

DAFTAR PUSTAKA

- Undang-undang SISDIKNAS Sistem Pendidikan Nasional. Jakarta: Sinar GrafikaOffset
- Danim, Sudarwan. (2010). *Pengantar Kependidikan*. Bandung: Alfa Beta
- Lubis, Marasamin. (2016). *Telaah Kurikulum Pendidikan Menengah Umum/Sederajat*. Medan: Perdana Publishing.
- Fadhillah,(2014). *Implementasi Kurikulum 2013 dalam pembelajaran SD/MI, SMP/MTs, dan SMA/MA*. Yogyakarta :Ar-Ruzz Media.
- Uno, Hamzah B. (2007). *Model Pembelajaran Menciptakan Proses Belajar Mengajar yang Efektif dan Kreatif*. Jakarta: Bumi Aksara, hal 129-130
- Ayuwanti, Irma .2016.“*Meningkatkan Aktivitas Dan Hasil Belajar matematika Menggunakan Model Pembelajaran Kooperatif Tipe Group Investigation*“
Vol. 1, No.2, diunduh dari
<http://journal.unirow.ac.id/index.php/teladan/article/download/76/167>
- Firman.(2020). *Model Pembelajaran Advance Organizer Collaboration Parenta*. Sulawesi Selatan: Aksara Timur. Sofyan,
- Ferdiaz.(2020). Upaya meningkatkan hasil belajar dengan metode kontekstual.*Jurnal Susunan Artikel Pendidikan*. Vol.5 No.1. Diunduh dari
<https://journal.lppmunindra.ac.id/index.php/SAP/article/view/6493>
- Anggoro, Bambang Sri. (2015), Pengembangan Modul Matematika Dengan Strategi Problem Solving Untuk Mengukur Tingkat Kemampuan Berpikir Kreatif Matematika siswa.*Jurnal Pendidikan Matematika* 6.2.2086-5872. Diunduh dari
<http://ejournal.radenintan.ac.id/index.php/al-jabar/article/view/25>.
- Sudjana, Nana.(2010). *Penilaian Hasil Belajar Mengajar*. Bandung: RemajaRosdikarya
- Sumarno, Alim. (2012), *Hakikat Pengembangan*, Jakarta: PT. Raja GrafindoPersada
- Edizon, Helma.(2017) Faktor – Faktor Yang Mempengaruhi Hasil Belajar Matematika Siswa Untuk Penerapan Bahan Ajar Kontekstual

- Mengintegrasikan Pengetahuan Terkait Dan Realistik. *Jurnal Eksakta Pendidikan (JEP)*.
Vol 1.No.1 e-ISSN 2579-860
- Abdul Muin Dan Rizki Mauliya Ulfah, (2012). Meningkatkan Hasil Belajar Matematika Siswa Dengan Pembelajaran Menggunakan Aplikasi Moodle. *Jurnal Pythagoras*. Vol7 No.1
- Sulastri, dkk.(2017). Meningkatkan Hasil Belajar Siswa Melalui Strategi Pembelajaran Berbasis Masalah. *Jurnal Kreatif Tadulako Online*. Vol.3.No.1 ISSN 2354-614
- Ahmad dan Rahmi.(2017). Korelasi Motivasi Belajar Menggunakan Media Berbasis Vidio Dengan Hasil Belajar Kognitif. *Jurnal Pendidikan Almuslim*. Vol5.No.1.ISSN2338-7394
- Trianto. (2010). *Mendesain Model Pembelajaran Inovatif Progresif: Konsep, Landasan, dan Implementasinya pada kurikulum tingkat satuan pendidikan (KTSP)*. Jakarta: Kencana
- Hudojo, Herman. (2001). *Pengembangan Kurikulum dan Pembelajaran Matematika*. Malang: UM Press.
- Novitasari, Dian.(2016). Pengaruh Penggunaan Multimedia Interaktif Terhadap Kemampuan Pemahaman Konsep Matematis Siswa, *Jurnal Pendidikan Matematika Dan Matematika*.vol.2 no.2.diunduh dari <https://jurnal.umj.ac.id/index.php/fbc/article/view/1650/1402>
- Listiawan, Tomi. (2012). *Panduan Pengembangan Bahan Ajar*, Tulungagung: Stain Tulungagung.
- Rusman, (2017). *Belajar dan Pembelajaran Berorientasi Standar Proses Pendidikan*. Jakarta: Kencana
- Depdiknas, (2003). *Pembelajaran dan Pengajaran Konstektual*, (Jakarta: Direktorat Sekolah Lanjutan Pertama Direktorat Jenderal Pendidikan Dasar dan Menengah:
- Nurhidayah, (2016), Penerapan Model Contextual Teaching and Learning (CTL) Terhadap hasil Belajar Fisika Pada Siswa Kelas XI SMA Handayani. *Jurnal Pendidikan Fisika*. Vol.4 No.2. Diunduh dari <https://journal.unismuh.ac.id/index.php/jpf/article/view/307>

- Dwi Cahyono, Daryanto Aris (2014). *Pengembangan Perangkat Pembelajaran*. Yogyakarta: Gaya Media.
- Prastowo, Andi. 2016. *pengembangan bahan ajar tematik tinjauan teoritis dan praktik*. Jakarta:Kencana.
- Mina Syanti,dkk (2015), Pengembangan Modul Pembelajaran Bahasa Indonesia Berbantuan Peta Pikiran Pada Materi Menulis Makalah Siswa Kelas XI SMA/MA, *Jurnal Bahasa, Sastra Dan Pembelajaran*, Vol.2, no.1. Diunduh dari <http://ejournal.unp.ac.id/index.php/bsp/article/view/5026>
- Syahrir, Susilawati, (2015). “pengembangan Modul Pembelajaran Matematika Siswa SMP”, *Jurnal Pendidikan I*, No 2. 2442-9511. Diunduh dari <http://ejournal.mandalanursa.org/index.php/JIME/article/view/235>
- Sugiyono, (2015).*Metode Penelitian Pendidikan*. Bandung: Alfabeta.
- Rizki, Swaditya. (2016), “ *Pengembangan Bahan Ajar Program Linear Berbasis Kontektual dan ICT*” *Jurnal Matematika*, Vol 5, No 2. diunduh dari <https://jurnal.umj.ac.id/index.php/fbc/article/view/1650/1402>
- Sujarwo, Sawi. (2017), Pengaruh Terhadap Short Term Memory Pada Siswa Kelas VIII SMP N37 Palembang, *Jurnal Psikologi Islami*, Vol 3 No.1. diunduh dari <http://jurnal.radenfatah.ac.id/index.php/psikis/article/view/1391>
- Kurniati, Dian. (2013). Pengembangan Perangkat Pembelajaran Matematika sekolah Menengah Pertama dengan Sistem Character Based Integrated Learning,*Jurnal Kreano*. Vol.4No.2.diunduh dari <https://journal.unnes.ac.id/nju/index.php/kreano/article/view/3156>
- I Made Teguh, I Nyoman Jampel, Ketut Pudjawan, (2014), Model Penelitian Pengembangan, Yogyakarta: Graha Ilmu.
- Chandra, Adi.(2016). Pengembangan Modul Pembelajaran Inkuiri Berbasis Laboratorium Virtual.*Jurnal Pendidikan*. Vol.1No.6
- Hilda handayani, (2018).Pengembangan Media Pembelajaran Berbasis Macromedia Flash. *Jurnal Tatsqif*. Vol. 16 No.2

DOKUMENTASI





UNIVERSITAS ISLAM NEGERI



LAMPIRAN-LAMPIRAN

RENCANA PELAKSANAAN PEMBELAJARAN

(RPP)

Satuan Pendidikan : Perguruan Islam Cerdas Murni Tembung

Mata Pelajaran : Matematika Wajib

Kelas : XI IPA

Materi Pokok : Integral Tak Tentu

Alokasi Waktu : 2 x 40 menit (4 Pertemuan)

A. Kompetensi Inti

KI 1: Menghargai dan menghayati ajaran agama yang dianutnya.

KI 2: Menunjukkan Perilaku jujur, disiplin, tanggung jawab, peduli (Toleran, gotong royong), santun, percaya diri dalam berinteraksi secara efektif dengan lingkungan sosial dan alam dalam jangkauan pergaulan dan keberadaannya

KI 3: Memahami dan menerapkan pengetahuan (faktual, konseptual, dan procedural) berdasarkan rasa ingin tabu tentang ilmu pengetahuan, teknologi, seni, budaya terkait fenomena dan kejadian tampak mata.

KI 4: Mencoba, mengolah dan menyaji dalam ranah konkret (menggunakan, mengurai, merangkai, memodifikasi, dan membuat) dan ranah abstrak(menulis, membaca, menghitung dan membuat) dan ranah abstrak (menulis, membaca, menghitung, menggambar dan mengarang) sesuai dengan yang dipelajari disekolah dan sumber lain yang sama dalam sudut pandang/teori.

B. Kompetensi Dasar dan Indikator Pencapaian

No	KOMPETENSI DASAR	INDIKATOR PENCAPAIAN KOMPETENSI
----	------------------	---------------------------------

1.	3.10 Mendeskripsikan integral tak tentu (anti turunan) fungsi aljabar dan menganalisis sifat-sifatnya berdasarkan sifat-sifat turunan fungsi	3.10.1 Mengetahui konsep integral sebagai kebalikan dari turunan fungsi aljabar yang memiliki konstanta berbeda
		3.10.2 Menjelaskan pengertian integral tak tentu fungsi aljabar
		3.10.3 Menemukan notasi integral dan rumus dasar integral tak tentu
		3.10.4 Menemukan rumus dasar integral tak tentu fungsi aljabar 3.10.5 Menemukan penyelesaian integral tak tentu dengan cara substitusi
2.	4.10 Menyelesaikan masalah yang berkaitan dengan integral tak tentu (anti turunan) fungsi aljabar	4.10.1 Menerapkan konsep integral tak tentu dari fungsi kebalikan dari turunan fungsi (anti turunan)
		4.10.2 Menemukan penyelesaian integral dengan persamaan garis singgung
		4.10.2 Menyelesaikan masalah kontekstual integral tak tentu untuk memecahkan masalah

C. Tujuan Pembelajaran

1. Peserta didik mampu memahami konsep integral sebagai kebalikan dari turunan fungsi
2. Peserta didik mampu memahami pengertian integral tak tentu sebagai fungsi aljabar
3. Peserta didik mampu memahami notasi integral dan rumus dasar integral tak tentu
4. Peserta didik mampu memahami sifat dasar integral tak tentu
5. Peserta didik mampu menyelesaikan soal integral tak tentu dengan cara substitusi

6. Peserta didik mampu memahami penyelesaian soal persamaan kurva dan garis singgung
7. Peserta didik mampu memahami penyelesaian soal kecepatan dan percepatan

D. Materi Ajar

Materi prasyarat : Turunan/Differensial

Materi Pokok : Integral Tak Tentu

1) Rumus Dasar Integral

Integral disebut anti turunan, jika fungsi F merupakan fungsi anti turunan dari fungsi f maka integral tak tentu dari fungsi f adalah

$$\int f(x)dx = F(x) + C \text{ dengan } F'(x) = f(x)$$

$f(x)$ = fungsi yang ditentukan integralnya

C = konstanta integral

$F(x)$ = fungsi anti turunan

Rumus-rumus dasar integral tak tentu adalah sebagai berikut.

6) $\int dx = x + C$

7) $\int kf(x) dx = k \int f(x)dx$ dengan k adalah konstanta

8) $\int (f(x) \pm g(x)) dx = \int f(x)dx \pm \int g(x) dx$

9) $\int x^n dx = \frac{x^{n+1}}{n+1} + C$ dengan $n \neq -1$

10) $\int kx^n dx = \frac{kx^{n+1}}{n+1} + C$ dengan $n \neq -1$

2) Integral Metode Substitusi

Langkah-langkah menentukan integral tak tentu dengan metode substitusi adalah sebagai berikut:

5. Misalkan salah satu fungsi sebagai u
6. Turunkan fungsi u terhadap x yaitu $\frac{du}{dx}$ sehingga ditemukan dx
7. Substitusikan fungsi pemisalan ke bentuk integral awal
8. Setelah diintegrasikan kembalikan fungsi pemisalan ke bentuk awalnya

$$\int f'(g(x)). g'(x)dx = f(g(x)) + C$$

Jika $F(x) = f(g(x))$ maka $f'(x) = f'(g(x)) \cdot g'(x)$

Misalkan $u = g(x)$ maka $\frac{du}{dx} = g'(x)$ substitusi $u = g(x)$

$$\int f'(g(x)) \cdot g'(x) dx = \int f'(u) \cdot du$$

b. Masalah Autentik Terkait Integral

1) Persamaan Kurva Dan Garis Singgung

Dalam materi ini membahas gradien dan persamaan garis singgung kurva pada suatu titik jika $y = f(x)$ maka gradien garis singgung kurva di sembarang titik pada kurva itu adalah

$$m_{gs} = y' = \frac{dy}{dx} = f'(x)$$

Oleh karena itu jika diketahui gradien garis singgung kurva maka kurvanya

$$y = f(x) = \int f'(x) dx = F(x) + C$$

2) Percepatan dan Kecepatan

kecepatan adalah laju perubahan dari lintasan terhadap perubahan waktu secara sederhana kecepatan adalah turunan dari jarak terhadap waktu, yaitu:

$$v(t) = \frac{ds(t)}{dt} \text{ atau } v(t) = s'(t)$$

$$\text{sehingga } s(t) = \int v(t) dt$$

Percepatan adalah laju perubahan kecepatan terhadap perubahan waktu, yaitu:

$$a(t) = \frac{dv(t)}{dt} \text{ atau } a(t) = v'(t) = s''(t)$$

$$\text{sehingga } v(t) = \int a(t) dt$$

E. Strategi Pembelajaran

Strategi Pembelajaran : *Contextual Teaching Learning*

Pendekatan : Kontekstual

F. Media dan Bahan

Media: Modul Pembelajaran Matematika berbasis *Contextual Teaching Learning*, Laptop, Proyektor hp

Bahan: Papan tulis, spidol dan penggaris

G. Sumber Belajar

Sumber Belajar: Modul yang dikembangkan, buku pegangan guru, buku pegangan peserta didik, lingkungan sekitar, sekolah dan internet

H. Langkah-Langkah Pembelajaran

Pertemuan 1 (2jam pelajaran/80 menit)		
Kegiatan	Deskripsi Kegiatan	Alokasi Waktu
p e n d a h u l u a n	<ul style="list-style-type: none"> •Guru melaksanakan salam pembuka dan berdoa sebelum memulai pelajaran •Memeriksa kehadiran peserta didik •Menyiapkan fisik dan psikis peserta didik •Memberikan gambaran tentang manfaat pembelajaran •Guru menyampaikan tujuan pembelajaran •Guru memberikan motivasi kepada siswa untuk mengaitkan materi pembelajaran dengan materi yang sedang diajarkan <p>Bertanya (<i>questioning</i>)</p> <ul style="list-style-type: none"> •Guru menjelaskan cara penggunaan modul •Guru bertanya pada peserta didik tentang materi sebelumnya 	10 menit
i n t i	<p>Konstruktivisme (<i>Constructivism</i>)</p> <ul style="list-style-type: none"> •Guru mengembangkan pemikiran dengan mengarahkan siswa agar pembelajaran lebih bermakna •Peserta didik memahami materi yang disajikan pada modul •Guru mengembangkan pemikiran siswa dari gambar yang di lihat siswa •Guru meminta siswa mengembangkan konsep integral tak tentu <p>Inquiry</p> <ul style="list-style-type: none"> •Guru mengajukan permasalahan yang berkaitan dengan materi yang diajarkan •Guru membimbing siswa menemukan informasi atas masalah yang diberikan 	60 menit

	<p>dengan menentukan fungsi $F(x)$?</p> <p>Masyarakat Belajar</p> <ul style="list-style-type: none"> • Guru mengelompokkan siswa yang terdiri dari 4-5 orang siswa dalam setiap kelompok dan kelompoknya terdirinya dari siswa yang heterogen • Guru membimbing siswa dengan berkeliling melihat hasil kerja dan melakukan tanya jawab <p>Pemodelan</p> <ul style="list-style-type: none"> • Guru membimbing siswa menyajikan hasil temuan dengan memberikan suatu model nyata 	
penutup	<p>Refleksi</p> <ul style="list-style-type: none"> • Guru membimbing siswa melakukan refleksi dengan mengulang pembelajaran apa saja yang sudah dilakukan <p>Penilaian Autentik</p> <ul style="list-style-type: none"> • Guru menilai kemampuan siswa yang berlangsung • Guru mengakhiri pembelajaran dan memberikan salam 	10 menit
<p>PENUGASAN</p> <p>1.. Hitunglah penyelesaian soal Integral</p> <p>a. $\int (2x^2 + 3) dx$</p> <p>2. Carilah $\frac{dy}{dx}$ Jika $y = 4x^8 + 2x^3$ dan $\int 16x^7 + 2x^2$</p>		

Pertemuan 2 (2jam pelajaran/80 menit)		
Kegiatan	Deskripsi Kegiatan	Alokasi Waktu
pendahuluan	<ul style="list-style-type: none"> • Guru melaksanakan salam pembuka dan berdoa sebelum memulai pelajaran • Memeriksa kehadiran peserta didik • Menyiapkan fisik dan psikis peserta didik • Memberikan gambaran tentang manfaat pembelajaran • Guru menyampaikan tujuan pembelajaran • Guru memberikan motivasi kepada siswa untuk mengaitkan materi pembelajaran dengan materi yang sedang diajarkan <p>Bertanya (questioning)</p> <ul style="list-style-type: none"> • Guru bertanya pada peserta didik tentang materi sebelumnya 	10 menit

i n t i	<p>Konstruktivisme (<i>Constructivism</i>)</p> <ul style="list-style-type: none"> • Guru mengembangkan pemikiran dengan mengarahkan siswa agar pembelajaran lebih bermakna • Peserta didik memahami materi yang disajikan pada modul • Guru menampilkan runtutan rumus penyelesaian soal integral tak tentu • Guru meminta siswa memahami bentuk umum dari metode substitusi <p>Inquiry</p> <ul style="list-style-type: none"> • Guru mengajukan permasalahan yang berkaitan dengan materi yang diajarkan • Guru membimbing siswa menemukan informasi atas masalah yang diberikan • Guru meminta siswa memahami langkah pengerjaan soal menggunakan metode substitusi <p>Masyarakat Belajar</p> <ul style="list-style-type: none"> • Guru mengelompokkan siswa yang terdiri dari 4-5 orang siswa dalam setiap kelompok dan kelompoknya terdiri dari siswa yang heterogen • Guru membimbing siswa dengan berkeliling melihat hasil kerja dan melakukan tanya jawab <p>Pemodelan</p> <ul style="list-style-type: none"> • Guru membimbing siswa menyajikan hasil temuan dengan memberikan suatu model nyata • Guru memberikan pemodelan cara belajar mengerjakan soal yang diberikan 	60 menit
p e n u t u p	<p>Refleksi</p> <ul style="list-style-type: none"> • Guru membimbing siswa melakukan refleksi dengan mengulang pembelajaran apa saja yang sudah dilakukan <p>Penilaian Autentik</p> <ul style="list-style-type: none"> • Guru menilai kemampuan siswa yang berlangsung • Guru mengakhiri pembelajaran dan memberikan salam 	10 menit

PENUGASAN

1. Tentukanlah hasil substitusi $\int x\sqrt{x-1} dx$
2. Menyelesaikan soal integral tak tentu dengan cara substitusi

$$\int (x+1)(x^2+2x+1)^4 dx =$$

Pertemuan 3 (2jam pelajaran/80 menit)		
Kegiatan	Deskripsi Kegiatan	Alokasi Waktu
p e n d a h u l u a n	<ul style="list-style-type: none"> • Guru melaksanakan salam pembuka dan berdoa sebelum memulai pelajaran • Memeriksa kehadiran peserta didik • Menyiapkan fisik dan psikis peserta didik • Memberikan gambaran tentang manfaat pembelajaran • Guru menyampaikan tujuan pembelajaran • Guru memberikan motivasi kepada siswa untuk mengaitkan materi pembelajaran dengan materi yang sedang diajarkan <p>Bertanya (questioning)</p> <ul style="list-style-type: none"> • Guru bertanya pada peserta didik tentang materi sebelumnya • Guru bertanya tentang permasalahan apa saja yang dapat diselesaikan dengan integral tak tentu 	10 menit
i n t i	<p>Konstruktivisme (Constructivism)</p> <ul style="list-style-type: none"> • Guru mengembangkan pemikiran dengan mengarahkan siswa agar pembelajaran lebih bermakna • Guru membimbing siswa memahami peranan integral dalam kehidupan nyata serta bagaimana penerapan integral tersebut • Peserta didik memahami materi yang disajikan pada modul <p>Inquiry</p> <ul style="list-style-type: none"> • Guru mengajukan permasalahan yang berkaitan dengan materi yang diajarkan • Guru membimbing siswa menemukan informasi atas masalah yang diberikan <p>Masyarakat Belajar</p> <ul style="list-style-type: none"> • Guru mengelompokkan siswa yang terdiri dari 4-5 orang siswa dalam setiap 	60 menit

	<p>kelompok dan kelompoknya terdirinya dari siswa yang heterogen</p> <ul style="list-style-type: none"> • Guru membimbing siswa dengan berkeliling melihat hasil kerja dan melakukan tanya jawab <p>Pemodelan</p> <ul style="list-style-type: none"> • Guru membimbing siswa menyajikan hasil temuan dengan memberikan suatu model nyata 	
<p>p e n u t u p</p>	<p>Refleksi</p> <ul style="list-style-type: none"> • Guru membimbing siswa melakukan refleksi dengan mengulang pembelajaran apa saja yang sudah dilakukan <p>Penilaian Autentik</p> <ul style="list-style-type: none"> • Guru menilai kemampuan siswa yang berlangsung • Guru mengakhiri pembelajaran dan memberikan salam 	10 menit

PENUGASAN

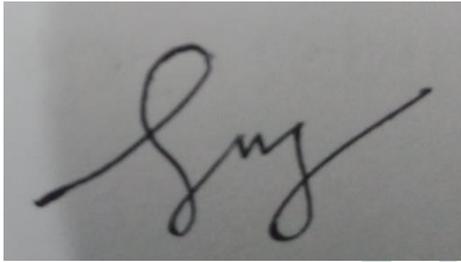
1. Sebuah kurva $y = f(x)$ melalui titik A(4,0) jika persamaan gradien di titik A adalah $\frac{dy}{dx} = 2x - 2$, tentukan persamaan kurva tersebut dan gambarkanlah grafik kurva dari persamaannya
2. Sebuah kurva $y = f(x)$ melalui titik A(-2,2) jika persamaan gradien di titik A adalah $\frac{dy}{dx} = 4x + 4$, tentukan persamaan kurva tersebut dan gambarkanlah grafik kurva dari persamaannya

Pertemuan 4 (2jam pelajaran/80 menit)		
Kegiatan	Deskripsi Kegiatan	Alokasi Waktu
<p>p e n d a h u l u a n</p>	<ul style="list-style-type: none"> • Guru melaksanakan salam pembuka dan berdoa sebelum memulai pelajaran • Memeriksa kehadiran peserta didik • Menyiapkan fisik dan psikis peserta didik • Memberikan gambaran tentang manfaat pembelajaran • Guru menyampaikan tujuan pembelajaran • Guru memberikan motivasi kepada siswa untuk mengaitkan materi pembelajaran dengan materi yang sedang diajarkan <p>Bertanya (questioning)</p> <ul style="list-style-type: none"> • Guru bertanya pada peserta didik tentang materi sebelumnya 	10 menit

i n t i	<p>Konstruktivisme (<i>Constructivism</i>)</p> <ul style="list-style-type: none"> • Guru mengembangkan pemikiran dengan mengarahkan siswa agar pembelajaran lebih bermakna • Peserta didik memahami materi yang disajikan pada modul • Guru mengembangkan pemikiran siswa tentang percepatan dan kecepatan <p>Inquiry</p> <ul style="list-style-type: none"> • Guru mengajukan permasalahan yang berkaitan dengan materi yang diajarkan • Guru membimbing siswa menemukan informasi atas masalah yang diberikan • Guru membimbing siswa untuk memahami penyelesaian soal kecepatan dan percepatan <p>Masyarakat Belajar</p> <ul style="list-style-type: none"> • Guru mengelompokkan siswa yang terdiri dari 4-5 orang siswa dalam setiap kelompok dan kelompoknya terdiri dari siswa yang heterogen • Guru membimbing siswa dengan berkeliling melihat hasil kerja dan melakukan tanya jawab <p>Pemodelan</p> <ul style="list-style-type: none"> • Guru membimbing siswa menyajikan hasil temuan dengan memberikan suatu model nyata • Guru memberikan cara belajar yang nyata dengan memberi contoh soal bola yang bergerak 	60 menit
p e n u t u p	<p>Refleksi</p> <ul style="list-style-type: none"> • Guru membimbing siswa melakukan refleksi dengan mengulang pembelajaran apa saja yang sudah dilakukan <p>Penilaian Autentik</p> <ul style="list-style-type: none"> • Guru menilai kemampuan siswa yang berlangsung • Guru mengakhiri pembelajaran dan memberikan salam 	10 menit
<p>PENUGASAN</p> <p>1. Kecepatan sebuah pesawat terbang dalam meter/detik dengan $v(t) = -t^2 - 64t + 40$. Tentukan ketinggian pesawat setelah 30 detik dari keberangkatan Terlihat siswa yang sedang bermain sepak bola dilapangan sekolah. Sebuah bola bergerak dengan kecepatan $v(t) = 3t^2 - 2t \frac{m}{det}$ pada saat $t = 3$ detik</p>		

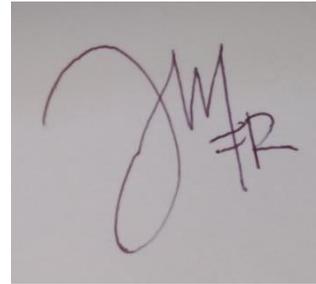
panjang $s = 9$ meter. Tentukan rumus jarak pada saat t detik
2. Diketahui kecepatan suatu benda adalah $v(t) = 6t^2 - 6t$ dan posisi benda pada jarak 8 untuk $t = 0$. Tentukan rumus fungsi jarak $s(t)$

Mengetahui Guru Matematika



(Senja Utari S.Pd)

Penulis



(Windi Rezeki Indah)



UNIVERSITAS ISLAM NEGERI
SUMATERA UTARA MEDAN

SURAT KETERANGAN VALIDITAS MATERI DAN BENTUK SOAL

Yang bertanda tangan dibawah ini

Nama : Ade Rahman Matondang, M.Pd

Jabatan: Dosen

Telah meneliti dan memeriksa validasi dalam bentuk instrumen soal pada penelitian dengan judul “Pengembangan Modul Matematika Berbasis Contextual Teaching Learning Untuk Meningkatkan Hasil Belajar Pada Materi Pokok Integral Kelas XI Di Perguruan Islam Cerdas Murni Tembung T.P 2021-2022” yang dibuat oleh mahasiswa:

Nama : Windi Rezeki Indah
NIM : 0305173182
Program Studi : Pendidikan Matematika

Berdasarkan hasil pemeriksaan validitas ini, menyatakan bahwa instrument tersebut valid/ tidak valid. Demikian surat keterangan ini dibuat untuk dapat digunakan sebagaimana mestinya.

UNIVERSITAS ISLAM NEGERI
SUMATERA UTARA MEDAN
Medan, 24 Agustus 2021



Ade Rahman Matondang, M.Pd

INSTRUMEN VALIDITAS TES

Judul Penelitian : Pengembangan Modul Matematika Berbasis Contextual Teaching Learning Untuk Meningkatkan Hasil Belajar Pada Materi Pokok Integral Kelas XI Di Perguruan Islam Cerdas Murni Tembung T.P 2021-2022

Validator : Ade Rahman Matondang, M.Pd

Petunjuk Pengisian:

- Saya memohon kesediaan Bapak/ibu untuk berkenan memberikan penilaian pada kolom valid (Ya) atau (Tidak)
- Memberikan tanda (√) pada kolom (Ya) jika jawaban valid
- Memberikan tanda (√) pada kolom (tidak) jika jawaban tidak valid
- Memberikan komentar dan masukan/ saran secara tertulis pada kolom yang tersedia√

No	Indikator	Butir Soal	Valid		Keterangan
			Ya	Tidak	
1.	Menghubungkan fungsi awal turunan dan anti turunan fungsi aljabar	Tentukan $\frac{dy}{dx}$ jika $y = \int 3x^4 + 2x^3$ dan $\int 4x^3 + 2x^2 dx$ Selesaikanlah menggunakan metode substitusi $\int 2x^4\sqrt{x^3} dx$	√		
2.	Menemukan konsep integral tak tentu sebagai kebalikan dari turunan fungsi	Sebuah kurva $y = f(x)$ melalui titik A (2,0) jika persamaan gradien di titik A adalah $\frac{dy}{dx} = 2x - 4$, tentukan persamaan kurva tersebut dan gambarkanlah	√		

		<p>grafik kurva dari persamaannya</p> <p>Seorang siswa menendang bola dengan kecepatan $v = 3t^2 - 2t$ m/det. Jika setelah $t = 3$ detik bola ditendang mencapai jarak 9 meter. Tentukan jarak pada saat tertentu</p> <p>Sebuah benda bergerak sepanjang garis lurus dengan kecepatan benda = $3t^2 - 2t$ m/det. Panjang lintasan yang ditempuh berjarak 5 meter pada waktu 2 detik</p>	√		
--	--	--------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------	---	--	--

CATATAN

KESIMPULAN

Instrumen soal pada pelaksanaan pembelajaran materi integral yang telah dinilai dinyatakan;

1. Layak digunakan tanpa melakukan revisi

Medan, 24 Agustus 2021



Ade Rahman Matondang, M.Pd

TES HASIL BELAJAR SISWA KELAS XI IPA 2

MATERI INTEGRAL

Petunjuk:

1. Tulislah nama, nomor absen dan kelas pada lembar jawaban yang telah disediakan
2. Bacalah setiap soal dengan teliti dan jawablah soal yang dianggap mudah terlebih dahulu
3. kerjakan secara individu

Kompetensi Dasar:

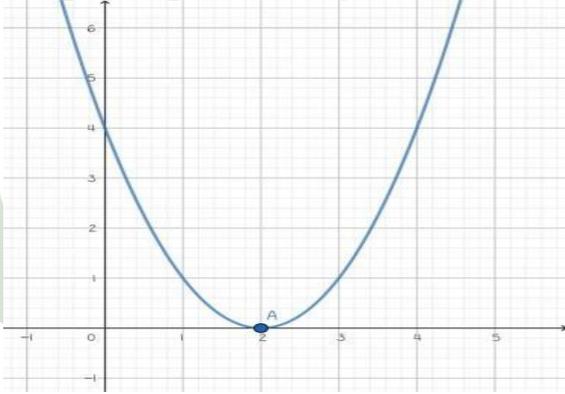
- 3.10 Mendeskripsikan integral tak tentu (anti turunan) fungsi aljabar dan mengalisis sifat- sifatnya berdasarkan sifat-sifat turunan fungsi
- 4.10 Menyelesaikan masalah yang berkaitan dengan integral tak tentu (anti turunan) fungsi aljabar

SOAL

Nama :
Kelas :
Mata Pelajaran :
Materi :
Hari/Tanggal :
Alokasi Waktu :

1. Tentukan $\frac{dy}{dx}$ jika $y = \int 3x^4 + 2x^3$ dan $\int 4x^3 + 2x^2 dx$
2. Selesaikanlah menggunakan metode substitusi $\int 2x^4 \sqrt{x^3} dx$
3. Sebuah kurva $y = f(x)$ melalui titik A (2,0) jika persamaan gradien di titik A adalah $\frac{dy}{dx} = 2x - 4$, tentukan persamaan kurva tersebut dan gambarkanlah grafik kurva dari persamaannya
4. Seorang siswa menendang bola dengan kecepatan $v = 3t^2 - 2t$ m/det. Jika setelah $t = 3$ detik bola ditendang mencapai jarak 9 meter. Tentukan jarak pada saat tertentu
5. Sebuah benda bergerak sepanjang garis lurus dengan kecepatan benda = $3t^2 - 2t$ m/det. Panjang lintasan yang ditempuh berjarak 5 meter pada waktu 2 detik

No.	Alternatif Jawaban	Skor
1	<p>Jika $y = \int 3x^4 + 2x^3$ maka diperoleh $\frac{dy}{dx} = \frac{dy}{dx} =$</p> $\frac{d(3x^4+2x^3)}{dx} = 12x^3 + 6x^2$ $\int 12x^3 + 6x^2 dx = 3x^4 + 2x^3 + C$	5
	$\int 3(4x^3 + 2x^2) dx = 3x^4 + 2x^3 + C$ $3 \int (4x^3 + 2x^2) dx = 3x^4 + 2x^3 + C$ $\int (4x^3 + 2x^2) dx = x^4 + \frac{2}{3}x^3 + C$	5
2.	$\int 2x^4\sqrt{x^3} dx = \int 2x^4 \cdot x^{\frac{3}{2}} dx$ $= 2 \int x^4 \cdot x^{\frac{3}{2}} dx$ $= \int 2x^{4+\frac{3}{2}} dx$ $= 2 \left[\frac{1}{\frac{11}{2}+1} x^{\frac{11}{2}+1} + 1 + C \right]$ $= 2 \left[\frac{1}{\frac{13}{2}} x^{\frac{13}{2}} + C \right]$ $= \frac{4}{13} x^{\frac{13}{2}} + C$	10
3.	<p>Dik = Kurva $y = f(x)$ melalui titik A(2,0) Persamaan gradien dititik A yaitu $\frac{dy}{dx} = 2x - 4$ Dit =Persamaan Kurva $y = f(x)$ dan menggambar kurvanya</p> $\frac{dy}{dx} = 2x - 4 \rightarrow dy = 2x - 4 dx$ $\int dy = \int (2x - 4) dx$ $\int y = \int (2x - 4) dx$ $= (\int 2x - \int 4) dx$ $= \frac{2}{1+1} x^{1+1} - 4x + C$ $= x^2 - 4x + C$	10
	<p>Selanjutnya masukan nilai titik A (2,0) maka:</p> $y = x^2 - 4x + C$ $0 = (2)^2 - 4(2) + C$ $0 = 4 - 8 + C$ $C = 4$	10

	<p>Jadi persamaan Kurva tersebut adalah $y = x^2 - 4x + 4$ Mencari titik potong di sumbu x dengan $y = 0$ $y = x^2 - 4x + 4$ $x^2 - 4x + 4 = 0$ ingat kembali cara memfaktorkan $x^2 - 4x + 4 = (x - 2)(x + 2)$ maka $x = 2$ dan $x = 2$ maka titik potong (2,0) Mencari titik potong di sumbu y dengan $x = 0$ $y = x^2 - 4x + 4$ $y = (0)^2 - 4(0) + 4$ $y = 4$</p>	
	<p>Titik potong di sumbu y (0,4) Mencari titik puncak dan gambar grafiknya $\left(-\frac{b}{2a}, \frac{b^2 - 4ac}{4a}\right) = \left(-\frac{-4}{2(1)}, \frac{(-4)^2 - 4(1)(4)}{4(1)}\right)$ $= (2,0)$ <p>Jadi gambar grafik kurvanya adalah:</p>  </p>	20
4.	<p>Diketahui $= 3t^2 - 2t$ m/det $s = \int v dt$ atau $s = \int (3t^2 - 2t) dt$ $= t^3 - t^2 + c$ $s(t) = t^3 - t^2 + c$ diketahui saat $t = 2, s = 9$ sehingga kita substitusikan ke persamaan untuk mendapatkan nilai c $9 = 2^3 - 2^2 + c$ $9 = 8 - 4 + c$ $c = 9 - 4 = 4$ Rumus jarak yang diperoleh $s(t) = t^3 - t^2 + 4$</p>	20
5.		20

	<p>Diketahui $v = 6t^2 + 4t$ Ditanya $s(0) = 5$</p> $s = \int v dt$ $= \int (6t^2 + 4t) dt$ $= 2t^3 + 2t^2 + C$ $s(0) = 5$ $5 = 2 \cdot 0^3 + 2 \cdot 0^2 + C$ $C = 5$ $s = 2t^3 + 2t^2 + C$ <p>Untuk $t = 2$ diperoleh $s = 2 \cdot 2^3 + 2 \cdot 2^2 + 5 = 29$</p>	
Jumlah Skor		100



UNIVERSITAS ISLAM NEGERI
SUMATERA UTARA MEDAN

LEMBAR VALIDASI MODUL PEMBELAJARAN MATEMATIKA
BERBASIS CONTEXTUAL TEACHING LEARNING

Mata Pelajaran : Matematika

Materi : Integral

Kelas : XI MIA

Peneliti : Windi Rezeki Indah

Validator : Rahmi Ramadhani, M.Pd

Hari, Tanggal Validasi : Selasa, 27 Juli 2021

Bapak/Ibu yang terhormat,

Saya memohon bantuan kepada bapak/ibu untuk mengisi lembar validasi ini yang ditujukan untuk mengetahui penilaian Bapak/ibu terhadap Media Pembelajaran yang saya kembangkan. Penilaian dan saran Bapak/ibu guru akan sangat membantu untuk penilaian kevalidan dan perbaikan media pembelajaran bila diperlukan. Atas ketersediaan Bapak/ibu, saya ucapkan terima kasih.

Petunjuk Pengisian Lembar Validasi:

1. Berilah tanda \checkmark pada kolom “nilai” sesuai penilaian Bapak/ibu terhadap modul pembelajaran matematika untuk meningkatkan kemampuan penalaran dan komunikasi matematis pada materi integral
2. Gunakan indikator penilaian pada lampiran sebagai pedoman penilaian
KB untuk pilihan Kurang Baik
CB untuk pilihan Cukup Baik
B untuk pilihan Baik
SB untuk pilihan Sangat Baik
3. Apabila penilaian Bapak/ibu cukup baik atau kurang baik, maka berilah saran terkait hal-hal yang kekurangan terhadap modul pembelajaran

matematika untuk meningkatkan hasil belajar siswa pada materi integral pada kolom komentar

No	Aspek	Kriteria	Skala				
			S K	K	C B	B	S B
1.	Kelayakan Isi	Kesesuaian materi dengan tujuan pembelajaran				√	
		Keakurat materi				√	
		Pendukung materi pembelajaran					
		Materi berhubungan dengan contextual teaching learning				√	
		Terdapat contoh-contoh yang diberikan					√
		Memberikan pengalaman yang baru bagi peserta didik				√	
		Kemuktahiran Materi				√	
2.	Kelayakan Penyajian	Teknik Penyajian pembelajaran				√	
		Penyajian Pembelajaran sesuai dengan kehidupan sehari-hari				√	
		Kelengkapan Penyajian					√
3.	Penilaian Bahasa	Lugas				√	
		Komunikatif					√
		Interaktif					√
		Kesesuain dengan tingkat perkembangan peserta didik					√
		Keruntutan dan keterpaduan alur pikir Penggunaan istilah, simbol atau ikon					√
4.	Desain isi modul	Keharmonisan unsur tata letak				√	
		Tidak menggunakan banyak jenis huruf					√
		Perbandingan ukuran tulisan dan gambar				√	
		Kemenarikan penampilan modul					√
5.	Desain kulit modul	Penampilan unsur tata letak pada kulit muka dan belakang					√

		Ukuran huruf judul modul lebih dominan dan proposional dibandingkan ukuran modul dengan nama pengarang					√
		Warna judul modul kontras dengan warna latar belakang					√
		Ilustrasi kulit modul menggambarkan isi/materi ajar dan mengungkapkan karakter objek					√
6.	Strategi Contextual Teaching Learning	Konstruktivisme (Constructivism)					√
		Bertanya (Questioning)					√
		Menemukan (Inquiry)					√
		Pemodelan (Modeling)					√
		Masyarakat belajar					√
		Refleksi					√

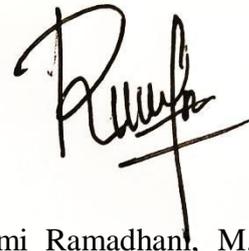
Komentar:

Secara keseluruhan sudah baik. Modul yang dikembangkan sudah cukup jelas memberikan pemahaman konsep integral. Modul juga dikembangkan dengan memperhatikan unsur tata letak tulisan dan gambar. Penggunaan sintaks *Contextual Teaching Learning* juga sudah terlihat pada struktur penulisan modul

Saran Perbaikan:

1. Perlu diperhatikan kembali penulisan pada modul, masih terdapat tulisan yang kurang huruf atau salah pengetikan.
2. Masalah yang lebih ringan dan dekat dengan masalah sehari-hari siswa agar siswa lebih mudah memahami dan merasakan pengalaman belajar yang berbeda setelah menggunakan modul pembelajaran integral berbasis kontekstual.

Medan, 27 Juli 2021



Rahmi Ramadhani, M.Pd

LEMBAR ANGKET RESPONSIF PENDIDIK TERHADAP PROSES
PEMBELAJARAN MATEMATIKA UNTUK MENINGKATKAN
HASIL BELAJAR SISWA PADA KELAS XI IPA DI
PERGURUAN ISLAM CERDAS MURNI TEMBUNG



UNIVERSITAS ISLAM NEGERI
SUMATERA UTARA MEDAN

LEMBAR VALIDASI MODUL PEMBELAJARAN MATEMATIKA
BERBASIS CONTEXTUAL TEACHING LEARNING

Mata Pelajaran

: Matematika

Materi : Integral
Kelas : XI MIA
Peneliti : Windi Rezeki Indah
Validator : Hairullah, M.Pd
Hari, Tanggal Validasi : Selasa, 27 Juli 2021

Bapak/Ibu yang terhormat,

Saya memohon bantuan kepada bapak/ibu untuk mengisi lembar validasi ini yang ditujukan untuk mengetahui penilaian Bapak/ibu terhadap Media Pembelajaran yang saya kembangkan. Penilaian dan saran Bapak/ibu guru akan sangat membantu untuk penilaian kevalidan dan perbaikan media pembelajaran bila diperlukan. Atas ketersediaan Bapak/ibu, saya ucapkan terima kasih.

Petunjuk Pengisian Lembar Validasi:

1. Berilah tanda \checkmark pada kolom “nilai” sesuai penilaian Bapak/ibu terhadap modul pembelajaran matematika untuk meningkatkan kemampuan penalaran dan komunikasi matematis pada materi integral
2. Gunakan indikator penilaian pada lampiran sebagai pedoman penilaian
KB untuk pilihan Kurang Baik
CB untuk pilihan Cukup Baik
B untuk pilihan Baik
SB untuk pilihan Sangat Baik
3. Apabila penilaian Bapak/ibu cukup baik atau kurang baik, maka berilah saran terkait hal-hal yang kekurangan terhadap modul pembelajaran

matematika untuk meningkatkan hasil belajar siswa pada materi integral pada kolom komentar

No	Aspek	Kriteria	Skala				
			SK	K	CB	B	S B
1.	Kelayakan Isi	Kesesuaian materi dengan tujuan pembelajaran				√	
		Keakurat materi				√	
		Pendukung materi pembelajaran				√	
		Materi berhubungan dengan contextual teaching learning					√
		Terdapat contoh-contoh yang diberikan				√	
		Memberikan pengalaman yang baru bagi peserta didik				√	
		Kemuktahiran Materi					√
2.	Kelayakan Penyajian	Teknik Penyajian pembelajaran					√
		Penyajian Pembelajaran sesuai dengan kehidupan sehari-hari					√
		Kelengkapan Penyajian				√	
3.	Penilaian Bahasa	Lugas					√
		Komunikatif				√	
		Interaktif					√
		Kesesuaian dengan tingkat perkembangan peserta didik				√	
		Keruntutan dan keterpaduan alur pikir Penggunaan istilah, simbol atau ikon				√	
4.	Desain isi modul	Keharmonisan unsur tata letak					√
		Tidak menggunakan banyak jenis huruf				√	
		Perbandingan ukuran tulisan dan gambar					√
		Kemenarikan penampilan modul				√	
5.	Desain kulit modul	Penampilan unsur tata letak pada kulit muka dan belakang				√	

		Ukuran huruf judul modul lebih dominan dan proposional dibandingkan ukuran modul dengan nama pengarang				√	
		Warna judul modul kontras dengan warna latar belakang				√	
		Ilustrasi kulit modul menggambarkan isi/materi ajar dan mengungkapkan karakter objek				√	
6.	Strategi Contextual Teaching Learning	Konstruktivisme (Constructivism)				√	
		Bertanya (Questioning)					√
		Menemukan (Inquiry)				√	
		Pemodelan (Modeling)				√	
		Masyarakat belajar					√
		Refleksi				√	

Komentar Dan Saran

Pengembangan modulnya sangat menarik memberi pengalaman baru pada siswa untuk mempelajarinya. Penggunaan pemahaman integral didalam *Contextual Teaching Learning* sangat bagus.

Saran Perbaikan:

1. Kembali perhatikan penulisan yang masih kurang huruf dalam modul tersebut serta penggunaan huruf kapital harus diperhatikan

Medan, 22 juli 2021

UNIVERSITAS ISLAM NEGERI
SUMATERA UTARA MEDAN

Hairullah, M.Pd

LEMBAR ANGKET RESPONSIF PENDIDIK TERHADAP PROSES
PEMBELAJARAN MATEMATIKA UNTUK MENINGKATKAN
HASIL BELAJAR SISWA PADA KELAS XI IPA DI
PERGURUAN ISLAM CERDAS MURNI TEMBUNG



**YAYASAN ADLIN MURNI
PERGURUAN ISLAM
SMA CERDAS MURNI**

Sekretariat : Jl. Beringin No. 33 Telp. (061) 7384039 Pasar VII Tembung Kec. Percut Sei Tuan Kab. Deli Serdang

SURAT KETERANGAN
NOMOR : 1830/SMA-CM/E.7/X/2021

Yang bertanda tangan dibawah ini :

Nama : Ibrahim Arbi,S.Ag, S.Pd.I
Jabatan : Kepala SMA CERDAS MURNI
Alamat : Jl. Beringin No. 33 Pasar VII Tembung

Berdasarkan surat Nomor : B-18296/ITK/ITK.V3/PP.00.9/08/2021 tertanggal : 30 Agustus 2021 Universitas Islam Negeri Sumatera Utara. Dengan ini menerangkan bahwa telah memberi izin riset kepada :

Nama : WINDI REZEKI INDAH
NIM : 0305173182
Program Studi : S1 PENDIDIKAN MATEMATIKA

Telah selesai melakukan kegiatan Penelitian guna memenuhi syarat Penelitian dari tanggal 01 September 2021 sampai tanggal 04 Oktober 2021 yang dilaksanakan di SMA Swasta CERDAS MURNI Kab. Deli Serdang. Dengan judul:
"Pengembangan Modul Pembelajaran Matematika Berbasis Contextual Teaching Untuk Meningkatkan Hasil Belajar Pada Materi Pokok Integral Kelas XI Di Perguruan Islam Cerdas Murni Tembung T.P. 2021-2022."

Tembung, 04 Oktober 2021



**YAYASAN ADLIN MURNI
PERGURUAN ISLAM
SMA CERDAS MURNI**

Sekretariat : Jl. Beringin No. 33 Telp. (061) 7384039 Pasar VII Tembung Kec. Percut Sei Tuan Kab. Deli Serdang

SURAT KETERANGAN
NOMOR : 1825/SMA-CM/E.7/X/2021

Yang bertanda tangan dibawah ini :

Nama : Ibrahim Arbi,S.Ag, S.Pd.I
Jabatan : Kepala SMA CERDAS MURNI
Alamat : Jl. Beringin No. 33 Pasar VII Tembung

Berdasarkan surat Nomor : B-18296/ITK/ITK.V3/PP.00.9/08/2021 tertanggal : 30 Agustus 2021 Universitas Islam Negeri Sumatera Utara. Dengan ini menerangkan bahwa telah memberi izin riset kepada :

Nama : WINDI REZEKI INDAH
NIM : 0305173182
Program Studi : S1 PENDIDIKAN MATEMATIKA

Untuk melakukan Penelitian dan Pengambilan Data di SMA Swasta Cerdas Murni untuk keperluan Penyusunan Skripsi yang berjudul "Pengembangan Modul Pembelajaran Matematika Berbasis Contextual Teaching Untuk Meningkatkan Hasil Belajar Pada Materi Pokok Integral Kelas XI Di Perguruan Islam Cerdas Murni Tembung T.P. 2021-2022." Perlu kami beritahukan bahwa dalam pelaksanaan penelitian dan pengambilan data yang bersangkutan telah memenuhi ketentuan yang ditetapkan.

Demikian Surat Keterangan ini diperbuat untuk dapat dipergunakan seperlunya.

Tembung, 01 Oktober 2021





**KEMENTERIAN AGAMA REPUBLIK INDONESIA
UNIVERSITAS ISLAM NEGERI SUMATERA UTARA MEDAN
FAKULTAS ILMU TARBİYAH DAN KEGURUAN**

Jl. Willièm Iskandar Pasar V Telp. (061) 6615683-6622925, Fax. (061) 6615683,
Medan Estate 20371, E-mail: fitk@uinsu.ac.id

Nomor : B-23152/ITK/ITK.IV.6/PP.00.9/10/2021 18 Oktober 2021
Lamp : -
Hal : **PANGGILAN UJIAN**

Kepada Yth.
Sdr:

1. MASRIAH NASUTION
2. MUHAMMAD HUSEN RITONGA
3. MIFTAHUL WILDA LUBIS
4. WINDI REZEKI INDAH
5. AULIA TURRIZQIYA

Di -
Medan

Assalamu'alaikum Wr. Wb.

Dengan ini, kami sampaikan agar saudara mengikuti Ujian Munaqasyah Skripsi Fakultas Ilmu Tarbiyah dan Keguruan UIN-SU yang akan dilaksanakan pada :

Hari/Tanggal : Selasa / 19 Oktober 2021
Pukul : 08.00 WIB – 14.00 WIB
Tempat : Zoom Meeting

Demikian kami sampaikan, untuk dihadiri dan dilaksanakan

Wassalam

An Dekan
Ketua Jurusan PMM



Dr. Yahfizham, ST, M.Cs
NIP. 19780418 200501 1 005

Tembusan :
Yth. Dekan FITK, UIN-SU

Validator : Senja Utari, S.Pd
Hari, Tanggal Validasi : Senin, 4 Oktober 2021

No	Indikator	Skala				
		SK	K	CB	B	SB
1.	Bahan ajar yang digunakan sangat menarik					✓
2.	Bahan ajar mudah digunakan dalam proses pembelajaran					✓
3.	Bahan ajar yang digunakan sesuai untuk diterapkan dalam proses pembelajaran					✓
4.	Prosedur pembelajaran pada bahan ajar mudah dipahami					✓
5.	Bahan ajar yang digunakan disesuaikan dengan alokasi waktu					✓
6.	Gambar yang digunakan dalam bahan ajar sesuai dengan materi				✓	
7.	Soal-soal dalam bahan ajar sesuai mengukur kompetensi pembelajaran				✓	
8.	Bahan ajar yang digunakan menunjang pencapaian kemampuan penalaran dan komunikasi matematis				✓	
9.	Penyampaian materi dalam bahan ajar dapat membantu siswa memahami konsep dan materi yang berkaitan dengan kehidupan sehari-hari					✓
10.	Bahan ajar sangat membantu bagi guru dalam melaksanakan proses pembelajaran				✓	

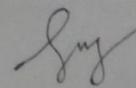
KESIMPULAN

Media Pembelajaran ini dinyatakan:

1. Validasi tanpa revisi
2. Valid dengan sedikit revisi
3. Tidak Valid

*Mohon melingkari nomor yang sesuai dengan kesimpulan Bapak /Ibu

Medan, 4 Oktober 2021



Senja Utari, S.Pd

Identitas Peserta Didik

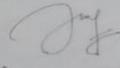
Nama : Alfiya Tsabilah
Kelas : IPA 2

No	Indikator	Skala				
		SK	K	CB	B	SB
1.	Kata atau kalimat didalam modul memudahkan saya memahami materi					✓
2.	Setelah mengikuti pembelajaran ini, pemahaman saya terhadap materi ini menjadi meningkat					✓
3.	Modul yang saya pelajari sangat mudah dipahami dan menarik					✓
4.	Pembelajaran pada modul membuat saya semangat belajar					✓
5.	Mempelajari modul ini membuat saya lebih mandiri dalam belajar					✓
6.	Setelah mempelajari modul ini saya menemukan konsep dari pelajaran ini					✓

Komentar dan saran perbaikan :

Semangat Kak, Terima kasih kak ilmunya.

Medan, 4 Oktober 2021


(Alfiya Tsabilah)

Identitas Peserta Didik

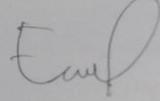
Nama : Elwina Nur Annisa
Kelas : IPA 2

No	Indikator	Skala				
		SK	K	CB	B	SB
1.	Kata atau kalimat didalam modul memudahkan saya memahami materi				✓	
2.	Setelah mengikuti pembelajaran ini, pemahaman saya terhadap materi ini menjadi meningkat				✓	
3.	Modul yang saya pelajari sangat mudah dipahami dan menarik				✓	
4.	Pembelajaran pada modul membuat saya semangat belajar				✓	
5.	Mempelajari modul ini membuat saya lebih mandiri dalam belajar				✓	
6.	Setelah mempelajari modul ini saya menemukan konsep dari pelajaran ini				✓	

Komentar dan saran perbaikan :

Smoga Sukses kak. dan Terima kasih.

Medan, 4 Oktober 2021


(Elwina Nur Annisa.)

5. $\int (6t^2 + 4t) dt$
 $2t^3 + 2t^2 + C$
 $5 = 2 \cdot 0^3 + 2 \cdot 0^2 + C$
 $C = 5$
 $2 \cdot 2^3 + 2 \cdot 2^2 + 5 = 29$

3. $\int dy = \int (2x - 4) dx$
 $\int y = 2x^2 - 4x$
 $= x^2 - 4x \quad A(2,0)$
 $y = x^2 - 4x + C$
 $0 = (2)^2 - 4(2) + C$
 $0 = 4 - 8 + C$
 $C = 4 \Rightarrow x^2 - 4x + 4$
 $(x-2)(x+2)$
 $y = 4$

4. $\int 3t^2 - 2t dt = t^3 - t^2 + C$
 $9 = 2^3 - 2^2 + C$
 $9 = 8 - 4 + C$
 $C = 4$

1. $y = \int 3x^4 + 3x^3$
 $= 4 \cdot 3x^{4-1} + 3 \cdot 2x^{3-1}$
 $= 12x^3 + 6x^2 dx$
 $\int 3(4x^3 + 2x^2) dx = 3x^4 + 3x^3 + C$
 $3 \int (4x^3 + 2x^2) dx = 3x^4 + 2x^3 + C$
 $= x^4 + \frac{2}{3}x^3 + C$

2. $\int 2x^4 \sqrt{x^3} dx = \int 2x^4 \cdot x^{\frac{3}{2}} dx$
 $= 2 \int x^4 \cdot x^{\frac{3}{2}} dx$
 $= \int 2x^{4+\frac{3}{2}} dx$
 $= 2 \left[\frac{1}{\frac{11}{2}+1} x^{\frac{11}{2}+1} + C \right]$
 $= \frac{4}{13} x^{\frac{13}{2}} + C$

3. $\int dy = \int (2x - 4) dx$
 $\int y = 2x^2 - 4x$
 $= x^2 - 4x \quad A(2,0)$
 $y = x^2 - 4x + C$
 $0 = (2)^2 - 4(2) + C$
 $0 = 4 - 8 + C$
 $C = 4 \Rightarrow x^2 - 4x + 4$
 $(x-2)(x+2)$
 $y = 4$

4. $\int 3t^2 - 2t dt = t^3 - t^2 + C$
 $9 = 2^3 - 2^2 + C$
 $9 = 8 - 4 + C$
 $C = 4$

5. $\int (6t^2 + 4t) dt$
 $2t^3 + 2t^2 + C$
 $5 = 2 \cdot 0^3 + 2 \cdot 0^2 + C$
 $C = 5$
 $2 \cdot 2^3 + 2 \cdot 2^2 + 5 = 29$

$$1. y = \int 3x^4 + 2x^3$$

$$= 4.3x^{4+1} + 3.2x^{3+1}$$

$$\int 12x^5 + 6x^4 dx$$

$$\int 3(4x^3 + 2x^2) dx = 3x^4 + 2x^3 + C$$

$$3 \int (4x^3 + 2x^2) dx = 3x^4 + 2x^3 + C$$

$$= x^4 + \frac{2}{3}x^3 + C$$

$$2. \int 2x^4 \sqrt{x^3} dx = \int 2x^4 \cdot x^{\frac{3}{2}} dx$$

$$= 2 \int x^4 \cdot x^{\frac{3}{2}} dx$$

$$= 2 \int x^{4+\frac{3}{2}} dx$$

$$= 2 \left[\frac{1}{\frac{1}{2}+1} x^{\frac{11}{2}} + 1 + C \right]$$

$$= \frac{4}{13} x^{\frac{11}{2}} + C$$

$$3. \int dy = \int (2x-4) dx$$

$$\int y = \frac{2x^2}{2} - 4x$$

$$= x^2 - 4x \quad A(2,0)$$

$$y = x^2 - 4x + C$$

$$0 = (2)^2 - 4(2) + C$$

$$0 = 4 - 8 + C$$

$$C = 4 \Rightarrow x^2 - 4x + 4$$

$$(x-2)(x+2)$$

$$y = 4$$

$$4. \int 3t^2 - 2t dt = t^3 - t^2 + C$$

$$g = 2^3 - 2^2 + C$$

$$g = 8 - 4 + C$$

$$5. \int (6t^2 + 4t) dt$$

$$2t^3 + 2t^2 + C$$

$$5 = 2 \cdot 0^3 + 2 \cdot 0^2 + C$$

$$C = 5$$

Nama: Nadine Rara Pranasa

Kelas: IPA

NO

DATE

$$1. y = \int 3x^4 + 2x^3$$

$$= 12x^5 + 6x^4 \quad dx \Rightarrow 3(4x^3 + 2x^2) dx$$

$$\int 3(4x^3 + 2x^2) dx = 3x^4 + 2x^3 + C$$

$$x^4 + \frac{2}{3}x^3 + C$$

$$3. \int 2x^4 \sqrt{x^3} dx = \int 2x^4 \cdot x^{\frac{3}{2}} dx$$

$$= 2 \int x^4 \cdot x^{\frac{3}{2}} dx$$

$$= 2 \left(x^{4+\frac{3}{2}} \right)$$

$$= \frac{4}{13} x^{\frac{11}{2}} + C$$

$$4. \int 3t^2 - 2t dt = \frac{3t^{2+1}}{2+1} - \frac{2t^{1+1}}{1+1}$$

$$= \frac{3t^3}{3} - \frac{2t^2}{2}$$

$$= t^3 - t^2 + C$$

$$t = 2$$

$$g = 2^3 - 2^2 + C$$

$$g = 8 - 4 + C$$

$$g = 4 + C$$

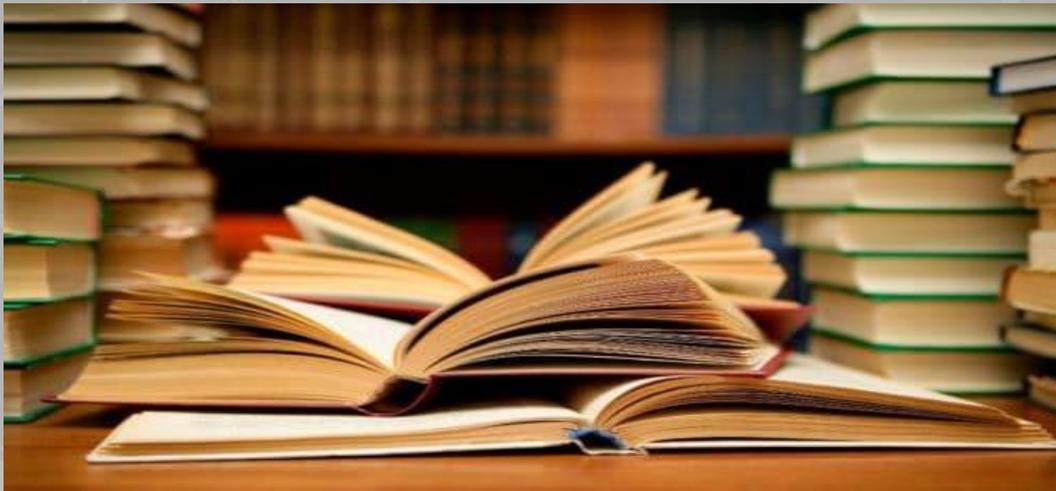
$$C = 5$$



UNIVERSITAS ISLAM NEGERI
SUMATERA UTARA MEDAN

MODUL MATEMATIKA INTEGRAL TAK TENTU

$$\int a x^n dx = \frac{a}{n+1} x^{n+1} + C$$



Windi Rezeki Indah

Modul Matematika Integral Tak Tentu

Berbasis Contextual Teaching Learning Untuk
Kelas XI SMA/MA

**PENGEMBANGAN MODUL PEMBELAJARAN
MATEMATIKA BERBASIS *CONTEXTUAL TEACHING
LEARNING* UNTUK MENINGKATKAN HASIL BELAJAR
SISWA PADA MATERI POKOK INTEGRAL KELAS XI
DI PERGURUAN ISLAM CERDAS MURNI
TEMBUNG TAHUN AJARAN 2021-2022**



**JURUSAN PENDIDIKAN MATEMATIKA
FAKULTAS ILMU TARBIYAH DAN KEGURUAN
UNIVERSITAS ISLAM NEGERI
SUMATERA UTARA
2021**

Penulis : Windi Rezeki Indah

Pembimbing : Dr. Riri Syafitri Lubis, S.Pd, M.Si

Tanti Jumaisaroh Siregar, M.Pd

Tahun : 202



KATA PENGANTAR

Puji syukur Kehadirat Allah SWT atas limpahan rahmat dan taufik-nya, penulis dapat menyelesaikan modul yang berjudul **“Pengembangan Modul Pembelajaran Matematika Berbasis *Contextual Teaching Learning* Untuk Meningkatkan Hasil Belajar Siswa Pada Materi Integral Untuk Kelas XI”** Modul matematika menyajikan materi integral siswa diharapkan mampu menyelesaikan permasalahan autentik dengan tujuan meningkatkan hasil belajar siswa.

Modul ini disusun dengan harapan dapat memberikan penjelasan materi integral sehingga dapat dipahami dengan mudah oleh peserta didik. Pada setiap kegiatan belajar dilengkapi dengan motivasi yang berkaitan dengan sikap spiritual dan sosial yang diharapkan dapat berpengaruh terhadap sikap sehari-hari peserta didik. Penyusun menyadari sepenuhnya modul ini masih jauh dari kata sempurna. Oleh karena itu, kritik dan saran yang ada relevansinya dengan penyempurnaan modul ini senantiasa penulis harapkan. Semoga modul ini mampu memberikan manfaat dan mampu memberikan nilai tambah kepada para pemakainya.



DAFTAR ISI

KATA PENGANTAR.....	i
DAFTAR ISI.....	ii
PENDAHULUAN.....	1
SEJARAH INTEGRAL.....	4
KEGIATAN PEMBELAJARAN 1.....	5
PENUGASAN.....	15
KEGIATAN PEMBELAJARAN 2.....	16
PENUGASAN.....	24
RANGKUMAN.....	27
GLOSARIUM.....	28



PENDAHULUAN

A. Kompetensi Inti

Kompetensi inti merupakan standard kompetensi kelulusan dalam bentuk kualitas yang harus dimiliki untuk menyelesaikan pendidikan pada satuan pendidikan tertentu atau jenjang pendidikan tertentu gambaran mengenai kompetensi utama yang dikelompokkan kedalam aspek sikap, pengetahuan dan ketrampilan (afektif, kognitif dan psikomotorik) harus dipelajari peserta didik untuk suatu jenjang sekolah, kelas dan mata pelajaran pencapaian hard skill dan soft skills. Kompetensi inti sebagai berikut:

- KI 1: Menghargai dan menghayati ajaran agama yang dianutnya.
- KI 2: Menunjukkan Perilaku jujur, disiplin, tanggung jawab, peduli (Toleran), gotong royong, santun, percaya diri dalam berinteraksi secara efektif dengan lingkungan sosial dan alam dalam jangkauan pergaulan dan keberadaannya
- KI 3: Memahami dan menerapkan pengetahuan (faktual, konseptual, dan procedural) berdasarkan rasa ingin tabu tentang ilmu pengetahuan, teknologi, seni, budaya terkait fenomena dan kejadian tampak mata.
- KI 4: Mencoba, mengolah dan menyaji dalam ranah konkret (menggunakan, mengurai, merangkai, memodifikasi, dan membuat) dan ranah abstrak (menulis, membaca, menghitung dan membuat) dan ranah abstrak (menulis, membaca, menghitung, menggambar dan mengarang) sesuai dengan yang dipelajari disekolah dan sumber lain yang sama dalam sudut pandang/teori.

B. Kompetensi Dasar

Kompetensi dasar merupakan kompetensi setiap mata pelajaran untuk setiap kelas yang diturunkan dari kompetensi inti. Kompetensi dasar yang terdiri atas sikap, pengetahuan dan ketrampilan yang bersumber pada kompetensi inti yang harus dikuasai peserta didik.

Kompetensi tersebut dikembangkan dengan memperhatikan karakteristik peserta didik, kemampuan awal, serta ciri-ciri dari suatu mata pelajaran.

3.10 Mendeskripsikan integral tak tentu (anti turunan) fungsi aljabar dan mengalisis sifat-sifatnya berdasarkan sifat-sifat turunan fungsi

4.10 Menyelesaikan masalah yang berkaitan dengan integral tak tentu (anti turunan) fungsi aljabar

C. Peta Konsep



D. Materi Pelajaran

Adapun materi pelajaran terbagi atas 2 kegiatan pembelajaran yang didalamnya terdapat materi, contoh soal dan soal evaluasi:

Kegiatan Pembelajaran 1: Integral Tak Tentu Fungsi Aljabar

Kegiatan Pembelajaran 2: Masalah Autentik Terkait Integral

E. Cara Belajar

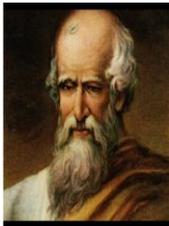
Adapun cara belajar agar mempermudah siswa untuk memahami modul ini adalah sebagai berikut:

1. Sebelum memulai pembelajaran menggunakan modul, mari berdoa kepada tuhan yang maha esa agar diberikan kemudahan dalam memahami materi dan dapat mengamalkannya dalam kehidupan sehari-hari
2. Pelajari peta konsep dengan cermat dan teliti akan tampak kedudukan modul yang dipelajari.
3. Perhatikan langkah-langkah dalam pembelajaran yang akan diterapkan untuk mempermudah dan memahami suatu materi dalam proses pembelajaran.
4. Pahami setiap materi teori dasar yang akan menunjang penguasaan suatu pekerjaan dengan membaca secara teliti
5. Isilah Lembar kegiatan pembelajaran yang ada.



SEJARAH INTEGRAL

Sekilas Info



Archimedes

Issac Newton

Gottfried Leibniz

George F.B Riemann

Orang pertama yang menemukan integral adalah Archimedes seorang ilmuwan bangsa Yunani yang berasal dari Syracuse (287-212 SM) yang menggunakan ide integral mencari luas daerah suatu lingkaran, luas daerah yang dibatasi oleh parabola, tali busur dan sebagainya. Prinsip-prinsip dan teknik integrasi dikembangkan oleh Isaac Newton dan Gottfried Leibniz pada akhir abad ke-17. Gottfried Leibniz seorang ilmuwan kebangsaan Jerman mendemonstrasikan kalkulus integral untuk menghitung luas daerah dibawah fungsi $y = x$ yang memperkenalkan beberapa notasi kalkulus yang tetap digunakan sampai saat ini. Menurut sejarah pengembangan kalkulus juga dipelajari George Friedrich Bernhard Riemann (1826-1866)



KEGIATAN PEMBELAJARAN 1

INTEGRAL TAK TENTU FUNGSI ALJABAR

A. Tujuan Pembelajaran

Kegiatan pembelajaran 1 diharapkan dapat menentukan integral tak tentu fungsi aljabar

1. Peserta didik mampu menemukan konsep integral tak tentu sebagai kebalikan dari turunan fungsi
2. Peserta didik mampu memahami notasi integral
3. Peserta didik mampu menemukan rumus dasar dan sifat dasar integral tak tentu
4. Peserta didik mampu menyelesaikan soal integral tak tentu dengan cara substitusi

B. Uraian Materi

Masih ingatkah kalian dengan materi turunan? Turunan adalah suatu dasar pondasi mengalisis konsep yang memecahkan menyelesaikan permasalahan dalam kehidupan sehari-hari. Materi prasyarat akan sangat membantu memahami materi integral. Dalam mempelajari kegiatan pembelajaran ini kamu harus benar-benar tekun, teliti dan bersungguh-sungguh dalam mengikuti tahap demi tahap pembelajaran sehingga materi ini dapat kamu kuasai dengan baik. Kalian juga harus selalu berdoa kepada allah agar diberi kemudahan dalam belajar materi integral berikut ini.

Materi
Prasyarat
Differensial

$$f(x) = C \Rightarrow f'(x) = 0$$

$$f(x) = ax^n \Rightarrow f'(x) = nax^{n-1}$$

$$f(x) = (g(x))^n \Rightarrow f'(x) = ng'(x)(g(x))^{n-1}$$

$$f(x) = \sin ax \Rightarrow f'(x) = a \cos ax$$

$$f(x) = \cos ax \Rightarrow f'(x) = -a \sin ax$$

Apa manfaat dari materi yang saya pelajari? Pertanyaan ini terkadang terlintas

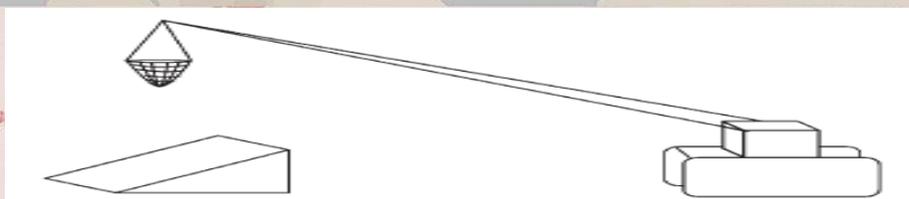
dalam pikiran kita. Sebagai induk dari segala ilmu, matematika memberikan manfaat yang sangat besar pada kemajuan dari segala ilmu pengetahuan lain di setiap aspek manusia. Integral adalah sebuah konsep yang berkesinambungan dalam matematika dengan operasi utamanya adalah kalkulus. Integral tak tentu adalah anti turunan atau anti derivatif dengan proses pengintegralan sebuah fungsi yang belum memiliki nilai pasti sehingga cara pengintegralan menghasilkan fungsi tak tentu. Integral merupakan ilmu matematika yang sangat penting dalam kehidupan.

Konsep integral adalah kebalikan dari turunan “anti turunan” yang membantu menemukan teknik yang sistematis dalam menentukan suatu fungsi jika turunannya diketahui.



Gambar 1 Bongkar Muat Barang di Pelabuhan

Perhatikan gambar diatas? Apa yang kalian pikirkan pada gambar tersebut? Kegiatan diatas adalah membongkar muatan kapal dan memuat kembali pada kendaraan angkutan yang terjadi dipelabuhan menggunakan mesin pengangkat/pemindah barang yang diangkat menggunakan jaring diturunkan ke dermaga.



Gambar 2 Sketsa Sederhana barang yang diturunkan kebidang miring

Jadi, Jaring tersebut membentuk sebuah kurva dengan konsep transformasi

(translasi) terjadi perubahan nilai konstanta fungsi tersebut yang menyinggung bidang miring atau garis. Sekarang, misalkan jaring (barang) diturunkan adalah sebuah fungsi, bidang miring sebuah garis, ketinggian sumbu y dan permukaan dermaga adalah sumbu x maka gambar di sketsa ulang dengan sederhana pada bidang koordinat kartesius.

Bertanya
(questioning)

Tahukah kalian bahwa sebuah fungsi $f(x)$ ditulis dengan $f'(x)$ jadi dari sebuah fungsi $f(x)$ adalah turunan dari sebuah fungsi $f(x)$ lalu bagaimana menentukan fungsi $F(x)$?

1. Integral Sebagai Anti Turunan

Setiap hari tentu saja kita beraktivitas misalnya naik turun, maju mundur, meghirupkan nafas serta menghembuskannya kembali. Dalam matematika berkebalikan atau saling invers dari operasi matematika dimana terdapat pejumlahan dan pengurangan, perkalian dan pembagian, pemaangkatan dan penarikan akar. Dalam mempelajari turunan dari sebuah fungsi digunakan operasi kebalikan atau invers dari turunan. Untuk memahami integral sebagai fungsi yang mempunyai konstanta belum dapat ditentukan nilainya.

Jika $y = F(x)$ maka $\frac{dy}{dx} = F'(x)$

$$\frac{dy}{dx} = f(x)$$

$$dy = f(x)dx$$

$$\int dy = \int f(x)dx$$

$$y = \int f(x)dx$$

$\frac{dF(x)}{dx} = f(x)$ maka $\int f(x)dx = F(x) + C$ untuk setiap bilangan real C

Ingat Ya!

Proses menemukan y dari $\frac{dy}{dx}$ merupakan kebalikan dari sebuah proses turunan dan dinamakan anti turunan

Anti turunan dari sebuah fungsi $f(x)$ ditulis menggunakan notasi “ \int ” (dibaca

Integral). Secara Notasi matematika dituliskan $m = \frac{dy}{dx} = f(x)$ sehingga $y = f(x)$ disebut anti turunan dari m . Dengan demikian anti turunan dari m adalah $y = f(x) + c$. Berarti nilai konstanta c dapat berubah-ubah. Jadi, integral adalah anti turunan dari sebuah fungsi $\int f(x)dx = F(x) + C$

Jika $F'(x) = f(x)$ maka $F(x)$ adalah anti turunan derivatif dari $f(x)$

1. Tentukan Turunan fungsi $F(x) = \frac{1}{5}x^5$

Penyelesaian

$$F'(x) = f(x) = y' = \frac{d}{dx} \left[\frac{1}{5}x^5 \right] = x^4$$

Kegiatan Siswa

1. Berdasarkan konsep turunan fungsi diturunkan menghasilkan fungsi yang sama. Jika digunakan konsep anti turunan pada fungsi tersebut, bagaimana fungsinya? Apakah dapat kembali ke fungsi asal? Amatilah fungsi-fungsi tersebut dan nilai konstanta?

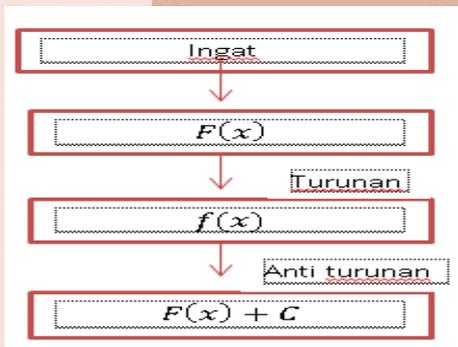
a. $F(x) = \frac{1}{6}x^4$

b. $F(x) = \frac{1}{6}x^4 + 6$

c. $F(x) = \frac{1}{6}x^4 + \frac{1}{6}$

Menemukan (*inquiry*)

Jika kalian melakukan pengamatan tersebut dengan benar seluruh fungsi $F(x)$ mempunyai konstanta yang berbeda maka hasil nilai fungsi $f(x) =$ sama. Jika $F(x)$ adalah fungsi yang dapat diturunkan yaitu $f(x)$ maka $F(x) + c$ dengan c sebarang konstanta



Info Penting

Secara induktif dapat diambil kesimpulan bahwa jika $F(x)$ adalah fungsi yang dapat diturunkan, yaitu $f(x)$ maka anti turunan dari $f(x)$ adalah $F(x) + c$ dengan c adalah sembarang konstanta

A. Rumus-Rumus Dasar Integral

Integral disebut anti turunan, jika fungsi F merupakan fungsi anti turunan dari fungsi f maka integral tak tentu dari fungsi f adalah

$$\int f(x)dx = F(x) + C \text{ dengan } F'(x) = f(x)$$

Keterangan : $\int f(x)dx =$ unsur integrasi dibaca “ integral $f(x)$ terhadap x ”

- $f(x)$ = fungsi yang ditentukan integralnya
- C = konstanta integral
- $F(x)$ = fungsi anti turunan

Keterangan : $\int f(x)dx =$ unsur integrasi dibaca “ integral $f(x)$ terhadap x ”
 Misalkan k bilangan real, Aturan Dasar Integral $f(x)$ dan $g(x)$ merupakan fungsi dapat ditentukan integralnya. Rumus-rumus dasar integral tak tentu adalah sebagai berikut.

- 1) $\int dx = x + C$
- 2) $\int kf(x) dx = k \int f(x)dx$ dengan k adalah konstanta
- 3) $\int (f(x) \pm g(x)) dx = \int f(x)dx \pm \int g(x) dx$
- 4) $\int x^n dx = \frac{x^{n+1}}{n+1} + C$ dengan $n \neq -1$
- 5) $\int kx^n dx = \frac{kx^{n+1}}{n+1} + C$ dengan $n \neq -1$



Contoh

$$\begin{aligned} 1. \quad y &= \int 3dx \\ &= 3 \int dx \\ &= 3x + C \end{aligned}$$

$$\begin{aligned} 2. \quad y &= \int 4x \, dx \\ &= \frac{4}{1+1} x^{1+1} + C \\ &= 2x^2 + C \end{aligned}$$

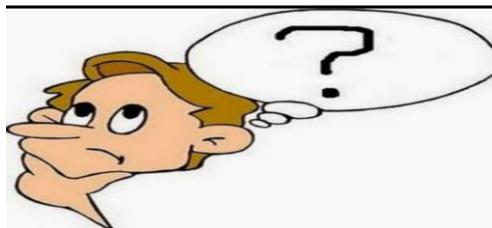
$$\begin{aligned} 3. \quad y &= \int \frac{1}{\sqrt{x}} dx \\ &= \int x^{-\frac{1}{2}} dx \\ &= \frac{1}{-\frac{1}{2}+1} x^{-\frac{1}{2}+1} + C \\ &= \frac{1}{\frac{1}{2}} x^{\frac{1}{2}} + C \\ &= 2x^{\frac{1}{2}} + C \\ &= 2\sqrt{x} + C \\ &= 2\sqrt{x} + C \end{aligned}$$

$$\begin{aligned} 4. \quad y &= \int (6x^2 - 4x + 5) dx \\ &= \frac{6}{3} x^3 - \frac{4}{2} x^2 + 5x + C \\ &= 2x^3 - 2x^2 + 5x + C \end{aligned}$$

$$\begin{aligned} 5. \quad y &= \int \sqrt{x^3} dx = \int x^{\frac{3}{2}} dx \\ &= \frac{1}{\frac{3}{2}+1} x^{\frac{3}{2}+1} + C \\ &= \frac{1}{\frac{5}{2}} x^{\frac{5}{2}} + C \\ &= \frac{2}{5} x^2 \sqrt{x} + C \end{aligned}$$

Misalkan $f_1(x), f_2(x), \dots, f_n(x)$ adalah fungsi yang dapat diintegrasikan. Integral tak tentu hasil penjumlahan dua fungsi atau lebih, sama dengan integral tak tentu dari masing-masing fungsi, yaitu

$$\int (f_1(x) + f_2(x) + \dots + f_n(x)) dx = \int f_1(x) dx + \int f_2(x) dx + \dots + \int f_n(x) dx$$



Carilah nilai $f(x)$ jika $f'(x) = x^3 - 4x^2 + 3$ dan $f(0) = 1$

Penyelesaian:

$$f'(x) = x^3 - 4x^2 + 3 \text{ maka}$$

$$f'(x) = \int x^3 - 4x^2 + 3 dx$$

$$f(x) = \frac{1}{4}x^4 - \frac{4}{3}x^3 + 3x + C \text{ dan } f(0) = 1$$

$$f(0) = 1 = 0 - 0 + 0 + C = 1 \text{ sehingga } C = 1$$

$$\text{Jadi nilai } f(x) \text{ adalah } f(x) = \frac{1}{4}x^4 - \frac{4}{3}x^3 + 3x + 1$$



Contoh

Jika fungsi $F(x) = \int 3x^3 + 2x^2 - x + 1 dx$ melalui titik $A\left(1, \frac{11}{12}\right)$ maka tentukanlah nilai $F(x)$!

Alternatif Penyelesaian

$$F(x) = \int 3x^3 + 2x^2 - x + 1 dx$$

$$F(x) = \frac{3}{4}x^4 + \frac{2}{3}x^3 - \frac{1}{2}x^2 + x + c$$

Jika fungsi melalui titik $A\left(1, \frac{11}{12}\right)$ artinya $F(1) = \frac{11}{12}$ sehingga diperoleh:

$$F(1) = \frac{3}{4}1^4 + \frac{2}{3}1^3 - \frac{1}{2}1^2 + 1 + c = \frac{11}{12}$$

$$= \frac{13}{12} + c = \frac{11}{12}$$

$$c = \frac{11}{12} - \frac{13}{12}$$

$$c = -\frac{2}{12} \text{ atau } c = -\frac{1}{6}$$

Jadi fungsi tersebut adalah $F(x) = \frac{3}{4}x^4 + \frac{2}{3}x^3 - \frac{1}{2}x^2 + x - \frac{1}{6}$

B. Menentukan Integral Tak Tentu Dengan Metode Substitusi

Metode Substitusi merupakan penyelesaian integral dengan mengubah bentuk fungsi menjadi lebih sederhana dalam bentuk variabel tertentu yang saling berhubungan dengan cara pemisalan. Metode ini memiliki cara penyelesaian menggunakan pemisalan sebagai pengganti sementara sebagian atau seluruh fungsi yang diinginkan.

Langkah-langkah menentukan integral tak tentu dengan metode substitusi adalah sebagai berikut:

1. Misalkan salah satu fungsi sebagai u
2. Turunkan fungsi u terhadap x yaitu $\frac{du}{dx}$ sehingga ditemukan dx
3. Substitusikan fungsi pemisalan ke bentuk integral awal
4. Setelah diintegrasikan kembalikan fungsi pemisalan ke bentuk awalnya

Jika $F(x) = f(g(x))$ maka $f'(x) = f'(g(x)) \cdot g'(x)$

$$\int f'(g(x)) \cdot g'(x) dx = f(g(x)) + C$$

Misalkan $u = g(x)$ maka $\frac{du}{dx} = g'(x)$ substitusi

$$u = g(x)$$

$$\int f'(g(x)) \cdot g'(x) dx = \int f'(u) \cdot du$$

Pengintegralan metode substitusi dengan cara penyelesaian menggunakan pemisalan sebagai pengganti sementara sebagian atau seluruh fungsi yang diintegrasikan

Bentuk Umum

$$\int f(u) \left(\frac{du}{dx}\right) du = \int f(u) du$$

$$\int (ax + b)^n dx$$

$$u = ax + b$$

$$du = a dx$$

$$dx = \frac{1}{a} du$$

$$\int (ax + b)^n dx = \int (u)^n \frac{1}{a} du$$

$$= \frac{1}{a} \int u^n du$$

$$= \frac{1}{a} \frac{1}{(n+1)} u^{n+1} + C$$

$$= \frac{1}{a(n+1)} (ax + b)^{n+1} + C$$



Contoh

Carilah $\int \frac{2x-3}{\sqrt{x^2-3x+1}} dx$

Langkah 1 Misalkan salah satu fungsi sebagai u sehingga $u = x^2 - 3x + 1$

Langkah 2 Turunkan fungsi u terhadap x maka $\frac{du}{dx} = 2x - 3$ sehingga $dx = \frac{du}{(2x-3)}$

Langkah 3 Substitusikan fungsi pemisalan ke bentuk integral awal

$$\int \frac{2x-3}{\sqrt{x^2-3x+1}} dx = \int \frac{2x-3}{\sqrt{u}} \frac{du}{2x-3}$$

$$= \int \frac{du}{\sqrt{u}}$$

$$= \int u^{-\frac{1}{2}} du$$

$$= \frac{1}{\frac{1}{2}} u^{\frac{1}{2}} + C$$

$$\int \frac{2x-3}{\sqrt{x^2-3x+1}} dx = 2u^{\frac{1}{2}} + C$$

$$= 2\sqrt{u} + C$$

Langkah 4

Kembalikan pemisalan ke bentuk awalnya

$$\int \frac{2x-3}{\sqrt{x^2-3x+1}} dx = 2\sqrt{x^2-3x+1} + C$$



Contoh

1. Jika $y = 3x^4 + 2x^3$ Tentukan $\frac{dy}{dx}$ dan $\int 4x^3 + 2x^2$

Alternatif Penyelesaian

Jika $y = 3x^4 + 2x^3$ maka diperoleh $\frac{dy}{dx} = \frac{d(3x^4 + 2x^3)}{dx} = 12x^3 + 6x^2$

$$\int 12x^3 + 6x^2 dx = 3x^4 + 2x^3 + c$$

$$\int 3(4x^3 + 2x^2) dx = 3x^4 + 2x^3 + c$$

$$\int (4x^3 + 2x^2) dx = x^4 + \frac{2}{3}x^3 +$$

$$\text{Jadi } \int (4x^3 + 2x^2) dx = x^4 + \frac{2}{3}x^3 + c$$

2. Tentukanlah hasil substitusi $\int (x^2 + 2x + 3)^6 (2x + 2) dx$

Penyelesaian

Misalkan $u = x^2 + 2x + 3$, maka $\frac{du}{dx} = 2x + 2$ atau $du = (2x + 2) dx$

$$\int (x^2 + 2x + 3)^6 = u^6 \quad (2x + 2) dx = du$$

$$\int (x^2 + 2x + 3)^6 (2x + 2) dx = \int u^6 du$$

$$= \frac{1}{7} u^7 + C$$

$$= \frac{1}{7} (x^2 + 2x + 3)^7 + C$$

$$\text{Jadi, } \int (x^2 + 2x + 3)^6 (2x + 2) dx = \frac{1}{7} (x^2 + 2x + 3)^7 + C$$



PENUGASAN

Pada KEGIATAN PEMBELAJARAN 1 “INTEGRAL TAK TENTU FUNGSI ALJABAR” meliputi

Kajian Materi Pelajaran

1. Integral sebagai anti turunan
2. Rumus-rumus dasar integral
3. Metode substitusi

Alat Dan Bahan Yang Digunakan:

1. Alat Tulis serta penggaris
2. Kertas grafik (buku kotak kecil)

Langkah-Langkah Kegiatan:

1. Kegiatan ini dilakukan untuk mengetahui bagaimana menyelesaikan soal integral tak tentu fungsi aljabar pelajari dan kaji permasalahan soal berikut ini

Masalah

Menyelesaikan soal integral tak tentu dengan cara substitusi

$$\int (x + 1)(x^2 + 2x + 1)^4 dx =$$

Alternatif Penyelesaian Misalkan

$$u = x^2 + 2x + 1 dx$$

$$du = (2x + 2) dx$$

$$du = 2(x + 1) dx$$

$$dx = \frac{1}{2(x + 1)} du$$

$$\int (x + 1)(x^2 + 2x + 1)^4 dx = \int (u)^n \frac{1}{a} du$$

$$\begin{aligned}
&= f(\dots + \dots) u^4 \frac{1}{2(x+1)} du \\
&= \frac{1}{2} \int (x+1)^4 \frac{1}{(\dots + \dots)} du \\
&= \frac{1}{2} \int u^{\dots} du \\
&= \frac{1}{2} \frac{1}{(\dots + \dots)} u^{4+1} + C \\
&= \frac{1}{10} u^{\dots} + C \\
&= \frac{1}{10} (x^2 + 2x + 1)^{\dots} + C
\end{aligned}$$

- A. Tentukan Turunan fungsi $f(x) = (3x - 2x^2)^4$
- B. Carilah $\frac{dy}{dx}$ Jika $y = 4x^8 + 2x^3$ dan $\int 16x^7 + 2x^2$
- C. Hitunglah penyelesaian soal Integral
1. $\int (2x^2 + 3) dx$



KEGIATAN PEMBELAJARAN 2

MASALAH AUTENTIK TERKAIT INTEGRAL

A. Tujuan Pembelajaran

Kegiatan pembelajaran 2 diharapkan dapat menyelesaikan penerapan integral tak tentu fungsi aljabar

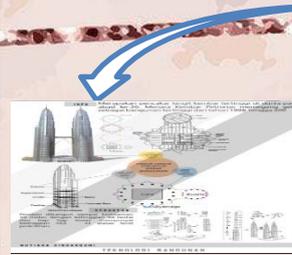
1. Peserta didik mampu menggunakan konsep integral tak tentu sebagai kebalikan dari turunan fungsi dalam menyelesaikan masalah
2. Peserta didik mampu menggunakan notasi integral
3. Peserta didik menggunakan rumus dasar dan sifat dasar integral tak tentu dalam
4. Peserta didik mampu memahami penyelesaian soal kecepatan dan percepatan dalam menyelesaikan masalah

B. Uraian Materi

Integral tak tentu adalah anti turunan atau anti derivative bentuk operasi pengintegralan suatu fungsi yang menghasilkan suatu fungsi baru. Integral diaplikasikan kedalam banyak hal dari yang sederhana hingga aplikasi perhitungan yang kompleks.

Aplikasi ilmu integral berperan dalam kehidupan mencakup segala bidang seperti matematika geometri, teknologi, biologi fisika, kimia dan ekonomi serta dapat menyelesaikan permasalahan biaya kegiatan ekonomi. Penerapan integral tak tentu diantaranya dalam bidang matematika menentukan luas bidang, volume benda putar serta menentukan panjang busur dan sebagainya.

Perhatikan gambar berikut ini



Pelaksanaan pengamatan perhitungan kekuatan menara

Gedung Petronas Kuala Lumpur

Gambar diatas adalah contoh penerapan ilmu integral dalam kehidupan, keren bukan?

1. Masalah Autentik Terkait Integral Tak Tentu

A. Menentukan Persamaan Kurva Dari Fungsi Turunan

Dalam materi ini membahas gradien dan persamaan garis singgung kurva pada suatu titik jika $y = f(x)$ maka gradien garis singgung kurva di sembarang titik pada kurva itu adalah

$$m_{gs} = y' = \frac{dy}{dx} = f'(x)$$

Info Penting

Gradien garis singgung kurva $\frac{dy}{dx}$

Oleh karena itu jika diketahui gradien garis singgung kurva maka kurvanya

$$y = f(x) = \int f'(x)dx = F(x) + C$$



Contoh

Suatu kurva mempunyai titik stasioner (2,3) dan diketahui garis singgung kurva adalah $2x - k$, k suatu konstanta. Tentukan

- Nilai k
- Persamaan kurva

Penyelesaian

a) $\frac{dy}{dx} = 2x - k$

Titik stasioner adalah titik dimana $\frac{dy}{dx} = 0$ diketahui titik stasioner kurva (2,3)

$$\frac{dy}{dx} = 0 \Rightarrow 2x - k = 0$$

$$2.2 - k = 0$$

$$k = 4$$

b) Karena $k = 4$ maka $\frac{dy}{dx} = 2x - 4$

$$y = \int (2x - 4)dx = x^2 - 4x + C$$

Kurva melalui titik (2,3)

$$3 = 2^2 - 4.2 + C$$

$C = 7$ Jadi Jadi persamaan kurva adalah $y = x^2 - 4x + 7$

Bahas Contoh Lain Yuk

Sebuah garis $y = f(x)$ melalui titik A (4,2). Jika persamaan gradien di titik A adalah $\frac{dy}{dx} = 4$, tentukan persamaan garis tersebut dan gambarkanlah grafik titik-titik garis persamaannya

Penyelesaian

✓ Langkah 1

Diketahui = garis $y = f(x)$ melalui titik A(4,2)

Persamaan gradien dititik A yaitu $\frac{dy}{dx} = 4$

Ditanya = Persamaan garis $y = f(x)$ dan menggambar kurvanya

✓ Langkah 2

$$\frac{dy}{dx} = 4 \rightarrow dy = 4 dx$$

$$\int dy = \int 4 dx$$

$$y = 4x + C \text{ melalui}$$

$$\text{titik A(4,2)}$$

$$y = 4x + C$$

$$2 = 4(4) + C$$

$$2 = 16 + C$$

$$-14 + C$$

$$C = -14$$

Jadi persamaan garis tersebut adalah $y = 4x - 14$

✓ Langkah 3

Untuk menggambar persamaan garis $y = 4x - 14$ maka terlebih dahulu mencari titik x dan y

$$\text{Jika } x = 0, y = 4x - 14$$

$$y = 4(0) - 14$$

$$y = -14$$

$$\text{Jika } x = 2, y = 4x - 14$$

$$y = 4(2) - 14$$

$$y = -6$$

$$\text{Jika } x = 1, y = 4x - 14$$

$$y = 4(1) - 14$$

$$y = -10$$

$$\text{Jika } x = 3, y = 4x - 14$$

$$y = 4(3) - 14$$

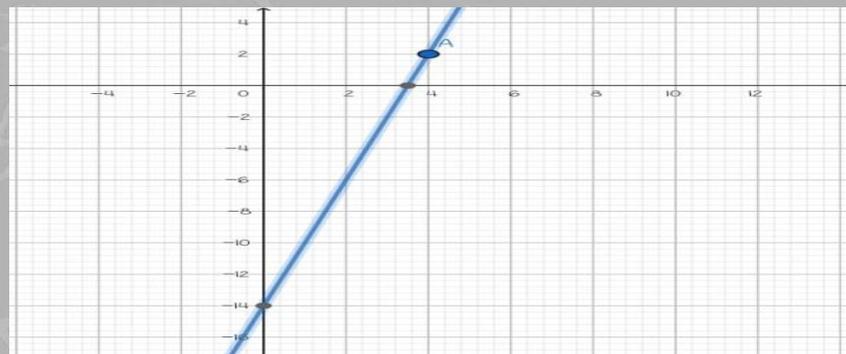
$$y = -2$$

$$\text{Jika } x = 4, y = 4x - 14$$

$$y = 4(4) - 14$$

$$y = 2$$

Jadi gambar grafiknya adalah



B. Kecepatan Dan Percepatan

Bertanya
(questioning)

Tahukah kalian bahwa fisika sangat berperan dalam konsep turunan contohnya permasalahan kecepatan dan percepatan? Maka dapatkah kalian menemukan konsep turunan dan integral dalam permasalahan kecepatan dan percepatan?

Konsep anti turunan atau integral banyak berperan dalam menyelesaikan permasalahan dalam bidang fisika. Pada fisika juga diperankan oleh konsep turunan, contohnya adalah permasalahan kecepatan dan percepatan.

Dengan

Pergerakan sebuah objek yang semakin menjauhi ataupun semakin mendekati berarti ada terjadi perubahan pergerakan pada lintasan, sehingga kecepatan adalah laju perubahan dari lintasan terhadap perubahan waktu secara sederhana kecepatan adalah turunan dari jarak terhadap waktu, yaitu:

$$v(t) = \frac{ds(t)}{dt} \text{ atau } v(t) = s'(t)$$

$$\text{sehingga } s(t) = \int v(t)dt$$

Ingat Ya

v merupakan persamaan kecepatan dalam t

**Konstruktivisme
(Konstruktivism)**

Bagaimana dengan pengertian tersebut, bisakah kamu menyebutkan apa saja kegiatan yang berhubungan dengan kecepatan?

Nah kontekstual dapat dilihat dari kondisi fisik misalnya permainan atau kegiatan disekolahmu

Pemodelan (*modeling*)

Saat istirahat siswa laki-laki bermain sepak bola terdapat sebuah bola yang bergerak dengan kecepatan $v = 6t^2 - 2t$ m/detik. Jika pada saat $t = 3$ detik panjang $s = 9$ meter, tentukan rumus jarak bola pada saat t detik

Penyelesaian

$$\text{Diketahui: } v = 6t^2 - 2t$$

$$t = 3 \text{ dan } s = 9$$

$$s = \int v dt \quad s = \int (6t^2 - 2t)dt$$

$s(t) = 2t^3 - t^2 + c$ jika diketahui $t = 3$ dan $s = 9$ sehingga persamaan untuk mendapatkan nilai c adalah $9 = 2 \cdot 3^3 - 3^2 + c$

Menemukan (Inquiry)

Berdasarkan pemodelan diatas secara sederhana perubahan suatu benda dapat dihitung melalui turunan pertama dari jarak terhadap waktu.

Bentuklah 5 kelompok menjadi setiap kelompok terdiri dari 7 orang

Masyarakat Belajar (*Learning Community*)

1. Kecepatan suatu benda adalah $v(t) = 6t^2 - 6t$ dan posisi benda pada jarak 7 untuk $t = 0$. Tentukan rumus fungsi jarak $s(t)$

Alternatif Penyelesaian

✓ **Langkah 1**

Dik: $v(t) = 6t^2 - 6t$

$s(t) = 7$

$t = 0$

✓ **Langkah 2**

Dit : Persamaan fungsi Jarak $s(t)$

Dengan $v \frac{ds}{dt} =: v(t) = s'(t) = 6t^2 - 6t$

Maka $s'(t) = \int(6t^2 - 6t)dt$

✓ **Langkah 3**

langkah sistematis menggunakan rumus integral

$$\int ax^n dx = \frac{1}{n+1} x^{n+1} + C$$

Maka $s(t) = \int(6t^2 - 6t)dt$

$$= (\int 6t^2 - \int 6t)dt$$

$$= \frac{\dots}{\dots+1} t^{\dots+1} - \frac{\dots}{\dots+1} t^{\dots+1} + C$$

$$= \frac{\dots}{\dots} t^3 - \frac{\dots}{\dots} t^2 + C$$

$$= 2t^3 - 3t^2 + C$$

✓ **Langkah 4**

Untuk $s(t) = 7$ dan $t = 0$ maka

$$s(t) = \dots t^3 - \dots t^2 + C$$

$$\dots = \dots (\dots) - \dots (\dots) + C$$

$$\dots = 0 - 0 + C$$

$$C = \dots$$

Jadi persamaan fungsi jarak s pada waktu t suatu benda $s(t) = 2t^3 - 3t^2 + \dots$

Jadi persamaan jarak bisa dihitung dengan mengintegalkan persamaan kecepatan. Pergerakan dipercepat atau diperlambat berhubungan dengan kecepatan objek tersebut yaitu terjadi perubahan kecepatan kendaraan. Percepatan adalah laju perubahan kecepatan terhadap perubahan waktu, yaitu:

$$a(t) = \frac{dv(t)}{dt} \text{ atau } a(t) = v'(t) = s''(t)$$

sehingga $v(t) = \int a(t) dt$

Ingat Ya

a merupakan persamaan percepatan dalam t

Jika diketahui percepatan sebuah benda yang bergerak pada koordinat adalah $a(t) = -2t^2 + 3t + 1$. Tentukanlah fungsi posisi benda tersebut

$a(t)$ = Fungsi Percepatan

$v(t)$ = Fungsi Kecepatan

$s(t)$ = Fungsi Lintasan

Pahami kembali penjelasan diatas ya...

Gunakan konsep diatas maka:

$$v(t) = \int a(t) dt$$

$$v(t) = \int -2t^2 + 3t + 1$$

$$v(t) = -\frac{2}{3}t^3 + \frac{3}{2}t^2 + t + C \text{ setelah didapat fungsi percepatan}$$

$$s(t) = \int v(t)dt \text{ atau } s(t) = \int -\frac{2}{3}t^3 + \frac{3}{2}t^2 + t + C dt$$

$$s(t) = \int -\frac{2}{3}t^3 + \frac{3}{2}t^2 + \frac{1}{2}t^2 + ct + d$$

$$s(t) = -\frac{1}{6}t^4 + \frac{1}{2}t^3 + \frac{1}{2}t^2 + ct + d$$



PENUGASAN

Pada KEGIATAN PEMBELAJARAN 2 “Masalah Autentik Terkait Integral” meliputi

Kajian Materi Pelajaran

1. Menentukan Persamaan Kurva Dari Fungsi Turunan
2. Kecepatan dan Percepatan

Alat Dan Bahan Yang Digunakan

1. Alat Tulis serta penggaris
2. Kertas grafik (buku kotak kecil)
3. Lingkungan sekitar

Langkah-Langkah Kegiatan Penilaian Otentik:

1. Kegiatan ini untuk mengetahui bagaimana menyelesaikan penerapan integral tak tentu dengan fungsi aljabar dalam kegiatan sehari-hari pelajari dan kaji permasalahan berikut ini.

Masalah

Menentukan Persamaan Kurva Dari Fungsi Turunan

Sebuah kurva $y = f(x)$ melalui titik A (4,0).jika persamaan gradien di titik A adalah $\frac{dy}{dx} = 2x - 2$, tentukan persamaan kurva tersebut dan gambarkanlah grafik kurva dari persamaannya

Alternatif Jawaban:

Umtuk mempermudah kalian mengerjakan ikuti dan isilah titik-titik berikut ingatlah pnjelasan sebelumnya

✓ Langkah 1

$$\frac{dy}{dx} = 2x - 2 \rightarrow dy = 2x - 2 dx$$

$$\int dy = \int (2x - 2) dx$$

$$\int y = \int (2x - 2) dx$$

$$= (\int 2x - \int 2) dx$$

$$= \frac{2}{1+1} x^{1+1} - 2 \dots + C$$

$$= x^2 - 2x + C$$

✓ **Langkah 2**

memasukkan nilai titik A (4,0) maka:

$$y = x^2 - 2x + C$$

$$\dots = (\dots)^2 - 2(\dots) + C$$

$$\dots = \dots - 8 + C$$

$$C = -\dots$$

Jadi persamaan Kurva tersebut adalah $y = \dots - \dots x - \dots$

✓ **Langkah 3**

Mencari titik potong di sumbu x dengan $y = 0$

$$y = \dots - \dots x - \dots$$

$\dots - \dots x - \dots = 0$ ingat kembali cara memfaktorkan

$\dots - \dots x - \dots = (x - \dots)(x + \dots)$ maka

$x = \dots$ dan $x = -\dots$ maka titik potong (2,0)

Mencari titik potong di sumbu y dengan $x = 0$

$$y = \dots - \dots x - \dots$$

$$y = (0)^2 - \dots (0) - 8$$

$y = -8$ titik potong di sumbu y adalah (0, -8)

✓ **Langkah 4**

$$\left(-\frac{b}{2a}, \frac{b^2 - 4ac}{4a} \right) = \left(-\frac{-\dots}{\dots(\dots)}, \frac{(-\dots)^2 - \dots(\dots)(-\dots)}{\dots(\dots)} \right) = (\dots, -\dots)$$

Jangan Lupa Gambar Grafiknya Ya...

2. Kegiatan menyelesaikan permasalahan integral tak tentu sehari –hari

Untuk mengetahui bagaimana menyelesaikan permasalahan integral dalam kehidupan sehari-hari dengan mempelajari dan kaji permasalahan berikut :

Masalah:

Menyelesaikan Penerapan Integral



Apa bisa
hitung
Kecepatan

Terlihat siswa yang sedang bermain sepak bola dilapangan sekolah. Sebuah bola bergerak dengan kecepatan $v(t) = 3t^2 - 2t$ m/det. Jika pada saat $t = 3$ detik panjang $s = 9$ meter. Tentukan rumus jarak pada saat t detik

Sebuah kurva $y = f(x)$ melalui titik A $(-2,2)$.jika persamaan gradien di titik A adalah $\frac{dy}{dx} = 4x + 4$, tentukan persamaan kurva tersebut dan gambarkanlah grafik kurva dari persamaannya

Sebuah benda bergerak sepanjang garis lurus dengan kecepatan benda $= 5t^2 - 2t$ m/det. Panjang lintasan yang ditempuh berjarak 7 meter pada waktu 5 detik

Refleksi (*reflection*)

Konsep pembelajaran dari aplikasi integral yaitu kecepatan adalah turunan pertama dari fungsi jarak dan percepatan adalah turunan pertama dari fungsi kecepatan



RANGKUMAN

Beberapa hal penting sebagai kesimpulan dari hasil pembahasan materi integral, disajikan sebagai berikut:

1. Integral merupakan anti turunan sehingga integral saling invers dengan turunan
2. Jika $F(x)$ adalah sebuah fungsi dengan $F'(x) = f(x)$ dapat dikatakan bahwa :
 - a. Turunan dari $F(x)$ adalah $f(x)$
 - b. Anti turunan dari $f(x)$ adalah $F(x)$

3. Jika $F(x)$ adalah sebarang anti turunan dari $f(x)$ dan c adalah sebarang konstanta, maka $F(x) + c$ juga anti turunan dari $f(x)$
4. Jika $F'(x) = f(x)$ maka $\int f(x)dx = F(x) + c$
5. Jika $y = f(x)$ maka gradien garis singgung kurva di sembarang titik pada kurva itu adalah:

$$m_{gs} = y' \frac{dy}{dx} = f'(x)$$

Maka persamaan kurvanya adalah: $y = f(x) = \int f'(x)dx = F(x) + C$

6. Kecepatan didefinisikan sebagai laju perubahan jarak terhadap waktu $v = \frac{ds}{dt}$ atau $ds = v dt$

Untuk mendapatkan rumus jarak jika diketahui rumus kecepatan adalah:

$$\int ds = \int v dt$$

$$s = \int v dt$$

7. Kecepatan didefinisikan sebagai laju perubahan terhadap waktu $a = \frac{dv}{dt}$ atau $dv = a dt$



GLOSARIUM

Integral

= Operasi invers (balikan) dari turunan

Integral Tak Tentu

= Integral yang tidak disertai dengan batasan-batasan (batas bawah atau batas atas)

Integral Substitusi

= Pengintegralan dengan cara penyelesaian menggunakan pemisalan sebagai pengganti sementara sebagian atau seluruh fungsi yang akan diintegrasikan

Gradien Garis Singgung

= Nilai turunan pertama fungsi kurva di absis titik singgungnya

Fungsi Kecepatan

= Turunan pertama fungsi jarak

Fungsi Percepatan

= Turunan Pertama Fungsi Kecepatan