordan				
6	2022	Pengembangan Media Pembelajaran Matematika melalui Aplikasi Kine Master pada Materi Persamaan Kuadrat	6/3/2022	Cendekia	2579-9258	

F. Pengalaman Menyampaikan Orasi Ilmiah (dalam 5 tahun terakhir)

No	Tahun	Judul Kegiatan	Judul Orasi	Pelaksana Kegiatan	Tempat Kegiatan	Waktu

G. Pengalaman Penulisan Buku (dalam 5 tahun terakhir)

No	Tahun	Judul Buku	Jenis Buku	Jumlah halaman	Kota Penerbit	Nama Penerbit
1	2022	Persamaan Diferensial Elementer	Buku Ajar	154	Medan	PT. Cahaya Rahmat Rahmaini

H. Pengalaman Perolehan HKI (dalam 5 – 10 tahun terakhir)

No	Tahun	Judul/Tema HKI	Janis Karya	Nomor P / ID
1	2021	Penerapan Pembelajaran Inkuiri Terbimbing Dengan Pendekatan Concrete-Representational-Abstract Dalam Meningkatkan	Tesis	000294597

		Kemampuan Pemecahan Masalah Dan Adversity Quotient Mahasiswa SMP		
2	2022	Lembar Kerja Mahasiswa Persamaan Diferensial Elementer	Karya Tulis	000342427

Demikian identitas diri ini saya sampaikan dengan sebenarnya sebagai syarat untuk mendapatkan dana penelitian internal di lingkungan FITK UIN Sumatera Utara Medan. Jika dikemudian hari ternyata data yang saya sampaikan ini adalah keliru, maka saya siap untuk menerima risikonya sesuai dengan ketentuan yang berlaku.

Medan, Februari 2023
Anggota Peneliti,



Lisa Dwi Afri, M.Pd.
NIP.198905122018012003

Biodata Anggota Peneliti

A. Identitas Diri	
1. Nama Lengkap (dengan gelar)	: Eka Khairani Hasibuan, M.Pd
2. NIK	: 1207266406880005
3. NIP	: 1100000077
4. NIDN	: 0224061701
5. Tempat dan Tanggal Lahir	: Medan, 24 Juni 1988
6. Alamat Rumah	: Jl. Perintis No 31 Dusun 2, Desa Tembung
7. Alamat Kantor	: Jl. Williem Iskandar Psr V Medan Estate
8. Nomor HP	: 081399670017
9. Email	: ekakhirani@uinsu.ac.id
10. Mata Kuliah yang Diampu	: Statistika Matematika

B. Riwayat Pendidikan			
	Sarjana (S1)	Magister (S2)	Doktor (S3)
Nama Perguruan Tinggi	Universitas Negeri Medan	Universitas Pendidikan Indonesia	
Bidang Ilmu/Prodi	Pendidikan Matematika	Pendidikan Matematika	
Tahun (Masuk-Lulus)	2006-2011	2012-2014	
Judul (Skripsi, Tesis, Disertasi)	Penerapan Model Pembelajaran <i>Think Pair Share</i> berbantuan Macro Media Wave untuk Meningkatkan Hasil Belajar Mahasiswa	Meningkatkan Kemampuan Pemahaman Konsep dan Mengurangi Kecemasan Matematis melalui Penerapan Model Pembelajaran ARIAS	

Nama Pembimbing / Promotor	Prof. Dr. Bornok Sinaga, M.Pd	Prof. Dr. Jozua Sabandar, M.A Dr. Dadan Dasari, M.Si	
----------------------------	-------------------------------	---	--

C. Riwayat Penelitian (dalam 5 tahun terakhir) (Bukan Skripsi, Tesis, Disertasi)				
No	Tahun	Judul	Sumber Dana	Jumlah Dana (Rp)
1	2018	Kisi – Kisi Kompetensi Profesional Calon Sarjana Pendidikan Matematika FITK UIN Sumatera Utara Medan	BOPTN	Rp. 21.000.000
2	2019	Pemanfaatan Aritmatika Sosial Dalam Menumbuhkan Minat Kewirausahaan Mahasiswa	BOPTN	Rp 15.000.000

D. Riwayat Penulisan Artikel Ilmiah (dalam 5 tahun terakhir)						
No	Tahun	Judul	Vol/No/ Tahun	Nama Artikel	e-ISSN	Index
1.	2022	Perbedaan Kemampuan Pemecahan Masalah Dan Berpikir Kreatif Menggunakan Model Mmp Dan Tgt Pengaruh Model	Vol2/No.4/ 2022	Relevan	2808-8670	

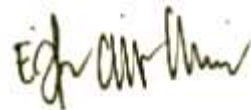
		<p>Tag Dan Bertukar Pasangan Terhadap Hasil Belajar Dan Percaya Diri</p> <p>Perbedaan Kemampuan Berpikir Kritis Dan Pemecahan Masalah Dengan Model Pbl Dan Discovering Learning</p>	<p>Vol2/No.4/2022</p> <p>Vol2/No.6/2022</p>	<p>Relevan</p> <p>Relevan</p>	<p>2808-8670</p> <p>2808-8670</p>	
2	2021	<p>Penerapan Model Pembelajaran Discovery Learning Untuk Meningkatkan Motivasi Belajar Dan Hasil Belajar Matematika Mahasiswa Kelas Viii Mts</p>	10/1/2021	AXIOM	2580-0450	

3	2020	<p>Perbedaan Kemampuan Pemecahan Masalah Dan Kemampuan Komunikasi Matematis Mahasiswa Yang Diajar Menggunakan Model Pembelajaran Numbered Head Together Dan Teams Games Tournament</p> <p>Kisi – Kisi Kompetensi Profesional Calon Sarjana Pendidikan Matematika FITK UIN Sumatera Utara Medan</p>	<p>Desember 2020</p> <p>September 2020</p>	<p>AXIOM</p> <p>Repository UINSU</p>		
4	2019	<p>Pemanfaatan Aritmatika Sosial Dalam Menumbuhkan Minat Kewirausahaan Mahasiswa</p>	8/2/2019	AXIOM	https://www.researchgate.net/publication/349579403_PEMANFAATAN_FAATAN_ARIT	

					MATIK A_SOSI AL_DA LAM_M ENUMB UHKAN _MINAT _KEWIR AUSAH AAN_M AHASIS WA	
--	--	--	--	--	---	--

Demikian identitas diri ini saya sampaikan dengan sebenarnya sebagai syarat untuk mendapatkan dana penelitian internal di lingkungan FITK UIN Sumatera Utara Medan. Jika di kemudian hari ternyata data yang saya sampaikan ini adalah keliru, maka saya siap untuk menerima risikonya sesuai dengan ketentuan yang berlaku.

Medan, Februari 2023
Anggota Peneliti,



Eka Kahirani Hasibuan, M.Pd
NIDN. 2024061701

Biodata Anggota Peneliti

A. Identitas Diri		
1. Nama Lengkap (dengan gelar)	:	Putri Anggi Lubis
2. NIK	:	1218155607010002
3. NIP	:	-
4. NIM	:	0305192081
5. Tempat dan Tanggal Lahir	:	Desa Pon, 16 Juli 2001
6. Alamat Rumah	:	Sei Mulyo Dusun IV Kec. Sei Baman Kab. Serdang Bedagai
7. Alamat Kantor	:	Jl. Williem Iskandar Psr V Medan Estate
8. Nomor HP	:	082272392416
9. Email	:	putrianggilubis@gmail.com
10. Mata Kuliah yang Diampu	:	-

B. Riwayat Pendidikan			
	Sarjana (S1)	Magister (S2)	Doktor (S3)
Nama Perguruan Tinggi	Universitas Islam Negeri Sumatera Utara		
Bidang Ilmu/Prodi	Pendidikan Matematika		
Tahun (Masuk-Lulus)	2019 – belum selesai		
Judul (Skripsi, Tesis, Disertasi)	Perbedaan Kemampuan Representasi Matematika Mahasiswa yang Diajar dengan Menggunakan Model Pembelajaran Project Based Learning (PjBL) dan		

	Missouri Mathematics Projects (MMP) di Kelas X SMA Swasta Teladan Sei Rampah		
Nama Pembimbing / Promotor	1. Dr. Rusydi Ananda, M.Pd 2. Tanti Jumaisyaroh Siregar, M.Pd		

C. Riwayat Penelitian (dalam 5 tahun terakhir) (Bukan Skripsi, Tesis, Disertasi)				
No	Tahun	Judul	Sumber Dana	Jumlah Dana (Rp)

D. Pengalaman Penulisan Buku (dalam 5 tahun terakhir)						
No	Tahun	Judul Buku	Jenis Buku	Jumlah halaman	Kota Penerbit	Nama Penerbit

E. Pengalaman Perolehan HKI (dalam 5 – 10 tahun terakhir)				
No	Tahun	Judul/Tema HKI	Jenis Karya	Nomor P / ID

Demikian identitas diri ini saya sampaikan dengan sebenarnya sebagai syarat untuk mendapatkan dana penelitian internal di lingkungan FITK UIN Sumatera Utara Medan. Jika di kemudian hari ternyata data yang saya sampaikan ini adalah keliru, maka saya siap untuk menerima risikonya sesuai dengan ketentuan yang berlaku.

Medan, Februari 2023
Anggota Peneliti,

A handwritten signature in black ink, appearing to read 'PA' followed by a stylized flourish and a period.

Putri Anggi Lubis
NIM.0305192081

SOAL TES KEMAMPUAN PEMECAHAN MASALAH

1. Sebuah pengukuran fisika telah dilakukan untuk menentukan hubungan antara tegangan yang diberikan kepada baja tahan karat dan waktu yang diperlukan hingga baja tersebut patah. Delapan nilai tegangan yang berbeda dicobakan dan data yang dihasilkan adalah :

Tegangan yang diterapkan x, kg/mm ²	5	10	15	20	25	30	35	40
Waktu patah, y, jam	40	30	25	40	18	20	22	15

Berdasarkan data di atas, rekayasawan ingin mengetahui waktu patah y jika tegangan x yang diberikan pada baja adalah 12 kg/mm².

- a. Buatlah informasi yang kamu peroleh dari informasi di atas!
 - b. Jelaskan cara menyelesaikan permasalahan di atas!
 - c. Tentukan waktu patah y jika tegangan x yang diberikan pada baja adalah 12 kg/mm² dengan menggunakan interpolasi kuadrat!
 - d. Periksa kembali apakah waktu patah y = 27 jam jika tegangan x yang diberikan pada baja adalah 12 kg/mm² merupakan solusi dari permasalahan di atas?
2. Konsentrasi larutan oksigen jenuh dalam air sebagai fungsi suhu dan konsentrasi klorida diberikan dalam bentuk tabel berikut.

Suhu ⁰ C	Konsentrasi larutan oksigen (mg/L) untuk berbagai konsentrasi klorida	
	Klorida = 10 mg/L	Klorida = 20 mg/L
5	11,6	10,5
10	10,3	9,2

15	9,1	8,2
20	8,2	7,4
25	7,4	6,7
30	6,8	6,1

Dengan mengandaikan bahwa data pada tabel berkelititan cukup tinggi, pakailah metode interpolasi untuk menaksir konsentrasi oksigen yang larut untuk $T = 22,4^0$ C pada konsentrasi klorida 10 mg/L dan 20 mg/L. Gunakan metode interpolasi Lagrange.

- Buatlah informasi yang kamu peroleh dari informasi di atas!
 - Jelaskan cara menyelesaikan permasalahan di atas!
 - Tentukan konsentrasi oksigen yang larut untuk $T = 22,4^0$ C pada konsentrasi klorida 10 mg/L adalah 7,8 dan 20 mg/L dengan menggunakan interpolasi Lagrange!
 - Periksa kembali apakah konsentrasi oksigen yang larut untuk $T = 22,4^0$ C pada konsentrasi klorida 10 mg/L adalah 7,8 dan 20 mg/L adalah 7,05 merupakan solusi dari permasalahan di atas?
3. Diberikan tabel yang berisi titik-titik sebuah fungsi berikut :

x	0	0,5	1	1,5	2,0	2,5
$f(x) = e^x - 0,5$	0,5	1,487	2,218	3,981	6,889	11,682

Tentukan nilai f' (1,25) dan f'' (1,75) dengan menggunakan turunan hampiran selisih mundur dengan bantuan deret taylor.

- Buatlah informasi yang kamu peroleh dari informasi di atas!
- Jelaskan cara menyelesaikan permasalahan di atas!
- Tentukan f' (1,25) dan f'' (1,75) dengan menggunakan turunan

hampiran selisih mundur dengan bantuan deret Taylor !

d. Periksa kembali apakah $f'(1,25) = 3,409$ dan $f''(1,75) = 5,7546$ merupakan solusi dari permasalahan di atas ?

4. Seorang penerjun payung terjun dari pesawat. Jarak penerjun dari titik

$$\text{terjun } (t = 0) \text{ adalah : } d = \int_0^t v(t) dt = \int_0^t v \frac{gm}{c} \left(1 - e^{-\left(\frac{c}{m}\right)t} \right) dt$$

dimana

v = kecepatan penerjun dalam m/dt

g = tetapan gravitasi = $9,8 \text{ m/dt}^2$

m = masa penerjun = $68,1 \text{ kg}$

c = koefisien tahanan udara = $12,5 \text{ kg/detik}$

Kita ingin mengetahui seberapa jauh penerjun telah jatuh setelah waktu tertentu t .

a. Buatlah informasi yang kamu peroleh dari informasi di atas!

b. Jelaskan cara menyelesaikan permasalahan di atas!

c. Hitung seberapa jauh penerjun telah jatuh setelah waktu $t = 10$ detik dengan menggunakan metode integrasi Simpson 3/8.

d. Periksa kembali apakah jarak penerjun telah jatuh setelah waktu $t = 10$ detik adalah $289,435$ meter merupakan solusi dari permasalahan di atas ?

LEMBAR VALIDASI
TES KEMAMPUAN PEMECAHAN MASALAH
MAHASISWA

Mata Kuliah : Metode Numerik
 Materi : Interpolasi, Diferensiasi Numerik dan Integrasi Numerik
 Semester : IV (Empat)

Petunjuk:

Berilah tanda cek (√) dalam kolom skala penilaian yang sesuai menurut pendapat anda dan berilah saran dalam kolom saran yang telah disediakan!

Indikator Kemampuan Pemecahan Masalah	Nomor Soal	Hasil Validasi	
		TR	RK
Memahami Masalah	1a, 2a, 3a, 4a	√	
Merencanakan Penyelesaian Masalah	1b, 2b, 3b, 4b	√	
Menyelesaikan Masalah	1c, 2c, 3c, 4c	√	
Memeriksa Kembali	1d, 2d, 3d, 4d		√

Keterangan:

TR = Dapat digunakan tanpa revisi

RK = Dapat digunakan dengan revisi kecil

Saran:

Untuk soal instrumen penelitian kemampuan pemecahan masalah pada bagian indikator memeriksa kembali sebaiknya diberikan alternatif jawaban yang mungkin agar dapat diperiksa oleh mahasiswa kebenaran alternatif jawaban tersebut.

Medan, April 2023



Dr. Fibri Rakhmawati, M.Si

RENCANA PEMBELAJARAN SEMESTER (RPS)
METODE NUMERIK

Dosen Pengampu:
Tanti Jumaisyaroh Siregar, M.Pd



PROGRAM STUDI (S.1) PENDIDIKAN MATEMATIKA
FAKULTAS ILMU TARBIYAH DAN KEGURUAN
UNIVERSITAS ISLAM NEGERI SUMATERA UTARA MEDAN
SEMESTER GENAP TA. 2022-2023



UNIVERSITAS ISLAM NEGERI SUMATERA UTARA MEDAN
FAKULTAS ILMU TARBIYAH DAN KEGURUAN

Jl. Williem Iskandar Pasar V Medan Estate 20371, Medan, Sumatera Utara, Indonesia

Telp. (+6261) 6615683, 6622925, Fax. (+6261) 6615683

web: www.uinsu.ac.id

A. Identitas:

Mata Kuliah : **Metode Numerik**

Kode Mata Kuliah : 01030615

Bobot sks : 2

Program Studi : (S.1) Pendidikan Matematika

Dosen Pengampu :

b. Capaian Pembelajaran Program Studi :

- | | | |
|-------|----|--|
| Sikap | 1. | (S.5) Menghargai keanekaragaman budaya, pandangan, kepercayaan dan agama serta pendapat/temuan orang lain yang original. |
| | 2. | (S.6) Bekerjasama dan memiliki kepekaan sosial terhadap kepedulian terhadap masyarakat dan lingkungan. |
| | 3. | (S.9) Menunjukkan sikap bertanggungjawab atas pekerjaan di bidang keahliannya secara mandiri. |

Keterampilan Umum	1.	(KU.1) Mampu menerapkan pemikiran logis, kritis, sistematis dan inovatif dalam konteks pengembangan atau implementasi ilmu pengetahuan dan teknologi yang memperhatikan dan menerapkan nilai humaniora yang sesuai dengan bidang keahliannya.
	2.	(KU.2) Mampu menunjukkan kinerja mandiri, bermutu dan terukur.
	3.	(KU.5) Mampu mengambil keputusan secara tepat dalam konteks penyelesaian masalah di bidang keahliannya berdasarkan hasil analisis informasi dan data.
Pengetahuan	1.	(P.4) Menguasai pengetahuan dan langkah-langkah dalam mengembangkan pemikiran kritis, logis, kreatif, inovatif dan sistematis serta memiliki keingintahuan intelektual untuk memecahkan masalah pada tingkat individual dan kelompok dalam komunitas akademik dan non akademik.
	2.	(P.21) Menguasai konsep, metode keilmuan, substansi materi, struktur, dan pola pikir keilmuan matematika.
Keterampilan Khusus	1.	(KK.4) Mampu memfasilitasi pengembangan potensi keilmuan bidang matematika untuk mengaktualisasikan kemampuan dan keterampilan matematika dalam kehidupan nyata di sekolah/madrasah dan di masyarakat.
	2.	(KK.8) Mampu mengembangkan keprofesian dan keilmuan matematika secara berkelanjutan, mandiri dan kolektif melalui pengembangan diri dan pemanfaatan teknologi informasi dan komunikasi dalam kerangka mewujudkan kinerja diri sebagai pendidik sejati.

Capaian Pembelajaran Mata Kuliah (CPMK)

1. Mahasiswa mampu memahami kontrak perkuliahan secara komprehensif.
2. Mahasiswa mampu menjelaskan konsep dasar metode numerik.
3. Mahasiswa mampu menjelaskan mengenai pengertian dan jenis-jenis galat.

4. Mahasiswa mampu mengitung galat dan *floating point*.
5. Mahasiswa mampu menjelaskan pengertian akar persamaan dan jenis-jenis metode pencarian akar persamaan.
6. Mahasiswa mampu menemukan akar persamaan non linear dengan menggunakan metode iterasi.
7. Mahasiswa mampu menemukan akar persamaan non linear dengan menggunakan metode iterasi *fixed point*.
8. Mahasiswa mampu menemukan akar persamaan non linear dengan menggunakan metode *bisection* dan *regula falsi* .
9. Mahasiswa mampu menemukan akar persamaan non linear dengan menggunakan metode *newton rhapson* dan *secant*.
10. Mahasiswa mampu menjelaskan pengertian interpolasi dan jenis-jenis interpolasi.
11. Mahasiswa mampu menghitung interpolasi linear dan interpolasi kuadrat.
12. Mahasiswa mampu menghitung interpolasi lagrange dan interpolasi newton.
13. Mahasiswa mampu menjelaskan pengertian diferensiasi atau turunan numerik.
14. Mahasiswa mampu membuktikan rumus-rumus turunan numerik dengan bantuan deret taylor dan hampiran polinom interpolasi.
15. Mahasiswa mampu menghitung turunan dari sebuah fungsi dengan menggunakan hampiran selisih maju, selisih mundur dan selisih pusat.
16. Mahasiswa mampu memberikan contoh persoalan integrasi numerik.
17. Mahasiswa mampu membuktikan rumus-rumus turunan integrasi numerik dengan menggunakan metode pias.
18. Mahasiswa mampu menghitung integrasi numerik dengan menggunakan metode pias (kaidah segiempat, trapesium dan titik tengah).
19. Mahasiswa mampu membuktikan rumus-rumus turunan integrasi numerik dengan menggunakan metode *newton cotes*.
20. Mahasiswa mampu menghitung integrasi numerik dengan menggunakan metode newton cotes (kaidah trapezium, simpson 1/3 dan simpson 3/8).
21. Mahasiswa mampu menyusun modul metode numerik.

D. Deskripsi Rencana Pembelajaran

Pertemuan Ke-	Kemampuan Akhir yang Diharapkan	Bahan Kajian	Model dan Metode Pembelajaran	Waktu	Pengalaman Belajar Mahasiswa	Kriteria dan Indikator Penilaian	Output dan Outcomes	Referensi Utama
(1)	(2)	(3)	(4)	(5)	(6)	(7)	(8)	(9)
1.	Memahami kontrak perkuliahan secara kompeherensif.	Silabus , RPS dan Kontrak Kuliah Metode Numerik	<i>Direct Instruction</i> (Ceramah dan Tanya Jawab)	100 menit	Mahasiswa bertanya dan berdiskusi kepada dosen mengenai hal-hal yang belum dimengerti tentang silabus, RPS dan kontrak kuliah serta materi perkuliahan.	<p>Sikap : Nilai 50 %</p> <p>Berpartisipasi aktif dalam menyumbangkan ide dan menyelesaikan masalah.</p> <p>Membuat Pertanyaan: Nilai 50 %</p> <p>Kesesuaian obyek pertanyaan, Kedalaman obyek pertanyaan; Ketepatan metode Bertanya</p>	Kontrak kuliah dipahami dengan baik.	1,2, 3,4 dan 6
2.	Mahasiswa mampu menjelaskan konsep dasar metode numerik.	<ol style="list-style-type: none"> Pengertian Metode Numerik Tujuan Menggunakan 	<i>Direct Instruction</i> (Diskusi, Tanya Jawab dan Latihan)	100 menit	1. Mahasiswa memahami materi yang diberikan oleh dosen mengenai	<p>Membuat Pertanyaan: Nilai 30 %</p> <p>Kesesuaian obyek pertanyaan, Kedalaman obyek pertanyaan;</p>	Peta Konsep dan Tugas Rutin	1,2 ,7,10, 15, 19, 20

		<p>Metode Numerik.</p> <p>3. Cara Menggunakan Metode Numerik.</p> <p>4. Kelebihan dan Kekurangan Menggunakan Metode Numerik.</p>			<p>pengantar metode numerik.</p> <p>2. Mahasiswa bertanya dan berdiskusi dengan dosen mengenai hal-hal yang belum dimengerti</p> <p>3. Mahasiswa menyelesaikan permasalahan yang diberikan oleh dosen terkait materi yang telah dipelajari.</p>	<p>Ketepatan metode bertanya dalam presentasi</p> <p>Latihan: 70 %</p> <p>Menuliskan jawaban permasalahan dengan benar dan langkah penyelesaian masalah dengan benar.</p>		
--	--	--	--	--	---	--	--	--

3.	<p>1. Mahasiswa mampu menjelaskan mengenai pengertian dan jenis-jenis galat.</p> <p>2. Mahasiswa mampu mengitung galat dan <i>floating point</i>.</p>	<p>a. Teori Galat.</p> <p>b. Nilai Pendekatan.</p> <p>c. <i>Floating Point</i>.</p> <p>d. Galat/Kesalahan.</p>	<p><i>Direct Instruction</i></p> <p>(Diskusi, Tanya Jawab dan Latihan)</p>	100 menit	<p>1. Mahasiswa memahami materi yang diberikan oleh dosen mengenai pengantar metode numerik.</p> <p>2. Mahasiswa bertanya dan berdiskusi dengan dosen mengenai hal-hal yang belum dimengerti.</p> <p>3. Mahasiswa menyelesaikan permasalahan yang diberikan oleh dosen terkait materi yang telah dipelajari.</p>	<p>Membuat Pertanyaan: Nilai 30 %</p> <p>Kesesuaian obyek pertanyaan, Kedalaman obyek pertanyaan; Ketepatan metode bertanya</p> <p>Penugasan: 70 %</p> <p>Menuliskan jawaban permasalahan dengan benar dan langkah penyelesaian masalah dengan benar.</p>	Peta Konsep dan Tugas Rutin	1,2,3,5,10, 15, 17, 19, 21
4.	<p>1. Mahasiswa mampu menjelaskan pengertian akar persamaan dan jenis-jenis metode pencarian akar persamaan.</p>	<p>1. Akar Persamaan.</p> <p>2. Metode Iterasi.</p>	<p><i>Direct Instruction</i></p> <p>(Diskusi, Tanya Jawab dan Latihan)</p>	100 menit	<p>1. Mahasiswa memahami materi yang diberikan oleh dosen mengenai akar persamaan dan metode iterasi.</p>	<p>Membuat Pertanyaan: Nilai 30 %</p> <p>Kesesuaian obyek pertanyaan, Kedalaman obyek pertanyaan; Ketepatan metode</p>	Peta Konsep dan Tugas Rutin	5, 7,10,16, 17, 19

	2. Mahasiswa mampu menemukan akar persamaan non linear dengan menggunakan metode iterasi.				2. Mahasiswa bertanya dan berdiskusi dengan dosen mengenai hal-hal yang belum dimengerti. 3. Mahasiswa menyelesaikan permasalahan yang diberikan oleh dosen terkait materi yang telah dipelajari.	bertanya Latihan: 70 % Menuliskan jawaban permasalahan dengan benar dan langkah penyelesaian masalah dengan benar.		
5.	Mahasiswa mampu menemukan akar persamaan non linear dengan menggunakan metode iterasi <i>fixed point</i> .	Metode Iterasi <i>Fixed Point</i> .	<i>Direct Instruction</i> (Diskusi, Tanya Jawab dan Latihan)	100 menit	1. Mahasiswa memahami materi yang diberikan oleh dosen mengenai metode iterasi <i>fixed point</i> . 2. Mahasiswa bertanya dan berdiskusi dengan dosen mengenai hal-hal yang belum dimengerti 3. Mahasiswa menyelesaikan	Membuat Pertanyaan: Nilai 30 % Kesesuaian obyek pertanyaan, Kedalaman obyek pertanyaan; Ketepatan metode bertanya Latihan: 70 % Menuliskan jawaban permasalahan dengan benar dan langkah penyelesaian masalah	Peta Konsep dan Tugas Rutin	3,10, 17, 18, 20

					permasalahan yang diberikan oleh dosen terkait materi yang telah dipelajari.	dengan benar.		
6.	Mahasiswa mampu menemukan akar persamaan non linear dengan menggunakan metode <i>bisection</i> dan <i>regula falsi</i> .	1. Metode <i>Bisection</i> 2. Metode Regula Falsi	<i>Direct Instruction</i> (Diskusi, Tanya Jawab dan Latihan)	100 menit	1. Mahasiswa memahami materi yang diberikan oleh dosen mengenai metode <i>bisection</i> dan metode regula falsi. 2. Mahasiswa bertanya dan berdiskusi dengan dosen mengenai hal-hal yang belum dimengerti. 3. Mahasiswa menyelesaikan permasalahan yang diberikan oleh dosen terkait materi yang telah dipelajari.	Membuat Pertanyaan: Nilai 30 % Kesesuaian obyek pertanyaan, Kedalaman obyek pertanyaan; Ketepatan metode bertanya Penugasan: 70 % Menuliskan jawaban permasalahan dengan benar dan langkah penyelesaian masalah dengan benar.	Peta Konsep dan Tugas Rutin	1,2,3,4,6, 10, 15, 22

7.	Mahasiswa mampu menemukan akar persamaan non linear dengan menggunakan metode <i>newton rhapson</i> dan <i>secant</i> .	1. Metode Newton <i>Rhapso</i> 2. Metode <i>Secant</i>	<i>Direct Instruction</i> (Diskusi, Tanya Jawab dan Latihan)	100 menit	1. Mahasiswa memahami materi yang diberikan oleh dosen mengenai metode <i>newton rhapson</i> dan metode <i>secant</i> . 2. Mahasiswa bertanya dan berdiskusi kepada dosen mengenai hal-hal yang belum dimengerti. 3. Mahasiswa menyelesaikan permasalahan yang diberikan oleh dosen terkait materi yang telah dipelajari.	Membuat Pertanyaan: Nilai 30 % Kesesuaian obyek pertanyaan, Kedalaman obyek pertanyaan; Ketepatan metode bertanya Penugasan: 70 % Menuliskan jawaban permasalahan dengan benar dan langkah penyelesaian masalah dengan benar.	Peta Konsep dan Tugas Rutin	2,3,4,6,8, 14, 22,23
8.	Ujian Tengah Semester							1,2,3,4 dan 6
9.	1. Mahasiswa mampu menjelaskan pengertian interpolasi dan	Pengertian dan Jenis-jenis Galat. Interpolasi	<i>Project Based Learning</i> (Diskusi, Tanya Jawab dan	100 menit	1. Mahasiswa memilih bahan diskusi yang diberikan dosen dengan menyiapkan video yang	Membuat Pertanyaan: Nilai 20 %	Tugas Rutin dan Video	1,3,4,5,1 2, 19, 20

	<p>jenis-jenis interpolasi.</p> <p>2. Mahasiswa mampu menghitung interpolasi linear dan interpolasi kuadrat.</p>	<p>Linear.</p> <p>Interpolasi Kuadrat.</p>	<p>Latihan)</p>		<p>diupload ke akaun youtube.</p> <p>2. Mahasiswa dan dosen berdiskusi mengenai materi perkuliahan interpolasi linear dan interpolasi kuadrat.</p> <p>3. Mahasiswa menyelesaikan permasalahan yang diberikan oleh dosen terkait materi yang telah ia pelajari.</p>	<p>Kesesuaian obyek pertanyaan, Kedalaman obyek pertanyaan; Ketepatan metode bertanya</p> <p>Latihan: 70 %</p> <p>Menuliskan jawaban permasalahan dengan benar dan langkah penyelesaian masalah dengan benar.</p>	<p>Pembelajaran</p>	
10.	<p>Mahasiswa mampu menghitung interpolasi lagrange dan interpolasi newton.</p>	<p>Interpolasi Polinomial Lagrange</p> <p>Interpolasi Polinomial Newton</p>	<p><i>Project Based Learning</i> (Diskusi, Tanya Jawab dan Latihan)</p>	100 menit	<p>4. Mahasiswa memilih bahan diskusi yang diberikan dosen dengan menyiapkan video yang diupload ke akaun youtube.</p> <p>5. Mahasiswa dan dosen berdiskusi mengenai</p>	<p>Presentasi: Nilai 30 %</p> <p>Penguasaan materi, ketepatan menyelesaikan masalah, kemampuan</p>	<p>Tugas Rutin dan Video Pembelajaran</p>	2,3,4,5, 10, 19, 20

					<p>materi perkuliahan interpolasi lagrange dan interpolasi newton.</p> <p>6. Mahasiswa menyelesaikan permasalahan yang diberikan oleh dosen terkait materi yang telah ia pelajari.</p>	<p>komunikasi, kemampuan menjawab pertanyaan serta kejelasan suara dan tulisan.</p> <p>Membuat Pertanyaan: Nilai 20 %</p> <p>Kesesuaian obyek pertanyaan, Kedalaman obyek pertanyaan; Ketepatan metode bertanya</p> <p>Penugasan: Nilai 50 %</p> <p>Menuliskan jawaban permasalahan dengan benar dan langkah penyelesaian</p>		
--	--	--	--	--	--	---	--	--

						masalah dengan benar.		
11.	<p>1. Mahasiswa mampu menjelaskan pengertian diferensiasi atau turunan numerik.</p> <p>2. Mahasiswa mampu membuktikan rumus-rumus turunan numerik dengan bantuan deret Taylor dan hampiran polinom interpolasi.</p> <p>3. Mahasiswa mampu menghitung turunan dari sebuah fungsi dengan menggunakan hampiran selisih maju, selisih mundur dan</p>	<p>Pengertian Diferensiasi /Turunan Numerik.</p> <p>Turunan numerik dengan bantuan deret Taylor.</p> <p>Turunan numerik dengan hampiran polinom interpolasi.</p>	<p><i>Project Based Learning</i> (Diskusi, Tanya Jawab dan Latihan)</p>	100 menit	<p>1. Mahasiswa dan dosen berdiskusi mengenai materi perkuliahan yang terdapat pada sebuah video youtube mengenai pengertian turunan numerik, turunan numerik dengan menggunakan bantuan deret Taylor dan turunan numerik dengan hampiran polinom interpolasi.</p> <p>2. Mahasiswa bertanya dan berdiskusi kepada dosen mengenai hal-hal yang belum dimengerti.</p> <p>3. Mahasiswa menyelesaikan permasalahan yang diberikan oleh dosen terkait materi yang telah ia pelajari.</p>	<p>Presentasi: Nilai 30 %</p> <p>Penguasaan materi, ketepatan menyelesaikan masalah, kemampuan komunikasi, kemampuan menjawab pertanyaan serta kejelasan suara dan tulisan.</p> <p>Membuat Pertanyaan: Nilai 20 %</p> <p>Kesesuaian obyek pertanyaan, Kedalaman</p>	<p>Tugas Rutin dan Video Pembelajaran</p>	1,3,4,7,9, 10,13, 15, 18

	selisih pusat.					<p>obyek pertanyaan; Ketepatan metode bertanya</p> <p>Penugasan: Nilai 50 %</p> <p>Menuliskan jawaban permasalahan dengan benar dan langkah penyelesaian masalah dengan benar.</p>		
12.	<p>1. Mahasiswa mampu memberikan contoh persoalan integrasi numerik.</p> <p>2. Mahasiswa mampu membuktikan rumus-rumus turunan integrasi numerik dengan menggunakan</p>	<p>Persoalan Integrasi Numerik.</p> <p>Integrasi Numerik dengan Menggunakan Metode Pias (Kaidah Segiempat, Trapesium dan Titik Tengah).</p>	<p><i>Project Based Learning</i> (Diskusi, Tanya Jawab dan Latihan)</p>	100 menit	<p>1. Mahasiswa dan dosen berdiskusi mengenai materi perkuliahan yang terdapat pada sebuah video youtube mengenai persoalan numerik, integrasi numerik dengan menggunakan metode pias (kaidah segiempat, trapesium dan titik</p>	<p>Presentasi: Nilai 30 %</p> <p>Penguasaan materi, ketepatan menyelesaikan masalah, kemampuan komunikasi, kemampuan menjawab</p>	<p>Tugas Rutin dan Video Pembelajaran</p>	2,3,7,9, 15, 17

	<p>metode pias.</p> <p>3. Mahasiswa mampu menghitung integrasi numerik dengan menggunakan metode pias (kaidah segiempat, trapesium dan titik tengah).</p>				<p>tengah).</p> <p>2. Mahasiswa menyelesaikan permasalahan yang diberikan oleh dosen yang terkait materi yang telah ia pelajari.</p>	<p>pertanyaan serta kejelasan suara dan tulisan.</p> <p>Membuat Pertanyaan: Nilai 20 %</p> <p>Kesesuaian obyek pertanyaan, Kedalaman obyek pertanyaan; Ketepatan metode bertanya</p> <p>Penugasan: Nilai 50 %</p> <p>Menuliskan jawaban permasalahan dengan benar dan langkah penyelesaian masalah dengan benar.</p>		
--	---	--	--	--	--	--	--	--

13.	<p>1. Mahasiswa mampu membuktikan rumus-rumus turunan integrasi numerik dengan menggunakan metode <i>newton cotes</i>.</p> <p>2. Mahasiswa mampu menghitung integrasi numerik dengan menggunakan metode newton cotes (kaidah trapezium, simpson 1/3 dan simpson 3/8).</p>	<p>Integrasi Numerik dengan Menggunakan Metode Newton Cotes Kaidah Trapezium, Simpson 1/3 dan Simpson 3/8)</p>	<p><i>Project Based Learning</i> (Diskusi, Tanya Jawab dan Latihan)</p>	<p>100 menit</p>	<p>1. Mahasiswa dan dosen berdiskusi mengenai materi perkuliahan yang terdapat pada sebuah video youtube mengenai integrasi numerik dengan menggunakan metode newton cotes (kaidah trapezium simpson 1/3 dan simpson 3/8).</p> <p>2. Mahasiswa menyelesaikan permasalahan yang diberikan oleh dosen terkait materi yang telah ia pelajari.</p>	<p>Presentasi: Nilai 30 %</p> <p>Penguasaan materi, ketepatan menyelesaikan masalah, kemampuan komunikasi, kemampuan menjawab pertanyaan serta kejelasan suara dan tulisan.</p> <p>Membuat Pertanyaan: Nilai 20 %</p> <p>Kesesuaian obyek pertanyaan, Kedalaman obyek pertanyaan; Ketepatan metode bertanya</p>	<p>Tugas Rutin dan Video Pembelajaran</p>	<p>1, 2, 3, 4, 5, 11, 15, 16, 17, 18, 19, 20</p>
-----	---	--	---	------------------	--	---	---	--

						Penugasan: Nilai 50 % Menuliskan jawaban permasalahan dengan benar dan langkah penyelesaian masalah dengan benar.		
14.	Mahasiswa mampu menyusun modul metode numerik.	Teori Galat Akar Persamaan Interpolasi Diferensiasi Numerik Integrasi Numerik	<i>Project Based Learning</i> (Diskusi, Tanya Jawab dan Latihan)	100 menit	1. Mahasiswa berdiskusi dalam menyusun modul metode numerik sesuai dengan kelompok masing-masing. 2. Dosen memberikan masukan dan saran terkait modul metode numerik yang telah disusun oleh mahasiswa.	Menulis Modul: Nilai 50 %	Modul Metode Numerik	2, 3, 9, 10, 13, 14, 15, 16, 17, 18, 19, 21.
15.	Mahasiswa mampu menyusun modul metode numerik.	Teori Galat Akar Persamaan Interpolasi	<i>Project Based Learning</i> (Diskusi, Tanya Jawab dan Latihan)	100 menit	1. Mahasiswa berdiskusi dalam menyusun modul metode numerik sesuai dengan kelompok masing-	Menulis Modul: Nilai 50	Modul Metode Numerik	2, 3, 9, 10, 13, 14, 15,

		Diferensiasi Numerik Integrasi Numerik	Latihan)		masing. 2. Dosen memberikan masukan dan saran terkait modul metode numerik yang telah disusun oleh mahasiswa. dikerjakan.	%		16, 17, 18, 19, 21.
16.	Ujian Akhir Semester							

E. Aspek Wahdatul Ulum:

1. Matakuliah Pendukung: Kalkulus, Aljabar Linear dan Bahasa Pemrograman.
2. Metode: Diskusi materi dengan berbagai sudut pandang/perspektif ilmu yang relevan dengan pendekatan studi kasus.





F. Daftar Referensi:

1. Al-Khafaji. A.W., dan Tooley, J.R. (1986). *Numerical Methods in Engineering Practice*. New York : CBS College Publishiing.
2. Burden, R.L., dan Faires, J.D. (2011). *Numerical Analysis*. USA : Cengage Learning.
3. Chapra,S., dan Canale, R. (2014). *Numerical Methods for Engineers*. New York : McGraw-Hill Education.
4. Dahlquist, Germund., and Ake Bjorck. (2008).*Numerical Methods in Scientific Computing Volume I*. Philadelphia: Society for Industrial and Applied Mathematics (SIAM).
5. Delima,N. (2020). *Metode Numerik Seri Perkuliahan Online Via Youtube*. Subang : UNSUB PRESS.

6. Epperson, J.F. (2013). *An Introduction to Numerical Methods and Analysis*. New Jersey : John Wiley & Sons, Inc, Canada.
7. Hoffman, J.D. (2001). *Numerical Methods for Engineers and Scientist*. New York : CRC Press.
8. Hutagalung, S.N. (2017). Pemahaman Metode Numerik (Studi Kasus Metode Newton Rhapson) Menggunakan Pemrograman Matlab. *Jurnal Teknologi Informasi (JurTI)*, 1(1). 95-100.
9. Moorthy, C.G., dan Sankar, G.U. (2019). *Numerical Methods for Calculus Students*. Mauritius : Lambert Academic Publishing.
10. Munir, R. (2017). *Metode Numerik*. Bandung : Informatika.
11. Pandu, Y.K. (2019). Penerapan Integral Numerik dalam Menghitung Luas Daerah Tidak Beraturan. *Asimtot : Jurnal Kependidikan Matematika*. 1(2)127-132.
12. Panjaitan, M. (2017). Pemahaman Metode Numerik Menggunakan Pemrograman Matlab. *Jurnal Teknologi Informasi (JurTI)*. 1(1). 89-94.
13. Parhusip, H.A. (2015). *Modul Metode Numerik*. Salatiga : Tisara Grafika.
14. Rochmad. (2013). Aplikasi Metode Newton Rhapson untuk Menghampiri Solusi Persamaan Non Linear. *Jurnal MIPA*. 36(2). 193-200.
15. Sangadji. (2008). *Metode Numerik*. Yogyakarta: Graha Ilmu.
16. Sanjaya, M. (2020). *Metode Numerik Berbasis Matlab untuk Sains dan Teknik*. Bandung: Bolabot.
17. Salusu, A. (2008). *Metode Numerik*. Yogyakarta : Graha Ilmu.
18. Setiawan, A. (2006). *Pengantar Metode Numerik*. Yogyakarta : Andi.
19. Triatmodjo, B. (2002). *Metode Numerik*. Yogyakarta: Beta Offset.
20. Vuldari, R.T. (2017). *Metode Numerik : Teori, Kasus dan Aplikasi*. Surabaya: Mavendra Pers.
21. Wahyudin. (1987). *Metode Analisis Numerik*. Bandung : Tarsito.

22. Wigati,J. (2017). Solusi Numerik Persamaan Non Linear dengan Metode Bisection dan Regula Falsi. *G-Tech : Jurnal Teknologi Terapan*. 1(1).5-17.
23. Wulan,E.R., Pajarudin, G., dan Nuraiman,D. (2017). Solusi Numerik Persamaan Non Linear dengan Menggunakan Metode Newton Rhapson Modifikasi Fuzzy. *Jurnal Istek*. 10 (2). 62-76.

G. Pengesahan:

Disusun oleh:	Diperiksa oleh:		Disahkan oleh:
<p>Peneliti</p>  <p>(Lisa Dwi Afri, M.Pd)</p>	<p>Penanggung Jawab Keilmuan</p>  <p>(Dr. Yahfizham, M.Cs)</p>	<p>Ketua Program Studi</p>  <p>(Dr. Yahfizham, M.Cs)</p>	 <p>Dr. Mardianto, M.Pd NIP. 19671212 199403 1 004</p>

Tabel Skor Pre tes dan Post tes Kemampuan Pemecahan Masalah Mahasiswa Kelompok Pembelajaran *Project Based Learning*

No	Kode Mahasiswa	Skor Total Pre tes	Skor Total Post tes
1	A1	22	36
2	A2	20	38
3	A3	22	34
4	A4	20	38
5	A5	22	34
6	A6	26	36
7	A7	24	32
8	A8	24	38
9	A9	20	34
10	A10	20	36
11	A11	20	30
12	A12	24	38
13	A13	20	34
14	A14	22	32
15	A15	26	30
16	A16	22	32
17	A17	26	28
18	A18	24	30
19	A19	22	32

20	A20	26	34
21	A21	26	30
22	A22	24	32
23	A23	20	36
24	A24	18	34
25	A25	22	38
26	A26	24	36

**Tabel Skor Pre tes dan Post tes Kemampuan Pemecahan Masalah
Mahasiswa Kelompok Pembelajaran Langsung**

No	Kode Mahasiswa	Skor Total Pre tes	Skor Total Post tes
1	A1	22	28
2	A2	24	30
3	A3	22	26
4	A4	22	32
5	A5	26	28
6	A6	22	30
7	A7	22	26
8	A8	24	32
9	A9	22	28
10	A10	24	30
11	A11	24	24
12	A12	22	32
13	A13	24	28
14	A14	22	26
15	A15	20	24
16	A16	22	26
17	A17	24	22
18	A18	24	24
19	A19	24	26

20	A20	22	28
21	A21	20	24
22	A22	24	26
23	A23	24	30
24	A24	22	28
25	A25	22	30
26	A26	18	28
27	A27	24	24

Hasil Deskripsi Pre tes Kemampuan Pemecahan Masalah Mahasiswa Kelas Eksperimen dan Kelas Kontrol

Descriptives

Kelas			Statistic	Std. Error
Post_Test	Eksperimen	Mean	33.92	.582
		95% Confidence Interval for Mean		
		Lower Bound	32.73	
		Upper Bound	35.12	
		5% Trimmed Mean	34.00	
		Median	34.00	
		Variance	8.794	
		Std. Deviation	2.965	
		Minimum	28	
		Maximum	38	
		Range	10	
		Interquartile Range	4	
		Skewness	-.168	.456
		Kurtosis	-.949	.887

Kontrol	Mean		27.41	.532
	95% Confidence Interval for Mean	Lower Bound	26.31	
		Upper Bound	28.50	
	5% Trimmed Mean		27.42	
	Median		28.00	
	Variance		7.635	
	Std. Deviation		2.763	
	Minimum		22	
	Maximum		32	
	Range		10	
	Interquartile Range		4	
	Skewness		.013	.448
	Kurtosis		-.792	.872

Uji Normalitas Kemampuan Pemecahan Masalah Matematis Mahasiswa

Uji Kolmogorov-Smirnov dengan hipotesis:

H_0 : *Data berdistribusi normal*

H_a : *Data tidak berdistribusi normal*

Dengan kriteria: tolak H_0 jika $\text{sig.} < \alpha$

		Tests of Normality					
		Kolmogorov-Smirnov ^a			Shapiro-Wilk		
Kelas		Statistic	df	Sig.	Statistic	df	Sig.
Post_Test	Eksperimen	.143	26	.185	.927	26	.066
	Kontrol	.140	27	.184	.940	27	.121

a. Lilliefors Significance Correction

Uji Homogenitas Kemampuan Pemecahan Masalah Mahasiswa

Uji Levene dengan rumusan hipotesis:

$$H_0 : \sigma_1^2 = \sigma_2^2$$

$$H_a : \sigma_1^2 \neq \sigma_2^2$$

Dengan kriteria: tolak H_0 jika $\text{sig.} < \alpha$

Test of Homogeneity of Variance

	Levene Statistic	df1	df2	Sig.
Post_Test Based on Mean	.070	1	51	.793
Based on Median	.121	1	51	.729
Based on Median and with adjusted df	.121	1	51.000	.729
Based on trimmed mean	.050	1	51	.823

Uji Hipotesis dengan uji t

$$H_0 : \mu_{A_1B} = \mu_{A_2B}$$

$$H_a : \mu_{A_1B} \geq \mu_{A_2B}$$

Independent Samples Test

		Post_Test	
		Equal variances assumed	Equal variances not assumed
Levene's Test for Equality of Variances	F	.070	
	Sig.	.793	
t-test for Equality of Means	t	8.279	8.268
	df	51	50.402
	Sig. (2-tailed)	.000	.000
	Mean Difference	6.516	6.516
	Std. Error Difference	.787	.788
95% Confidence Interval of the Difference	Lower	4.936	4.933
	Upper	8.096	8.098

DOKUMENTASI PENELITIAN



Gbr 1. Dosen sedang menyampaikan tujuan pembelajaran pada kelas eksperimen



Gbr 2. Mahasiswa sedang mengerjakan proyek yang diberikan oleh dosen



Gbr 3. Mahasiswa sedang berdiskusi dengan kelompoknya untuk mempersiapkan proyek yang diberikan oleh dosen



Gbr 4. Salah satu kelompok sedang mmepersentasikan proyek yang mereka kerjakan di depan kelas



Gbr 5. Mahasiswa sedang mendengarkan persentase salah satu kelompok di depan kelas



Gbr 6. Mahasiswa sedang mengerjakan soal post test yang diberikan oleh dosen pada kelas eksperimen



Gbr 7. Dosen sedang menjelaskan tujuan pembelajaran kepada mahasiswa pada kelas kontrol



Gbr 8. Dosen sedang menjelaskan materi pembelajaran pada kelas kontrol



Gbr 9. Dosen sedang membimbing mahasiswa dalam mengerjakan soal latihan pada kelas kontrol



Gbr 10. Mahasiswa sedang mengerjakan soal post test yang diberikan oleh dosen pada kelas kontrol