

**PENERAPAN TEORI KENDALI OPTIMAL PADA MASALAH
PERSEDIAAN YANG MENGALAMI PENINGKATAN
DI PT. INDUSTRI *PLYWOOD*
TJIPTA RIMBA DJAJA**

SKRIPSI

TRAMILTA SALSABILA HARAHAP

NIM.0703173088



**PROGRAM STUDI MATEMATIKA
FAKULTAS SAINS DAN TEKNOLOGI
UNIVERSITAS ISLAM NEGERI SUMATERA UTARA
MEDAN
2021**

**PENERAPAN TEORI KENDALI OPTIMAL PADA MASALAH
PERSEDIAAN YANG MENGALAMI PENINGKATAN
DI PT. INDUSTRI *PLYWOOD*
TJIPTA RIMBA DJAJA**

SKRIPSI

*Diajukan untuk Memenuhi Syarat Mencapai Gelar Sarjana Matematika
Program Studi Matematika Fakultas Sains dan Teknologi
Universitas Islam Negeri Sumatera Utara*

TRAMILTA SALSABILA HARAHAP

NIM.0703173088



**PROGRAM STUDI MATEMATIKA
FAKULTAS SAINS DAN TEKNOLOGI
UNIVERSITAS ISLAM NEGERI SUMATERA UTARA**

MEDAN

2021



KEMENTERIAN AGAMA REPUBLIK INDONESIA
UNIVERSITAS ISLAM NEGERI SUMATERA UTARA MEDAN
FAKULTAS SAINS DAN TEKNOLOGI
Jl. Willièm Iskandar Pasar V Medan Estate 20371
Telp. (061) 6615683-6622925 Fax. 6615683

PENGESAHAN SKRIPSI

Nomor: B.218/ST/ST.V.2/PP.01.1/12/2021

Judul Skripsi : Penerapan Teori Kendali Optimal Pada Masalah Persediaan yang Mengalami Peningkatan Di PT. Industri *Plywood* Tjipta Rimba Djaja

Nama : Tramilta Salsabila Harahap

NIM : 0703173088


Program Studi : MATEMATIKA

Telah dipertahankan di hadapan Dewan Penguji Skripsi Program Studi Matematika Fakultas Sains Dan Teknologi UIN Sumatera Utara Medan dan dinyatakan **LULUS**.

Pada hari/tanggal : Selasa, 12 Oktober 2021

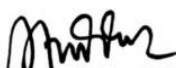
Tempat : Daring (Via Zoom)

Tim Ujian Munaqasyah,
Ketua,

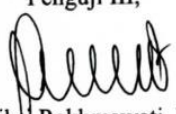

Dr. Riri Syaifuddin Lubis, M.Si
NIDN. 2013078401

Dewan Penguji,

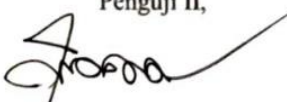
Penguji I,


Dr. Sajaratud Dur, MT
NIDN. 2013107302

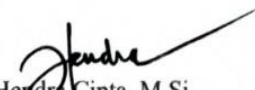
Penguji III,


Dr. Fibril Rakhmawati, M.Si
NIDN. 2011028001

Penguji II,


Dr. Ismail Husein, M.Si
NIDN. 2022049101

Penguji IV


Hendra Cipta, M.Si
NIDN. 2002078902

Mengesahkan,
Dekan Fakultas Sains dan Teknologi
UIN Sumatera Utara Medan,

Dr. Mhd. Syahnan, MA
NIP. 196609051991031002

PERSETUJUAN SKRIPSI

Hal : Surat Persetujuan Skripsi

Lamp :-

Kepada Yth.,

Dekan Fakultas Sains dan Teknologi

Universitas Islam Negeri Sumatera Utara Medan

Assalamu'alaikum Wr.Wb.

Setelah membaca, meneliti, memberikan petunjuk, dan mengoreksi serta mengadakan perbaikan, maka kami selaku pembimbing berpendapat bahwa skripsi saudara,

Nama : Tramilta Salsabila Harahap

Nomor Induk Mahasiwi : 0703173088

Program Studi : Matematika

Judul : Penerapan Teori Kendali Optimal Pada Masalah
Persediaan yang Mengalami Peningkatan Di PT.
Industri *Plywood* Tjipta Rimba Djaja.

Dapat disetujui untuk segera *dimunaqasyahkan*. Atas perhatiannya kami ucapkan terimakasih.

Medan, 22 September 2021

Komisi Pembimbing,

Pembimbing Skripsi I,



Dr. Sajaratud Dur, M.T

NIDN. 2013107302

Pembimbing Skripsi II,



Dr. Ismail Husein, M.Si

NIDN. 2022049101

Mengetahui,

Ketua Program Studi Matematika

Fakultas Sains dan Teknologi

Universitas Islam Negeri Sumatera Utara Medan



Dr. Riri Syafitri Lubis, S.Pd., M.Si

NIDN. 2013078401

SURAT PERNYATAAN KEASLIAN SKRIPSI

Saya yang bertanda tangan di bawah ini,

Nama : Tramilta Salsabila Harahap
NIM : 0703173088
Program Studi : Matematika
Judul : Penerapan Teori Kendali Optimal Pada
Masalah Persediaan yang Mengalami
Peningkatan Di PT. Industri *Plywood* Tjipta
Rimba Djaja.

Menyatakan bahwa skripsi ini adalah hasil karya saya sendiri, kecuali beberapa kutipan dan ringkasan yang masing-masing disebutkan sumbernya. Apabila di kemudian hari ditemukan plagiat dalam skripsi ini maka saya bersedia menerima sanksi pencabutan gelar akademik yang saya peroleh dan sanksi lainnya sesuai peraturan yang berlaku.

Medan, 30 September 2021



Tramilta Salsabila Harahap
NIM.0703173088

KATA PENGANTAR

بِسْمِ اللَّهِ الرَّحْمَنِ الرَّحِيمِ

Assalamu 'alaikum Warahmatullahi Wabarakaatuh

Puji syukur Alhamdulillah tercurahkan limpahan karunia Allah Subhanahu Wata'ala atas segala anugerah dan rahmat yang diberikan-Nya. Tidak lupa shalawat serta salam kepada Rasulullah Muhammad Shalallaahu Alaihi Wassalam, sehingga peneliti berhasil menyelesaikan tugas akhir atau Skripsi sebagai pemenuhan salah satu syarat dalam menyelesaikan pendidikan Strata Satu (S1) Program Studi Matematika Fakultas Sains dan Teknologi UIN Sumatera Utara Medan dengan judul “Penerapan Teori Kendali Optimal Pada Masalah Persediaan yang Mengalami Peningkatan Di PT.Industri *Plywood* Tjipta Rimba Djaja.”

Dalam penyusunan Skripsi ini, peneliti banyak menerima bantuan dan bimbingan dari berbagai pihak. Untuk itu peneliti mengucapkan terima kasih yang sebesar-besarnya, kepada yang terhormat:

1. Orang Tua tercinta yaitu Ayahanda Abdul Wahab Abdi Harahap dan Ibunda Susanti yang telah melimpahkan kasih sayang dalam membesarkan, mendidik, mendo'akan, memberi semangat, mengajarkan kesabaran, tidak mudah menyerah dan juga dukungan yang tidak pernah henti dari seluruh keluarga.
2. Bapak Prof. Dr.Syahrin Harahap, MA. selaku Rektor UIN Sumatera Utara Medan.
3. Bapak Dr. Muhammad Syahnan, MA. selaku Dekan Fakultas Sains dan Teknologi UIN Sumatera Utara Medan.
4. Ibu Dr. Riri Syafitri Lubis, S.Pd., M.Si. selaku Ketua Prodi Matematika Fakultas Sains dan Teknologi UIN Sumatera Utara Medan.
5. Ibu Rima Aprilia, M.Si. selaku Sekretaris Prodi Matematika Fakultas Sains dan Teknologi UIN Sumatera Utara Medan.

6. Bapak Hendra Cipta, M.Si. selaku dosen Penasehat Akademik yang telah memberikan bimbingannya selama menempuh pendidikan di Program Studi Matematika Fakultas Sains dan Teknologi UIN Sumatera Utara Medan.
7. Ibu Dr. Sajaratud Dur, M.T. selaku Dosen Pembimbing I yang telah membimbing serta memberi arahan untuk penyempurnaan dalam penulisan Skripsi ini.
8. Bapak Dr. Ismail Husein, M.Si. selaku Dosen Pembimbing II yang telah menyisihkan waktu untuk membimbing, memberikan arahan serta kemudahan bagi peneliti selama penyusunan Skripsi ini berlangsung hingga selesai.
9. Bapak/ Ibu Dosen dan para *staff* pengajar di UIN Sumatera Utara Medan yang telah memberikan ilmu pendidikan dan pengetahuan kepada peneliti.
10. Bapak Dedy Irawan, SH. selaku manager di PT. Industri *Plywood* Tjipta Rimba Djaja yang telah memberikan izin, dan Ibu Supri Helmi yang telah memberi bantuan dan informasi kepada peneliti selama melakukan penelitian.
11. Untuk sahabat dan teman seperjuangan Dimas Prasetya, Novi Ardila, Ladia Sabrina, Chairani, dan Putri Lestari, yang saling membantu, mengingatkan, memberikan do'a, semangat dan dukungan selama menjalani perkuliahan. Serta kepada seluruh teman-teman di Matematika-1 Stambuk 2017, KKN-28, dan kepada seluruh keluarga besar prodi Matematika.

Peneliti mengucapkan terima kasih kepada seluruh pihak atas kebaikan hatinya, semoga Allah Subhanahu Wata'ala membalas segala kebaikan dengan imbalan yang lebih baik. Akhir kata, besar harapan peneliti semoga Skripsi ini bermanfaat serta dapat menambah pengetahuan keilmuan dan sumbangsih pendapat bagi pihak yang membutuhkan. Kritik dan saran yang bersifat membangun sangat peneliti harapkan, guna perbaikan di masa mendatang.

Wassalamu'alaikum Warahmatullahi Wabarakatuh.

Medan, 7 Juni 2021



Tramilta Salsabila Harahap

NIM. 0703173088

DAFTAR ISI

	Halaman
KATA PENGANTAR.....	i
DAFTAR ISI.....	iii
DAFTAR TABEL	v
DAFTAR GAMBAR.....	vi
DAFTAR LAMPIRAN	vii
ABSTRAK	viii
ABSTRACT	ix
BAB 1 PENDAHULUAN	1
1.1 Latar Belakang.....	1
1.2 Rumusan Masalah.....	4
1.3 Batasan Masalah	5
1.4 Tujuan Penelitian	5
1.5 Manfaat Penelitian	5
BAB II TINJAUAN PUSTAKA.....	6
2.1 PT. Industri <i>Plywood</i> Tjipta Rimba Djaja	6
2.2 Definisi Permintaan	7
2.2.1 Jenis-Jenis Permintaan	8
2.2.2 Hukum Permintaan	9
2.2.3 Faktor-faktor yang Mempengaruhi Permintaan	10
2.3 Definisi Persediaan.....	11
2.3.1 Tujuan Persediaan	12
2.3.2 Jenis- Jenis Persediaan	13
2.3.3 Fungsi- Fungsi Persediaan	14
2.4 Teori Kendali Optimal	15
2.4.1 Fungsi Tujuan	16
2.4.2 Pembentukan Model Persediaan	16
2.5 Wahdatul Ulum (Kaitan Kajian Islam dengan Penelitian).....	19
2.6 Penelitian Terdahulu	22

BAB III METODOLOGI PENELITIAN	23
3.1 Waktu dan Tempat Penelitian	23
3.2 Jenis Penelitian.....	23
3.3 Jenis Data dan Sumber Data	23
3.4 Variabel Penelitian	24
3.5 Prosedur Penelitian.....	26
3.6 Kerangka Penelitian	28
BAB IV HASIL DAN PEMBAHASAN	29
4.1 Hasil Penelitian	29
4.1.1 Pengumpulan Data	29
4.1.2 Pengolahan Data	33
4.2 Pembahasan.....	33
4.2.1 Model Kendali Optimal	33
BAB V PENUTUP	57
5.1 Kesimpulan	57
5.2 Saran.....	57
DAFTAR PUSTAKA	58

DAFTAR TABEL

Tabel	Judul Tabel	Halaman
4.1	Data Persediaan PT. Industri <i>Plywood</i> Tjipta Rimba Djaja.....	
4.2	Data Produksi <i>Plywood</i>	
4.3	Data Permintaan <i>Plywood</i>	
4.4	Data Biaya <i>Plywood</i>	

DAFTAR GAMBAR

Gambar	Judul Gambar	Halaman
2.1	Grafik Model Persediaan dengan Perubahan Fase	
3.1	Diagram Alir Prosedur Penelitian	
4.1	Grafik $S(t)$ untuk $t \rightarrow 12$	

DAFTAR LAMPIRAN

	Halaman
Lampiran 1 Surat Izin Penelitian dari UINSU	60
Lampiran 2 Surat Balasan Izin Penelitian	61
Lampiran 3 Data Persediaan Bahan Baku (Mentah).....	62
Lampiran 4 Data Produksi <i>Plywood</i> (Bahan jadi dalam proses).....	63
Lampiran 5 Data Produk Jadi <i>Plywood</i> Siap Jual	64
Lampiran 6 Data Permintaan Pemesanan <i>Plywood</i>	65
Lampiran 7 Data Biaya Penyimpanan Persediaan	66
Lampiran 8 Data Biaya Produksi <i>Plywood</i>	67
Lampiran 9 Dokumentasi	68

ABSTRAK

Setiap perusahaan berinovasi untuk menciptakan produk yang berkualitas, dalam menghadapi persaingan global antar perusahaan yang semakin ketat. Serta, dapat menetapkan pengendalian terhadap persediaan barang secara akurat. Persediaan dalam perusahaan sangat dibutuhkan, untuk memenuhi setiap permintaan yang masuk. Persediaan dalam kuantitas yang minimum bisa mengakibatkan kekurangan persediaan. Tetapi persediaan kuantitas yang maksimum bisa menimbulkan kerugian, karena permintaan minimum. Tujuan dari penelitian ini untuk menentukan tingkat persediaan optimal di PT. Industri Plywood Tjipta Rimba Djaja. Menggunakan model teori kendali optimal dan melakukan analisa kestabilan persamaan diferensial dinamik, untuk mencari tingkat persediaan optimal. Diperoleh tingkat persediaan optimal mencapai kestabilan pada saat $6.306,0684m^3$ untuk panjang perencanaan selama 12 bulan meliputi: persediaan bahan baku (log sengon dan rambung), produksi (bahan jadi dalam proses), dan produk jadi kayu lapis *plywood* atau tripleks yang berada di gudang. Dari penelitian ini, teori kendali optimal dapat diterapkan di PT. Industri Plywood Tjipta Rimba Djaja untuk mengoptimalkan persediaan pada masalah peningkatan persediaan.

Kata kunci: Peningkatan Persediaan, Teori kendali optimal, Analisa Kestabilan

ABSTRACT

Every company innovates to create a quality products, in the face of increasingly fierce global competition between companies. Well, can set the control on the inventory accurately. The inventory in the company is needed, to meet every incoming demand. Inventory in minimum quantity can result in shortage of inventory. But inventory quantity maximum can result in losses, due to the minimum demand. The purpose of this research is to determine the level of optimal inventory in PT. Plywood Industry Tjipta Rimba Djaja. Using the optimal control theory model and analyzing the stability of the dynamic differential equation, to find the optimal inventory level. Obtained optimal inventory levels achieve stability at the time $6.306,0684m^3$. For the planning length of 12 months includes: raw material inventory (logs sengon and rambung), production (finished materials in process) and finished plywood or plywood products that are in the warehouse. From this research optimal control theory can be applied in PT. Plywood Industry Tjipta Rimba Djaja to optimize inventory on the problem of increasing inventory.

Keywords: *Inventory Increase, Optimal Control Theory, Stability Analysis*

BAB I

PENDAHULUAN

1.1 Latar Belakang

Setiap perusahaan berinovasi untuk menciptakan produk yang berkualitas dalam menghadapi persaingan global antar perusahaan yang semakin ketat, serta dapat menetapkan pengendalian terhadap persediaan barang secara akurat. Perusahaan harus mampu mengendalikan setiap keadaan yang fluktuasi, yaitu sebuah gejala yang menunjukkan perubahan karena pengaruh persediaan, permintaan, dan harga yang tidak stabil. Perusahaan dikatakan mampu menghadapi gejala tersebut jika didalam perusahaan terdapat manajemen persediaan yang optimal, yaitu sistem-sistem yang bertugas mengelola persediaan untuk memastikan keseimbangan antara investasi persediaan dengan pelayanan kepada konsumen.

PT. Industri *Plywood* Tjipta Rimba Djaja (Pabrik I Tiongkok) adalah perusahaan yang bergerak dibidang industri kayu, dimana bahan baku yang digunakan yaitu kayu bulat dengan jenis log sengon dan rambung untuk menghasilkan produk utamanya yaitu kayu lapis *plywood*. Kayu lapis *plywood* atau sering disebut dengan tripleks adalah kayu tipis yang tertumpuk dari beberapa lapis kayu, menggunakan teknik perekatan dan pengasakan tekanan tinggi. Kayu yang diproduksi, mempunyai ukuran dan bentuk yang berbeda-beda sesuai dengan standar perusahaan.

Persediaan merupakan suatu bagian yang penting dalam aktivitas produksi perusahaan, yang secara konsisten didapatkan, dimodifikasi, dan diproses lebih lanjut, lalu dijual. Setengah dari sumber daya perusahaan umumnya adalah persediaan yang akan digunakan pada perusahaan manufaktur, yaitu perusahaan yang memproduksi suatu produk dari bahan baku (mentah) sampai produk jadi menggunakan alat dan mesin produksi. Dengan tersedianya persediaan yang cukup di gudang, bertujuan untuk mempermudah aktivitas produksi atau pelayanan pada konsumen (Vikaliana *et al.*, 2020).

Persediaan bahan baku kayu bulat dengan jenis log sengon dan rambung pada PT. Industri *Plywood* Tjipta Rimba Djaja sangat dibutuhkan, karena kedua kayu tersebut menjadi bahan baku utama sekaligus pendukung dalam aktivitas produksi perusahaan untuk membuat *plywood* atau tripleks. Persediaan dalam kuantitas yang maksimum akan menjaga kapabilitas perusahaan dalam melayani setiap pesanan pelanggan, tetapi berdampak pada meningkatnya biaya penyimpanan persediaan dan produksi di perusahaan.

Permintaan adalah besarnya komoditas yang diinginkan oleh pasar pada tingkat harga tertentu, tingkat pendapatan tertentu dan periode waktu tertentu. Secara periode, permintaan dari konsumen terhadap suatu barang dipengaruhi dengan harga barang yang dibutuhkan, taraf pendapatan, banyaknya penduduk di wilayah tersebut, minat dan prediksi yang akan datang, serta harga dari komoditas lainnya (Sugiyanto *et al.*, 2020).

Permintaan terhadap kayu lapis *Plywood* atau tripleks di PT. Tjipta Rimba Djaja berasal dari dalam negeri dan luar negeri. Permintaan tersebut mengalami ketidakstabilan dari masing-masing konsumen dengan kuantitas yang berbeda-beda setiap bulannya. Tetapi PT. Industri *Plywood* Tjipta Rimba Djaja tetap melakukan persediaan di gudang, yang terdiri dari bahan baku (mentah) yaitu kayu log sengon dan rambung, produk *plywood* dalam proses dan produk *plywood* jadi yang siap untuk dijual. PT. Industri *Plywood* Tjipta Rimba Djaja perlu melakukan persediaan yang optimal untuk dapat memenuhi setiap permintaan yang masuk, dari dalam negeri maupun luar negeri pada taraf kebutuhan dengan tingkat harga yang berlaku dan telah disetujui selama periode tertentu. Selain itu, persediaan yang optimal di PT. Industri *Plywood* Tjipta Rimba Djaja juga berfungsi untuk menghindari terjadinya masalah penumpukan persediaan karena permintaan minimum dari dalam negeri maupun luar negeri.

Maraknya penebangan hutan secara liar, menyebabkan kerusakan hutan dan terjadinya kelangkaan untuk memperoleh kayu bulat yang digunakan sebagai bahan baku utama dalam memproduksi *plywood*. Keadaan tersebut yang menyebabkan perusahaan mengeluarkan biaya relatif besar, untuk membeli dan memperoleh kayu bulat yang selanjutnya disimpan sebagai persediaan dalam

kuantitas besar demi kelancaran aktivitas produksi dalam perusahaan. Persediaan dalam perusahaan bisa mengalami peningkatan dan penurunan, menurunnya kuantitas persediaan bisa menghambat aktivitas produksi pada perusahaan, sedangkan meningkatnya persediaan bisa terjadi masalah penumpukan yang merugikan perusahaan.

Persediaan mengalami masalah peningkatan, dikarenakan adanya persediaan awal dalam kuantitas besar namun tingkat permintaan terhadap produk yang ditawarkan minimum dan perusahaan tetap melakukan aktivitas produksi dalam kuantitas besar. Persediaan *plywood* di PT. Industri *Plywood* Tjipta Rimba Djaja mengalami peningkatan, dikarenakan produksi bahan baku kayu bulat log sengon dan rambung yang terus-menerus hingga menghasilkan produk *plywood* dalam kuantitas besar menimbulkan masalah penumpukan persediaan, karena minimumnya kuantitas permintaan terhadap *plywood* yang berasal dari dalam negeri maupun luar negeri. Perusahaan juga mengalami pemborosan pada biaya penyimpanan dan produksi, dikarenakan banyak modal yang harus dikeluarkan dan tertanam di perusahaan. Maka perlu dilakukan pengendalian persediaan dalam perusahaan, agar perusahaan tidak terus-menerus mengalami kerugian dikarenakan penumpukan persediaan.

Pengendalian persediaan sangat diperlukan untuk menyusun suatu persediaan yang optimal. Salah satu cara yang dapat dilakukan untuk mengatasi masalah persediaan yang mengalami peningkatan adalah dengan mengoptimalkan persediaan yang ada, dan untuk mengoptimalkan persediaan bisa digunakan teori kendali optimal.

Teori kendali optimal merupakan salah satu cabang matematika, yang bertujuan untuk memilih cara optimal dalam mengendalikan suatu sistem dinamik sehingga mempunyai harga tertentu. Pemodelan masalah persediaan barang yang optimal berdasarkan sistem persediaan, dapat menggunakan persamaan diferensial dinamik dan fungsi tujuan untuk memperoleh persamaan diferensial pada persediaan saat terjadi peningkatan. Oleh karena itu, masalah persediaan juga dapat dipilih sebagai salah satu bentuk model pengendalian yang optimal (Affandi, 2015).

Model kendali optimal memiliki cakupan yang relatif luas, untuk mengendalikan dan mengoptimalkan suatu sistem dinamik agar diperoleh hasil yang optimal. Pada perusahaan yang memproduksi barang, model kendali optimal dapat digunakan untuk menghitung tingkat persediaan yang optimal berdasarkan persamaan diferensial dinamik dan fungsi tujuan.

Penelitian yang sudah ada hingga kini, beberapa diantaranya juga meneliti tentang penerapan teori kendali pada persediaan. Seperti, penelitian terdahulu yang dilakukan oleh Usvita dan Andiraja (2017) mengenai Kendali Optimal Pada Masalah Persediaan Barang yang Mengalami Peningkatan, diperoleh model kendali optimal dengan persamaan diferensial dinamik dan fungsi tujuan untuk masalah persediaan yang mengalami peningkatan. Kemudian dilakukan analisa kestabilan untuk mencari tingkat persediaan yang optimal. Hasil penelitian oleh Andiraja dan Agustina (2020) yang mengenai Aplikasi Kendali Optimal Untuk Model Persediaan yang Mengalami Kerusakan Pada Persediaan dan Perubahan Tingkat Permintaan, diperoleh bahwa model kendali optimal dapat digunakan untuk mengoptimalkan masalah persediaan yang mengalami penurunan dengan membentuk fungsi permintaan kuadrat yang berubah terhadap waktu.

Berdasarkan uraian diatas, maka dilakukan penelitian dengan menggunakan model teori kendali optimal pada masalah persedian. Perusahaan PT. Industri Plywood Tjipta Rimba Djaja mengalami peningkatan produk setiap bulan, karena permintaan minimum. Maka, perlu dilakukan pengoptimalan untuk memperoleh tingkat persediaan yang optimal.

Berdasarkan masalah tersebut, peneliti melakukan penelitian dengan judul **Penerapan Teori Kendali Optimal Pada Masalah Persediaan yang Mengalami Peningkatan Di PT. Industri *Plywood* Tjipta Rimba Djaja.**

1.2 Rumusan Masalah

Persediaan harus dioptimalkan untuk menghindari masalah peningkatan persediaan. Oleh karena itu, peneliti merumuskan masalah yang akan dibahas pada penelitian ini mengenai penerapan teori kendali optimal dalam

mengoptimalkan masalah persediaan yang mengalami peningkatan di PT. Industri *Plywood* Tjipta Rimba Djaja.

1.3 Batasan Masalah

Penelitian ini meneliti masalah persediaan di PT. Industri *Plywood* Tjipta Rimba Djaja (Pabrik I Tiongkok), yang diperoleh dari data sekunder mencakup stok persediaan, produksi, permintaan, biaya penyimpanan persediaan, dan biaya produksi sebagai batasan masalah dalam penelitian, dengan model Teori Kendali Optimal.

1.4 Tujuan Penelitian

Tujuan penelitian ini adalah untuk menentukan tingkat persediaan optimal di PT. Industri *Plywood* Tjipta Rimba Djaja, melalui penerapan Teori Kendali Optimal dengan studi kasus yaitu PT. Industri *Plywood* Tjipta Rimba Djaja.

1.5 Manfaat Penelitian

Penelitian dilaksanakan dan diharapkan bahwa skripsi ini memiliki manfaat atau berkontribusi nyata:

1) Bagi Peneliti:

Peneliti memperoleh tambahan informasi dalam menerapkan teori kendali optimal, sehingga dapat diaplikasikan dalam dunia bisnis untuk mengoptimalkan persediaan.

2) Bagi Universitas:

Penelitian yang dilakukan dapat menambah informasi dan perbandingan pembaca atau penulis lain yang berminat untuk melakukan penelitian mengenai teori kendali optimal, sebagai literatur dan tambahan referensi dalam hal keperluan penelitian akademik.

3) Bagi Perusahaan:

Penelitian menghasilkan suatu masukan yang dapat membantu perusahaan, mengetahui tingkat persediaan optimal setiap bulannya.

BAB II

TINJAUAN PUSTAKA

2.1 PT. Industri *Plywood* Tjipta Rimba Djaja

PT. Industri *Plywood* Tjipta Rimba Djaja berlokasi di Jl. Kolonel. Yos Sudarso, Kel. Tanjung Mulia Hilir, Kec. Medan Deli, Kota Medan, Sumatera Utara, Kode Pos: 20241.

PT. Industri *Plywood* Tjipta Rimba Djaja (Pabrik I Tiongkok) adalah perusahaan yang bergerak dibidang industri kayu, atau lebih dikenal dengan nama pabrik tripleks. Dimana bahan baku utama yang digunakan yaitu, kayu bulat dengan jenis log sengon dan rambung untuk menghasilkan produk utamanya kayu lapis *plywood*. Kayu lapis *plywood* atau sering disebut dengan tripleks yaitu kayu tipis yang tertumpuk dari beberapa lapis kayu, menggunakan teknik perekatan dan pengasakan tekanan tinggi dengan arah serat yang disusun beraturan untuk menghasilkan kayu lapis *plywood* yang berkualitas.

Kayu bulat yang menjadi bahan baku utama dalam perusahaan untuk memproduksi kayu lapis *plywood* atau teripleks, berasal dari kayu hutan asli Indonesia. Maraknya penebangan hutan secara liar, menyebabkan kerusakan hutan dan terjadinya kelangkaan untuk memperoleh kayu bulat yang digunakan sebagai bahan baku utama memproduksi *plywood*. Keadaan tersebut menyebabkan perusahaan mengeluarkan biaya relatif besar, untuk membeli dan memperoleh kayu bulat sebagai persediaan dalam kuantitas yang besar demi kelancaran aktivitas produksi dalam perusahaan. Persediaan dalam perusahaan bisa mengalami peningkatan dan penurunan, menurunnya kuantitas persediaan bisa menghambat aktivitas produksi pada perusahaan, sedangkan meningkatnya persediaan bisa terjadi penumpukan yang merugikan perusahaan. Persediaan bahan baku kayu bulat log sengon dan rambung yang terus-menerus di produksi hingga menghasilkan produk *plywood* jadi dalam kuantitas yang besar, menyebabkan pemborosan pada biaya penyimpanan dan produksi.

Persediaan dalam kuantitas maksimum berdampak buruk pula pada perusahaan, karena menimbulkan masalah persediaan yang mengalami peningkatan, yang disebabkan minimumnya kuantitas permintaan terhadap *plywood* baik itu permintaan yang berasal dari dalam negeri maupun luar negeri.

2.2 Definisi Permintaan

Permintaan adalah jumlah komoditas yang diminati di pasar. Pada tingkat harga tertentu, tingkat pendapatan tertentu dan periode waktu tertentu. Menurut periode, permintaan konsumen terhadap komoditas dan jasa tertentu secara teratur bergantung pada harga komoditas yang diinginkan, tingkat penghasilan, populasi, permintaan, prediksi masa depan, dan harga komoditas lain atau komoditas alternatif (Sugiyanto *et al.*, 2020).

Permintaan terhadap kayu lapis *Plywood* atau tripleks di PT. Industri *Plywood* Tjipta Rimba Djaja berasal dari dalam negeri dan luar negeri. Permintaan tersebut mengalami ketidakstabilan dari masing-masing konsumen, dengan kuantitas yang berbeda-beda setiap bulannya dipengaruhi pada minat dan tingkat harga yang berlaku. Permintaan terhadap kayu lapis *plywood* biasanya berasal dari para pelaku usaha yang bergerak dibidang *furniture* atau mebel, sebagai bahan baku untuk membuat kursi, lemari, meja, dan lainnya. Para pelaku usaha *furniture*, melakukan pemesanan kembali jika produk yang mereka pasarkan terjual di pasaran. Jika tidak, mereka akan melakukan pemesanan kembali pada perusahaan dengan kuantitas minimum ataupun tidak melakukan pemesanan kembali untuk beberapa waktu.

PT. Industri *Plywood* Tjipta Rimba Djaja tetap melakukan persediaan di gudang, meliputi: bahan baku (mentah) yaitu kayu log sengon dan rambung, produk *plywood* dalam proses dan produk *plywood* jadi yang siap dijual, untuk dapat memenuhi setiap permintaan yang masuk dari dalam negeri maupun luar negeri. Pada taraf kebutuhan dengan tingkat harga yang berlaku dan telah disetujui sepanjang waktu tertentu.

2.2.1 Jenis- Jenis Permintaan

Dari pengertian permintaan secara sederhana, terdapat tiga unsur yang ada didalamnya. Unsur pertama yaitu sejumlah barang atau jasa yang diminta konsumen, unsur kedua yaitu tingkat tinggi rendahnya harga yang berlaku, dan unsur ketiga yaitu permintaan konsumen yang berlangsung di periode tertentu. Menurut Arwin (2020) permintaan bisa dikelompokkan menjadi dua hal yang utama, antara lain sebagai berikut:

1) Permintaan menurut daya beli konsumen

Daya beli adalah suatu kesanggupan seseorang untuk membeli komoditas yang dibutuhkan. Oleh karena itu, permintaan menurut daya beli bisa dibedakan ke dalam beberapa jenis yaitu:

a) Permintaan Absolut

Merupakan jenis permintaan yang tidak diikuti oleh kesanggupan konsumen untuk membeli komoditas tertentu.

b) Permintaan Potensial

Merupakan jenis permintaan yang diikuti oleh kesanggupan konsumen untuk membeli komoditas tertentu, tetapi komoditas tersebut bukan yang menjadi kebutuhan primer.

c) Permintaan Efektif

Yaitu jenis permintaan yang diikuti dengan kemampuan konsumen terhadap barang dan jasa yang diinginkan.

2) Permintaan Berdasarkan Jumlah Konsumen

Permintaan ini bisa dibedakan menjadi dua jenis permintaan, yaitu:

a) Permintaan Perorangan (Individu)

Permintaan perorangan (individu) merupakan jenis permintaan dari seorang individu atau konsumen yang bersumber dari masing-masing orang secara personal.

b) Permintaan Pasar

Permintaan pasar (kolektif) adalah gabungan dari beberapa permintaan perorangan (individu) atau masyarakat secara menyeluruh pada periode waktu tertentu.

Permintaan terhadap kayu lapis *plywood* juga berbeda-beda, dimana setiap para pelaku usaha yang bergerak dibidang *furniture* memiliki jenis dan ukuran yang berbeda dengan para pelaku usaha *furniture* yang lainnya. Para pelaku usaha tersebut memiliki standar kualitas jenis *plywood* yang digunakan, dan ada pula yang dipilih langsung oleh konsumen. Dengan adanya perbedaan dari masing-masing permintaan, perusahaan memiliki standar tersendiri dalam memproduksi kayu lapis *plywood* untuk memenuhi setiap permintaan dengan tingkat harga yang berlaku sesuai dengan kualitas.

2.2.2 Hukum Permintaan

Hukum permintaan berbunyi: jika harga komoditas maupun jasa naik (tinggi) maka jumlah komoditas maupun jasa yang diminta akan minimum (sedikit), tetapi jika harga komoditas atau jasa turun (rendah) maka jumlah komoditas dan jasa yang diminta akan maksimum (banyak) (Elisabeth *et al.*, 2021).

Hukum permintaan tidak berlaku sepenuhnya, tetapi bersifat *carteris paribus* (faktor-faktor lain dianggap tetap). Hukum permintaan berbanding terbalik (mempunyai hubungan negatif) dengan harga (Dinar *et al.*, 2018).

Berdasarkan hukum permintaan yang berlaku, dapat diketahui bahwa harga mempengaruhi tingkat permintaan dan kuantitas terhadap produk yang ditawarkan. Konsumen akan membeli produk dalam kuantitas maksimum jika harga yang ditawarkan rendah, tetapi jika harga dari produk yang ditawarkan tinggi maka konsumen akan membayar produk tersebut dalam kuantitas minimum ataupun menggantinya dengan barang pengganti (substitusi) yang lain.

2.2.3 Faktor-faktor yang Mempengaruhi Permintaan

Menurut (Dinar *et al.*, 2018) faktor-faktor yang dapat mempengaruhi permintaan adalah:

- 1) Harga dari barang dan jasa tersebut, terjadinya fluktuasi yaitu perubahan turun naiknya harga dari komoditas dan jasa akan mempengaruhi kuantitas yang diminta oleh konsumen.
- 2) Pendapatan masyarakat, pendapatan masyarakat dapat menunjukkan masyarakat di wilayah itu. Karena, tinggi atau rendahnya pendapatan masyarakat di wilayah itu mempengaruhi kualitas dan kuantitas permintaan akan produk dan jasa yang dibeli.
- 3) Intensitas kebutuhan, penting atau tidak kebutuhan seseorang mengenai komoditas atau jasa akan mempengaruhi kuantitas permintaan. Dimana kebutuhan primer yaitu kebutuhan yang utama, lebih penting dari kebutuhan sekunder yaitu kebutuhan yang tidak mendesak sehingga memiliki pengaruh pada kuantitas permintaan.
- 4) Distribusi pendapatan, jika pendistribusian pada pendapatan semakin merata maka kuantitas permintaan bisa bertambah. Tetapi, jika pendapatan tertentu hanya didapat untuk kalangan tertentu. Maka secara keseluruhan kuantitas permintaan akan berkurang.
- 5) Pertambahan penduduk, banyaknya penduduk yang ada di wilayah tertentu bisa memberi pengaruh terhadap kuantitas permintaan. Jika penduduknya semakin bertambah, maka kuantitas permintaan juga akan bertambah.
- 6) Selera konsumen, selera atau minat dari konsumen menjadi penentu permintaan. Bersamaan dengan perkembangan teknologi, gaya, pendidikan dan daerah akan mempengaruhi keinginan masyarakat untuk membeli dan memiliki barang atau jasa itu sehingga akan berpengaruh pada banyaknya permintaan.
- 7) Barang pengganti (substitusi), tersedianya barang pengganti akan berdampak pada kuantitas permintaan. Disaat harga komoditas ataupun jasa mengalami kenaikan.

Dengan mengetahui faktor-faktor yang mempengaruhi permintaan dari konsumen kepada perusahaan, diharapkan perusahaan bisa menghadapi keadaan yang berfluktuasi yaitu perubahan karena pengaruh persediaan, permintaan dan harga yang tidak stabil.

2.3 Definisi Persediaan

Persediaan adalah suatu elemen yang penting pada operasional perusahaan yang secara terus-menerus diterima, dimodifikasi, lalu dipasarkan. Setengah dari sumber daya perusahaan umumnya terkait dengan persediaan, untuk dipakai oleh perusahaan manufaktur. Adanya persediaan yang konsisten, membuat perusahaan harus mampu menjalankan sistem produksi yang sinkron dengan permintaan konsumen. Tersedianya persediaan yang lengkap digudang, akan mendorong kegiatan produksi dalam memberikan pelayanan kepada konsumen (Vikaliana *et al.*, 2020).

Persediaan bahan baku kayu bulat dengan jenis log sengon dan rambung pada PT. Industri *Plywood* Tjipta Rimba Djaja sangat dibutuhkan, karena kedua kayu tersebut menjadi bahan baku utama sekaligus pendukung dalam aktivitas produksi perusahaan untuk membuat *plywood* atau tripleks. Tersedianya bahan baku tersebut, akan mempermudah perusahaan melakukan sistem produksi sesuai permintaan konsumen. Menyimpan stok dalam kuantitas maksimum, akan menjaga kapabilitas perusahaan dalam melayani setiap pesanan pelanggan. Tetapi, berdampak pada meningkatnya biaya penyimpanan persediaan dan produksi di perusahaan, serta dapat terjadi masalah persediaan yang mengalami peningkatan dikarenakan permintaan minimum.

Menurut Prawirosentono (dalam Shatu, 2016), persediaan ialah aset perusahaan pada sistem persediaan bahan mentah (bahan baku, produk setengah jadi, dan produk jadi). Persediaan merupakan bagian penting dari modal kerja, yang bisa berubah sewaktu-waktu. Sehingga dapat ditetapkan bahwa persediaan merupakan aset yang harus tersedia dalam suatu perusahaan, terutama jika diperlukan untuk memastikan kelangsungan operasional perusahaan.

Persediaan kayu log sengon dan rambung menjadi bagian penting dari modal kerja dan kelangsungan operasional perusahaan, karena kedua kayu tersebut menjadi bahan baku utama dalam memproduksi *plywood*. Apabila persediaan kayu log sengon dan rambung tidak tersedia, akan menghambat aktivitas produksi pada perusahaan yang menyebabkan perusahaan tidak bisa beroperasi untuk beberapa waktu.

2.3.1 Tujuan Persediaan

Tujuan utama dari persediaan pada perusahaan ialah, memiliki jumlah persediaan yang sesuai dalam spesifikasi atau perincian yang sudah ditetapkan. Pada waktu yang tepat, untuk memastikan kelangsungan bisnis. Menurut Kadim (2017), selain tujuan utama terdapat juga tujuan dari persediaan yaitu :

- 1) Untuk menstabilkan produksi, permintaan barang akan berfluktuasi diakibatkan situasi seperti kuantitas, harga, musim, dan rencana produksi yang tidak stabil. Permintaan terhadap stok bahan baku yang habis, menyebabkan gangguan produksi karena persediaan material terbatas. Oleh karena itu, variabilitas atau keberagaman persediaan harus dipertahankan untuk memastikan hasil yang stabil.
- 2) Untuk memperoleh keuntungan dari potongan harga, produsen biasanya memberikan potongan harga tertentu untuk memperoleh keuntungan harga dari bahan-bahan yang dibayar dalam kuantitas maksimum walaupun tidak secepatnya diperlukan.
- 3) Untuk memenuhi permintaan semasa pemesanan, masa tunggu untuk penyediaan material dipengaruhi oleh banyak faktor seperti posisi awal, keadaan permintaan pasokan, dan lainnya.
- 4) Untuk menghindari kerugian penjualan dalam persaingan, perusahaan harus melengkapi urutan dalam pengiriman dan tingkat pelayanan seratus persen, sehingga tidak ada urutan pengiriman terlewatkan yang bisa menyebabkan kerugian.

- 5) Mengikuti perubahan kondisi pasar, perusahaan harus bisa memperhitungkan dan mengantisipasi persediaan bahan baku jika terjadi kesulitan material maupun kenaikan harga secara mendadak.

Tujuan adanya persediaan dalam perusahaan yaitu untuk kelancaran aktivitas produksi dalam perusahaan, karena apabila tidak tersedia bahan baku di gudang kegiatan produksi akan terhambat. Persediaan bahan baku kayu log sengon dan rambung dalam kuantitas yang besar, juga bisa mengatasi terjadinya kesulitan untuk memperolehnya ataupun untuk menghindari kenaikan harga. Persediaan dalam kuantitas yang besar, juga bisa menghemat untuk biaya pengiriman dan bisa memperoleh keuntungan dari potongan harga jika dibeli dalam kuantitas yang besar, walaupun tidak segera digunakan.

2.3.2 Jenis- Jenis Persediaan

Persediaan bahan mentah yang disimpan perusahaan terdiri dari beberapa jenis, yang dipilih menurut fungsi dan manfaatnya. Persediaan berdasarkan fungsi yaitu suatu simpanan, oleh karena itu harus dapat dimanfaatkan secara tepat untuk kegiatan perusahaan. Selain perbedaan menurut fungsi, persediaan bisa dibedakan berdasarkan bentuk dan kondisi produk tersebut didalam jadwal pengolahan produk, dimana masing-masing produk memiliki keistimewaan dan cara mengolahnya juga berlainan antara suatu barang dengan lainnya baik dari segi bentuk, warna, dan ukurannya (Vikaliana *et al.*, 2020).

Menurut Yolanda (2005) secara umum, persediaan bisa dibedakan dalam beberapa jenis antara lain sebagai berikut:

- 1) Persediaan bahan baku (*raw material*) atau disebut persediaan bahan mentah, ialah komoditas untuk diolah hingga menjadi suatu produk jadi.
- 2) Persediaan barang dalam proses (*work in process inventory*), yaitu persediaan setelah dimodifikasi, namun belum sempurna. WIP ini ada untuk menghasilkan produk sehingga dibutuhkan jangka waktu yang menyebabkan persediaan WIP berkurang.

- 3) *Supplies Inventory* adalah persediaan yang berperan menjadi pengampu pada sistem produksi supaya berhasil.
- 4) Persediaan barang dagangan (*marchandise inventory*), merupakan persediaan yang hendak dipasarkan kembali menjadi barang dagangan.
- 5) Persediaan barang jadi (*finished goods inventory*), merupakan persediaan yang diterima dari hasil produksi yang telah jadi, tetapi masih ditempatkan di gudang perusahaan untuk memenuhi permintaan konsumen di waktu yang akan datang.

Adanya jenis-jenis persediaan yang diperlukan oleh perusahaan PT. Industri *Plywood* Tjipta Rimba Djaja, diharapkan bisa mendukung kelancaran aktivitas produksi dalam perusahaan. Tersedianya persediaan yang lengkap, terdiri dari bahan mentah, bahan jadi dalam proses dan produk *plywood* jadi yang berada di gudang perusahaan diharapkan bisa untuk memenuhi permintaan di periode akan datang.

2.3.3 Fungsi- Fungsi Persediaan

Perusahaan menetapkan kuantitas persediaan menggunakan perincian yang sinkron, sebab persediaan mempunyai peran utama untuk mempermudah sistem produksi dalam perusahaan. Persediaan yang tersedia di perusahaan, dapat dibedakan berdasarkan fungsi.

Menurut Herjanto (2009) fungsi-fungsi persediaan dapat dikategorikan ke dalam empat jenis, yaitu:

- 1) *Fluctuation Stock*, merupakan persediaan untuk menghindari terjadinya fluktuasi yaitu perubahan karena pengaruh permintaan dan harga yang tidak diprediksi sebelumnya, serta untuk menanggulangi terjadinya kelalaian dalam memperhitungkan waktu produksi, atau dalam pengiriman barang.
- 2) *Anticipation Stock*, merupakan persediaan untuk melayani permintaan yang diprediksi, contohnya ketika permintaan meningkat, tetapi kekuatan produksi tidak sanggup untuk melengkapi permintaan. Persediaan ini

dibutuhkan untuk menghindari kesulitan bahan baku, sehingga tidak menyebabkan produksi terhambat.

- 3) *Lot-size Inventory*, merupakan persediaan yang tersedia dalam kuantitas yang besar dari kebutuhan pada waktu itu. Persediaan dibuat untuk memperoleh manfaat dari potongan harga karena pembelian dalam kuantitas yang besar, ataupun untuk menghemat biaya pengiriman per unit.
- 4) *Pipeline Inventory*, merupakan persediaan dalam proses pengiriman dari tempat produksi kepada konsumen yang bisa menghabiskan waktu beberapa hari bahkan minggu.

Fungsi tersedianya bahan baku kayu log sengon dan rambung untuk memproduksi *plywood* sangat diperlukan, agar menghindari kesulitan bahan baku sehingga tidak menyebabkan produksi *plywood* terhambat. Tersedianya persediaan produk *plywood* jadi di gudang, bisa menghindari kerugian penjualan dalam persaingan karena perusahaan dapat segera memenuhi permintaan dan memberikan tingkat pelayanan seratus persen kepada konsumen.

2.4 Teori Kendali Optimal

Kata kendali (*control*) dapat berarti bermacam-macam di berbagai disiplin ilmu, pembahasan tentang sistem kendali melibatkan dua atau lebih sistem dinamik yang terhubung dan saling mempengaruhi satu sama lain. Sistem dinamik yang dimaksud adalah sistem yang perilakunya berubah terhadap waktu, bisa disebabkan oleh pengaruh luar maupun aksi atau perlakuan (disebut kendali) yang sengaja diberikan. Sebuah sistem kendali setiap saat mengukur keadaan sistem, membandingkan dengan perilaku yang diinginkan, menghitung koreksi yang diperlukan berdasarkan model, sebagai respon terhadap pengaruh luar dan selanjutnya memerintah sistem untuk bergerak sesuai hasil perhitungan. Hal ini dilakukan terus-menerus secara waktu nyata (*real time*), membentuk suatu *loop*. (Salmah, 2021).

Secara sederhana, masalah pengoptimalan adalah untuk mengimbangkan produksi dengan biaya penyimpanan persediaan. Masalah kontrol optimum dapat didefinisikan sebagai suatu masalah memilih peubah kontrol $u(t)$ yang bergantung pada waktu t , dari semua peubah kontrol yang *admissible*, yaitu semua kontrol yang memuat sistem dari *state* awal $x(t_0)$ pada waktu t_0 untuk *state* terminal atau *state* akhir $x(T)$ pada waktu terminal atau waktu akhir T , sehingga memberikan nilai maksimum atau nilai minimum pada fungsi tujuan (Tu, 1984).

2.4.1 Fungsi Tujuan

Variabel kontrol $u(t)$ harus dipilih pada bentuk untuk memaksimalkan atau meminimumkan fungsi tujuan.

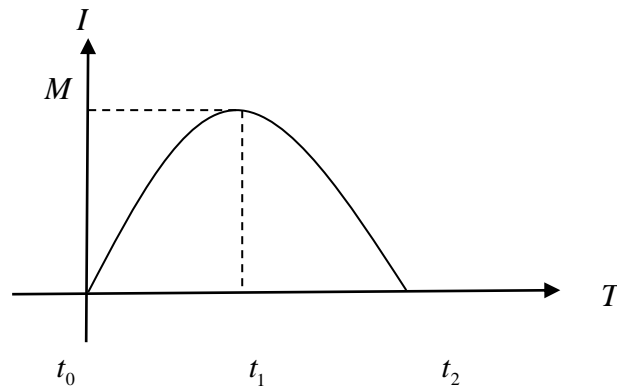
$$J = \int_{t_0}^T f_0(x, u, t) dt \quad (2.1)$$

Dimana f_0 adalah fungsi skalar yang bernilai ril, jika $f_0(x, u, t) = \pi(x, p)e^{-rt}$ atau $f_0 = u(c)^{-rt}$. Maka fungsional J merupakan nilai kini (*present value*) dari keuntungan π atau utilitas ekonomi $u(c)$ yang terdiskon pada tingkat diskon r , ini adalah salah satu konsep ekonomi yang sudah dikenal (Tu, 1984).

2.4.2 Pembentukan Model Persediaan

Model persediaan dibentuk ketika terjadi peningkatan dan penurunan pada persediaan produk, dengan mengasumsikannya pada dua fase. Pada fase pertama yaitu t_0 sampai t_1 menunjukkan keadaan tingkat persediaan yang meningkat, dilanjutkan dengan fase kedua yaitu t_1 sampai t_2 menunjukkan keadaan tingkat persediaan yang menurun (Affandi, 2020).

Model persediaan yang mengalami perubahan fase persediaan, tersaji pada gambar di halaman selanjutnya:



Gambar 2.1 Model Persediaan dengan Perubahan Fase (Affandi, 2015)

Berdasarkan gambar 2.1 model persediaan yang mengalami perubahan fase peningkatan dan penurunan pada persediaan produk. Kedua fase tersebut dapat didefinisikan dalam persamaan diferensial dinamik sebagai berikut (Affandi, 2015):

- 1) Membentuk model persamaan diferensial dinamik, dari kedua fase yang mengalami perubahan peningkatan dan penurunan dibentuk persamaan berikut:

$$\dot{S} = \begin{cases} C(t) + u(t)S(t) & t \in [0, t_1] \\ C(t) - D(t) + u(t)S(t) & t \in [t_1, t_2] \end{cases} \quad (2.2)$$

Dalam penelitian ini, peneliti akan membahas model persediaan produk yang mengalami peningkatan. Model persamaan diferensial dinyatakan sebagai berikut (Affandi, 2015):

$$\dot{S} = C(t) + u(t)S(t) \quad t \in [0, t_1] \quad (2.3)$$

Dengan $u(t) = n(t) - \alpha(t)$. Dilanjutkan untuk tingkat persediaan yang meningkat, dimulai saat 0 sampai t_1 dengan memenuhi persamaan diferensial dinamik dinyatakan sebagai berikut:

$$C(t) + u(t)S(t) > 0 \quad t \in [0, t_1] \quad (2.4)$$

- 2) Membentuk model fungsi tujuan, yang dibentuk dari persamaan (2.4) sehingga diperoleh:

$$J = \frac{1}{2} \int_0^t \left\{ a [S(t) - \hat{S}]^2 + b [C(t) - \hat{C}]^2 \right\} dt \quad (2.5)$$

Definisi dari fungsi tujuan yaitu untuk menjaga persediaan S sedekat mungkin dengan tingkat persediaan tujuannya \hat{S} dan untuk menjaga tingkat produksi C sedekat mungkin dengan tingkat produksi tujuannya \hat{C} . Istilah kuadrat yaitu $\left(\frac{a}{2}\right)(S - \hat{S})^2$ dan $\left(\frac{b}{2}\right)(C - \hat{C})^2$ diberlakukan “hukuman” karena S dan C tidak mendekati fungsi tujuan yang sesuai (Sethi, 2019).

Dari persamaan (2.3) sampai persamaan (2.5) adalah bentuk batasan tidak negatif.

$$C(t) \geq 0 \quad t \in [0, t_1] \quad (2.6)$$

Dengan diketahui persamaan diferensial dinamik dan fungsi tujuan dari persediaan produk, berdasarkan persamaan (2.5) masalah persediaan produk dapat juga dipandang sebagai bentuk model kendali optimal. Selanjutnya, untuk menyelesaikan tingkat produksi yang optimal digunakan persamaan diferensial dinamik (2.2) untuk membentuk persamaan *Hamilton* (Affandi, 2015).

- 3) Mendefinisikan dengan persamaan *Hamilton*, untuk model persediaan produk yang mengalami peningkatan, sehingga terbentuk persamaan berikut:

$$H = -\frac{1}{2} \left[a(S - \hat{S})^2 + b(C - \hat{C})^2 \right] + \lambda y \quad \text{dengan } y = C + uS \quad (2.7)$$

- 4) Mendefinisikan dengan persamaan *Lagrange*, untuk model persediaan produk yang mengalami peningkatan, sehingga terbentuk persamaan berikut:

$$L = -\frac{1}{2} \left[a(S - \hat{S})^2 + b(C - \hat{C})^2 \right] + (\lambda + \mu) y \quad \text{dengan } y = C + uS \quad (2.8)$$

- 5) Membuktian syarat kondisi optimal yang dibentuk dari persamaan *Hamilton* dan *Lagrange* pada saat persediaan terjadi peningkatan, sebagai berikut:

$$H_C = 0 \quad (2.9)$$

$$L_S = -\dot{\lambda} \quad (2.10)$$

$$L_C = 0 \quad (2.11)$$

$$\mu \geq 0; \mu y \geq 0 \quad (2.12)$$

Berdasarkan persamaan (2.12) diimplikasikan $\mu = 0$

2.5 Wahdatul Ulum (Kaitan Kajian Keislaman dengan Penelitian)

Pentingnya melakukan persediaan, terdapat dalam beberapa ayat Al-Qur'an berikut:

1) Q.S Yusuf ayat 47-49

قَالَ تَزْرَعُونَ سَبْعَ سِنِينَ دَابًّا فَمَا حَصَدْتُمْ فَذَرُوهُ فِي سُنْبُلِهِ إِلَّا قَلِيلًا مِّمَّا تَأْكُلُونَ
 ثُمَّ يَأْتِي مِنْ بَعْدِ ذَلِكَ سَبْعٌ شِدَادٌ يَأْكُلْنَ مَا قَدَّمْتُمْ لَهُنَّ إِلَّا قَلِيلًا مِّمَّا تُحْصِنُونَ
 ثُمَّ يَأْتِي مِنْ بَعْدِ ذَلِكَ عَامٌ فِيهِ يُغَاثُ النَّاسُ وَفِيهِ يَعْرِضُونَ ۝

Artinya :

“Dia (Yusuf) berkata, “Agar kamu bercocok tanam tujuh tahun (berturut-turut) sebagaimana biasa, kemudian apa yang kamu tuai hendaklah kamu biarkan di tangkainya kecuali sedikit untuk kamu makan (47). Kemudian setelah itu akan datang tujuh (tahun) yang sangat sulit, yang menghabiskan apa yang kamu simpan untuk menghadapinya (tahun sulit), kecuali sedikit dari apa (bibit gandum) yang kamu simpan (48). setelah itu akan datang tahun, dimana manusia diberi hujan (dengan cukup) dan pada masa itu mereka memeras (anggur) (49)”. (Q.S. Yusuf 111: 47-49)

Dari ayat tersebut, ditafsirkan oleh Ismail bin Umar Al-Quraisyi bin Katsir Al-Bashri Ad-Dimasyqi. Nanti akan tiba masa subur, dengan turun hujan yang deras sepanjang tujuh tahun berurutan. Seekor sapi dimisalkan dengan tahun, karena sapi digunakan pada saat membajak tanah dan lahan untuk memproduksi buah-buahan dan tanam-tanaman, yaitu bulir-bulir gandum yang hijau (subur).

Kemudian Yusuf ‘alaihissalam memberikan petunjuk tentang apa yang harus dikerjakan selama tujuh tahun musim subur itu, ia berkata: yaitu berapa pun banyaknya hasil panen yang diperoleh dalam tujuh tahun masa subur tersebut, dapat dibiarkan panennya tetap dengan bulinya dengan tujuan memperpanjang masa penyimpanan tanpa terjadi pembusukan. Kecuali sebagian yang dibutuhkan untuk makan, dapatlah dipisahkan antara bulir tersebut. Makanlah pula dengan jumlah sedikit, tanpa berlebihan, supaya persediaan panen yang masih tersedia bisa menjadi persediaan makanan di masa sulit dengan kurun waktu tujuh tahun lamanya. Musim-musim subur yang diiringi masa sulit berkepanjangan dengan waktu tujuh tahun diibaratkan sapi-sapi gemuk yang dimakan oleh sapi-sapi kurus. Dikarenakan pada masa sulit, seluruh simpanan pangan yang terkumpul dari musim subur akan habis untuk dimakan. Masa sulit tersebutlah yang dimaksud pada kalimat bulir-bulir yang kering. Yusuf ‘alaihissalam memberi kabar kepada masyarakat bahwa dalam tujuh tahun dimasa sulit tersebut tidak ada satu pun yang dapat tumbuh, begitu pula dengan dengan tanaman yang ditanam tidak akan memberi hasil panen. Oleh sebab itu, Yusuf ‘alaihissalam berkata: untuk menghabiskan apa yang kalian simpan untuk menghidupi kalian pada masa sulit, terkecuali sedikit dari (bibit gandum) yang kalian simpan. Selanjutnya Nabi Yusuf mengirimkan berita bahagia untuk mereka, bahwa setelah masa sulit yang panjang itu akan ada masa-masa yang subur. Pada masa itu banyak hujan turun, semua negeri menjadi subur dan membuahakan panen yang berlebih, dan mereka kembali menghasilkan perasan anggur, buah zaitun, seperti panen-panen sebelumnya diperas juga tebu agar diperoleh gula (Syakir, 2012).

Dari ayat tersebut dapat dipahami pentingnya untuk mengatur konsep persediaan. Pada PT. Industri *Plywood* Tjipta Rimba Djaja persediaan kayu bulat log sengon dan rambung sangat dibutuhkan, karena kedua kayu tersebut menjadi bahan baku utama sekaligus pendukung dalam aktivitas produksi perusahaan untuk membuat *plywood* atau tripleks. Maraknya penebangan hutan secara liar, membuat perusahaan sulit untuk memperoleh kayu bulat log sengon dan rambung. Sehingga pada saat tersedia kedua kayu tersebut, perusahaan melakukan pembelian dengan kuantitas maksimum yang berfungsi sebagai persediaan saat

terjadi kelangkaan. Adanya persediaan di gudang membuat perusahaan dapat terus melakukan aktivitas produksi, sehingga tidak menghambat perusahaan dalam memenuhi permintaan dari konsumen.

2) Q.S. Al-An'am Ayat 141

﴿ وَهُوَ الَّذِي أَنْشَأَ جَنَّاتٍ مَّعْرُوشَاتٍ وَغَيْرِ مَّعْرُوشَاتٍ وَالنَّخْلَ وَالزَّرْعَ مُخْتَلِفًا أُكْلُهُ ۖ
وَالزَّيْتُونَ وَالرُّمَّانَ مُتَشَابِهًا وَغَيْرَ مُتَشَابِهٍ كُلُوا مِنْ ثَمَرِهِ إِذَا أَثْمَرَ وَآتُوا حَقَّهُ ۗ يَوْمَ
حَصَادِهِ ۗ وَلَا تُسْرِفُوا ۗ إِنَّهُ لَا يُحِبُّ الْمُسْرِفِينَ ۗ﴾

Artinya:

“Dan Dia-lah yang menjadikan tanaman-tanaman yang merambat dan yang tidak merambat, pohon kurma, tanaman yang beraneka ragam rasanya, zaitun dan delima yang serupa (bentuk dan warnanya) dan tidak serupa (rasanya). Makanlah buahnya apabila ia berbuah dan berikanlah haknya (zakatnya) pada waktu memetik hasilnya, tapi janganlah berlebih-lebihan. Sesungguhnya Allah tidak menyukai orang-orang yang berlebih-lebihan”. (Q.S. Al-An'am 6:141)

Dari ayat tersebut, ditafsirkan oleh Jalaluddin Al-Mahalli dan Jalaluddin As-Suyuthi. Dan dia-lah (Allah) yang telah menciptakan kebun-kebun yang rata di atas tanah, seperti tanaman semangka dan yang tidak terbentang atau yang berdiri tegak di atas pohon seperti kurma. Dia (Allah) yang menjadikan (pohon kurma dan tanaman-tanaman dengan berbagai jenis buah, biji, bentuk, dan rasa yang berbeda (seperti zaitun dan delima) dengan daun yang sama tetapi rasa yang berbeda. Makanlah berbagai macam buah-buahan ketika sedang berbuah, sebelum matang penuh haknya pada hari memetik buah, yaitu sepersepuluh atau setengah (dan jangan berlebih-lebihan) dengan memberikan semuanya tanpa sisa untuk keluargamu. (Sesungguhnya Allah tidak menyukai orang-orang yang berlebih-lebihan) yaitu orang-orang yang melampaui batas dari yang telah ditentukan bagi mereka.

Dari ayat tersebut dapat dipahami bahwa penting untuk mengatur sistem pengendalian persediaan yang optimal di perusahaan, agar tidak terjadi masalah dalam peningkatan persediaan bahan baku dan bahan jadi di perusahaan. Maraknya penebangan hutan secara liar, menyebabkan kerusakan hutan dan kelangkaan untuk memperoleh kayu bulat log sengon dan rambung yang akan digunakan sebagai bahan baku utama dalam memproduksi *plywood*. Keadaan tersebut menyebabkan perusahaan mengeluarkan biaya relatif besar untuk membeli dan memperoleh kayu bulat, yang kemudian disimpan sebagai persediaan dalam kuantitas besar untuk kelancaran aktivitas produksi di dalam perusahaan. Tetapi perusahaan juga perlu memperhitungkan kuantitas bahan baku yang dibutuhkan untuk produksi, salah satunya dengan sistem pengendalian persediaan yang optimal. Maka perusahaan dapat terhindar dari masalah kerugian akibat penumpukan persediaan bahan baku dan bahan jadi serta biaya yang dikeluarkan untuk persediaan.

2.6 Penelitian Terdahulu

Penelitian yang sudah ada saat ini, beberapa diantaranya juga menerapkan model teori kendali optimal pada persediaan guna menyelesaikan penelitiannya terkait permasalahan yang diteliti. Terdapat juga beberapa penelitian yang meneliti tentang persediaan, diantaranya penelitian yang dilakukan oleh Pardi Affandi dan Faisal (2019) dengan judul “Perubahan Inventori Multi-Item Yang Mengalami Peningkatan Atau Penurunan Dengan Menggunakan Kendali Optimal”. Penelitian tersebut menggunakan kendali optimal, dan menunjukkan bahwa peningkatan inventori disebabkan karena adanya inventori awal kemudian terjadinya penambahan inventori sedangkan permintaan terhadap inventori masih belum ada. Kemudian, seiring dengan adanya permintaan maka dengan sendirinya inventori akan mengalami penurunan.

Penelitian yang dilakukan oleh Pardi Affandi, Faisal, dan Yuni Yulida (2015) dengan judul “Kendali Optimal Pada Masalah Inventori Yang Mengalami Peningkatan”. Penelitian tersebut menghasilkan model kendali optimal saat terjadi peningkatan inventori, disebabkan karena adanya inventori awal dan kemudian

terjadinya penambahan inventori sedangkan permintaan terhadap inventori masih sedikit.

Penelitian yang dilakukan oleh Manda Lisa Usvita dan Nilwan Andiraja (2017) dengan judul “Kendali Optimal Pada Masalah Persediaan Barang Yang Mengalami Peningkatan”. Penelitian tersebut menghasilkan model teori kendali optimal saat terjadi peningkatan persediaan, biasanya disebabkan karena adanya persediaan awal dan kemudian terjadinya penambahan persediaan sedangkan permintaan barang masih sedikit.

Penelitian yang dilakukan oleh dengan judul “Aplikasi Kendali Optimal Untuk Model Persediaan yang Mengalami Kerusakan pada Persediaan dan Perubahan Tingkat Permintaan”. Penelitian tersebut menghasilkan model teori kendali optimal dengan fungsi permintaan kuadrat yang berubah terhadap waktu. Dilanjutkan dengan menganalisa kestabilannya yang diperoleh dari grafik adalah tingkat persediaan $I(t)$ menurun stabil dan kurva menuju 0. Dalam hal ini berarti perusahaan mengalami penurunan yang disebabkan karena adanya kerusakan barang dan perubahan permintaan.

BAB III

METODOLOGI PENELITIAN

3.1 Waktu dan Tempat Penelitian

Penelitian dilaksanakan pada Maret 2021 sampai dengan Oktober 2021 di PT. Industri *Plywood* Tjipta Rimba Djaja, beralamat di Jalan Kolonel. Yos Sudarso, Kel. Tanjung Mulia Hilir, Kec. Medan Deli Kota Medan, Provinsi Sumatera Utara. Kode Pos : 20241.

3.2 Jenis Penelitian

Jenis penelitian yang ditinjau dari cara pendekatan yang digunakan ialah penelitian kuantitatif. Penelitian kuantitatif adalah metode penelitian eksperimen dan survey dan jenis datanya berbentuk angka yang dapat diukur dan dianalisis untuk memperoleh kesimpulan penelitian (Sugiyono, 2013).

Penelitian ini termasuk penelitian terapan (*applied research*), yaitu penelitian yang bertujuan untuk meneliti masalah yang penting dan terus-menerus ada dalam masyarakat sekitar. Hasil dari penelitian ini, dapat digunakan untuk kepentingan perorangan (individu) maupun kelompok. Penelitian ini juga merupakan bagian dari penelitian studi kasus, yaitu dengan melihat masalah pada PT. Industri *Plywood* Tjipta dalam mengoptimalkan masalah persediaan (Azwardi, 2018).

3.3 Jenis Data dan Sumber Data

Jenis data dan sumber data yang digunakan dalam penelitian ini merupakan data sekunder. Data sekunder adalah data yang dikumpulkan oleh pihak lain, peneliti dapat mencari data sekunder ini melalui sumber data sekunder seperti internet, media cetak, dokumen/ laporan, buku, jurnal, yang berkaitan dengan permasalahan yang akan dibahas dalam penelitian (Nur Achmad, 2018).

Data yang digunakan sebagai sumber data sekunder diperoleh dari PT. Industri *Plywood* Tjipta, berupa dokumentasi data stok persediaan, data produksi,

data permintaan, data biaya penyimpanan persediaan, dan data biaya produksi *plywood*.

3.4 Variabel Penelitian

Variabel penelitian adalah semua subjek yang dilakukan dalam objek penelitian, ditentukan oleh peneliti untuk dipelajari sampai didapatkan penjelasan dan kesimpulannya (Sugiyono, 2013).

Dalam penelitian ini, variabel yang diteliti antara lain:

Variabel Kendali:

- 1) $S(t)$ = Taraf persediaan pada waktu t .
- 2) $C(t)$ = Rata-rata produksi pada waktu t .
- 3) $a(S(t))$ = Rata-rata biaya penyimpanan sesuai dengan $S(t)$
- 4) $b(C(t))$ = Rata-rata biaya produksi sesuai dengan $C(t)$

Variabel Pendukung:

- 1) S_0 = Taraf persediaan awal pada waktu t .
- 2) \hat{S} = Taraf persediaan tujuan.
- 3) C_0 = Taraf produksi awal pada waktu t .
- 4) \hat{C} = Taraf produksi tujuan pada waktu t .
- 5) $D(t)$ = Rata-rata permintaan pada waktu t .
- 6) $n(t)$ = Rata-rata fungsi peningkatan pada waktu t .
- 7) $\alpha(t, S(t))$ = Rata-rata kemerosotan pada waktu t sesuai dengan $S(t)$.
- 8) $u(t)$ = Selisih dari fungsi rata-rata peningkatan dan penurunan.
- 9) T = Panjang rencana dalam waktu tertentu.
- 10) N = Taraf persediaan maksimum
- 11) λ = Konstanta non negatif biaya diskon.
- 12) $\mu \geq 0; \mu y \geq 0$ = Biaya positif produksi per unit.
- 13) H = Fungsi Hamilton.

- 14) L = Fungsi Lagrange.
 15) J = Fungsi Tujuan.

3.5 Prosedur Penelitian

Penelitian dilakukan dengan prosedur yang kemudian dijelaskan kedalam delapan tahapan. Prosedur penelitian dimulai dengan langkah awal yaitu identifikasi masalah dan berakhir setelah menemukan kesimpulan serta saran, dengan sembilan tahapan yaitu sebagai berikut:

- 1) Data dikumpulkan pada PT. Industri *Plywood* Tjipta Rimba Djaja, kemudian disajikan kedalam beberapa bentuk tabel untuk mengetahui data yang sesuai dengan variabel-variabel yang dibutuhkan. Meliputi: data persediaan, data produksi, data permintaan, data biaya penyimpanan persediaan, dan data biaya produksi dimulai Mei 2020 sampai dengan April 2021.
- 2) Membentuk model persamaan diferensial dinamik, melalui persamaan berikut:

$$\dot{S} = C(t) + u(t)S(t) \quad t \in [0, t_1]$$

- 3) Membentuk model fungsi tujuan, melalui persamaan berikut:

$$J = \frac{1}{2} \int_0^t \left\{ a[S(t) - \hat{S}]^2 + b[C(t) - \hat{C}]^2 \right\} dt$$

- 4) Mendefinisikan dengan persamaan *Hamilton*, sehingga terbentuk persamaan berikut:

$$H = -\frac{1}{2} \left[a(S - \hat{S})^2 + b(C - \hat{C})^2 \right] + \lambda y \quad \text{dengan } y = C + uS$$

- 5) Mendefinisikan dengan persamaan *Lagrange*, sehingga terbentuk persamaan berikut:

$$L = -\frac{1}{2} \left[a(S - \hat{S})^2 + b(C - \hat{C})^2 \right] + (\lambda + \mu)y \quad \text{dengan } y = C + uS$$

- 6) Membuktikan syarat kondisi optimal dari persamaan *Hamilton* dan *Lagrange*, dinyatakan sebagai berikut:

$$H_C = 0$$

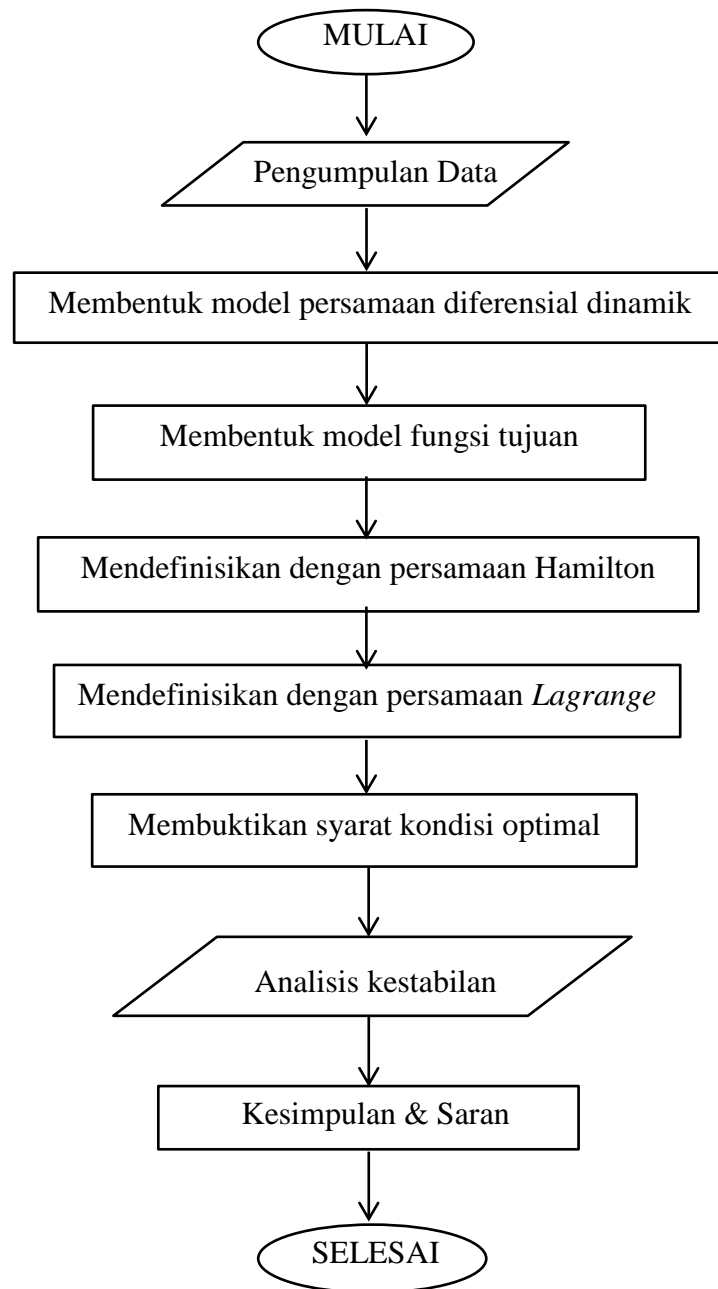
$$L_S = -\dot{\lambda}$$

$$L_C = 0$$

$$\mu \geq 0; \mu y \geq 0$$

- 7) Dari pembuktian syarat kondisi optimal, diasumsikan pada dua kasus dalam bentuk solusi eksplisit.
- 8) Melakukan analisa kestabilan, analisa kestabilan diukur melalui penyelesaian dari bentuk eksplisit untuk mencari tingkat persediaan optimal.
- 9) Membuat kesimpulan dan Saran.

3.6 Kerangka Penelitian



Gambar 3.1 Diagram Alir Prosedur Penelitian

BAB IV

HASIL DAN PEMBAHASAN

4.1 Hasil Penelitian

4.1.1 Pengumpulan Data

Pengumpulan data pada penelitian ini terbagi atas beberapa data, mulai Mei 2020 sampai dengan April 2021. Data sekunder diperoleh dari PT. Industri *Plywood* Tjipta Rimba Djaja disajikan melalui tabel berikut:

Tabel 4.1 Data Persediaan *Plywood*

No	Bulan	Tahun	Persediaan (dalam m^3)		
			Bahan Baku	Produksi	Produk Jadi
1	Mei	2020	832,23 m^3	418,48 m^3	187,01 m^3
2	Juni	2020	322,07 m^3	402,82 m^3	117,88 m^3
3	Juli	2020	328,24 m^3	180,47 m^3	316,73 m^3
4	Agustus	2020	318,83 m^3	154,72 m^3	428,06 m^3
5	September	2020	188,41 m^3	164,80 m^3	21,97 m^3
6	Oktober	2020	504,58 m^3	254,67 m^3	80,37 m^3
7	November	2020	1.035,33 m^3	355,38 m^3	254,16 m^3
8	Desember	2020	152,23 m^3	400,39 m^3	43,31 m^3
9	Januari	2021	290,16 m^3	196,38 m^3	21,71 m^3
10	Februari	2021	782,48 m^3	403,05 m^3	217,40 m^3
11	Maret	2021	706,76 m^3	500,27 m^3	331,57 m^3
12	April	2021	1.156,17 m^3	546,97 m^3	389,25 m^3
Jumlah Persediaan			6.617,50 m^3	3.978,40 m^3	2.409,42 m^3
Total Persediaan			13.005,32 m^3		
Persediaan Tujuan			13.678,48 m^3		

Sumber: Data Sekunder PT. Industri *Plywood* Tjipta Rimba Djaja

Dengan melihat Tabel 4.1 data persediaan dari Mei 2020 sampai dengan April 2021, meliputi: persediaan bahan baku (mentah), produksi (bahan jadi dalam proses), produk jadi *plywood* siap jual sebanyak $13.005,32 \text{ m}^3$, dengan target persediaan tujuan selama 12 bulan sebanyak $13.678,48 \text{ m}^3$. Persediaan tersebut digunakan untuk memproduksi *plywood*, seperti yang tersaji pada tabel berikut:

Tabel 4.2 Data Produksi *Plywood*

No	Bulan	Tahun	Produksi	
			Produksi (Bahan Jadi dalam Proses)	Produk Jadi <i>Plywood</i>
1	Mei	2020	418,48 m^3	187,01 m^3
2	Juni	2020	402,82 m^3	117,88 m^3
3	Juli	2020	180,47 m^3	316,73 m^3
4	Agustus	2020	154,72 m^3	428,06 m^3
5	September	2020	164,80 m^3	21,97 m^3
6	Oktober	2020	254,67 m^3	80,37 m^3
7	November	2020	355,38 m^3	254,16 m^3
8	Desember	2020	400,39 m^3	43,31 m^3
9	Januari	2021	196,36 m^3	21,71 m^3
10	Februari	2021	403,05 m^3	217,40 m^3
11	Maret	2021	500,27 m^3	331,57 m^3
12	April	2021	546,97 m^3	389,25 m^3
Jumlah Produksi			3.978,40 m^3	2.409,42 m^3
Total Rata-Rata Produksi			532,32 m^3	
Produksi Tujuan			2.384,66 m^3	

Sumber: Data Sekunder PT. Industri *Plywood* Tjipta Rimba Djaja

Berdasarkan Tabel 4.2 terlihat data produksi *plywood* di PT. Industri *Plywood* Tjipta Rimba Djaja, meliputi: produksi (bahan jadi dalam proses), dan produk jadi *plywood* yang tersedia dalam gudang sebanyak $532,32m^3$ dengan aktivitas produksi yang terus dilaksanakan hingga mencapai target produksi tujuan sebanyak $2.384,66m^3$. Aktivitas produksi yang dilaksanakan pada PT. Industri *Plywood* Tjipta Rimba Djaja bertujuan untuk dapat memenuhi setiap permintaan yang masuk, permintaan terhadap kayu lapis *plywood* atau tripleks berasal dari dalam negeri dan luar negeri. Seperti yang tersaji pada tabel berikut:

Tabel 4.3 Data Permintaan *Plywood* (*Export* dan Lokal)

No	Bulan	Tahun	Permintaan	
			<i>Export</i>	Lokal
1	Mei	2020	98,59 m^3	0,00 m^3
2	Juni	2020	0,00 m^3	0,00 m^3
3	Juli	2020	173,61 m^3	0,00 m^3
4	Agustus	2020	0,00 m^3	0,00 m^3
5	September	2020	0,00 m^3	5,36 m^3
6	Oktober	2020	80,37 m^3	0,00 m^3
7	November	2020	0,00 m^3	0,00 m^3
8	Desember	2020	0,00 m^3	5,36 m^3
9	Januari	2021	58,05 m^3	1,61 m^3
10	Februari	2021	300,06 m^3	22,09 m^3
11	Maret	2021	0,00 m^3	42,99 m^3
12	April	2021	704,79 m^3	0,00 m^3
Jumlah Permintaan			1.415,47 m^3	77,41 m^3
Total Rata-Rata Permintaan			124,40 m^3	

Sumber: Data Sekunder PT. Industri *Plywood* Tjipta Rimba Djaja

Berdasarkan Tabel 4.3 terlihat data permintaan terhadap *plywood* di PT. Industri *Plywood* Tjipta Rimba Djaja. Permintaan tersebut berasal dari dalam negeri dan luar negeri dengan jumlah rata-rata dari permintaan sebanyak $124,40m^3$. Kuantitas permintaan terhadap *plywood* berbeda-beda setiap bulannya, dengan biaya penyimpanan dan biaya produksi yang dikeluarkan oleh perusahaan seperti yang tersaji pada tabel berikut:

Tabel 4.4 Data Biaya Penyimpanan dan Produksi *Plywood*

No	Bulan	Tahun	Biaya	
			Penyimpanan	Produksi
1	Mei	2020	Rp.15.001.437	Rp.600.605.490
2	Juni	2020	Rp.15.000.842	Rp.600.520.700
3	Juli	2020	Rp.15.000.835	Rp.600.497.200
4	Agustus	2020	Rp.15.000.955	Rp.600.582.780
5	September	2020	Rp. 15.000.375	Rp.600.186.770
6	Oktober	2020	Rp. 15.000.839	Rp.600.335.040
7	November	2020	Rp. 15.001.644	Rp.601.609.540
8	Desember	2020	Rp. 15.000.595	Rp.600.443.700
9	Januari	2021	Rp. 15.002.508	Rp.600.218.070
10	Februari	2021	Rp. 15.000.698	Rp.600.620.450
11	Maret	2021	Rp. 15.001.538	Rp.600.831.840
12	April	2021	Rp. 15.002.092	Rp.600.936.220
Jumlah Biaya			Rp. 180.012.360	Rp.7.206.333.792
Total Rata-Rata Biaya			Rp.15.001.030	Rp.600.527.816

Sumber: Data Sekunder PT. Industri *Plywood* Tjipta Rimba Djaja

Berdasarkan Tabel 4.4 terlihat bahwa biaya persediaan dan biaya produksi pada PT. Industri *Plywood* Tjipta Rimba Djaja, mengalami ketidakstabilan. Dimana biaya yang dikeluarkan bergantung pada kuantitas persediaan dan aktivitas produksi yang dilaksanakan perusahaan. Sehingga diperoleh rata-rata biaya

penyimpanan persediaan selama 12 bulan sebanyak Rp.15.001.030 dan rata-rata biaya produksi sebanyak Rp.600.527.816.

4.1.2 Pengolahan Data

Berdasarkan data yang telah diperoleh pada PT. Industri *Plywood* Tjipta Rimba Djaja, diketahui sebagai berikut:

- 1) $(S(12)) = 13.005,32m^3$
- 2) $(S_0) = 832,23m^3$
- 3) $(N) = 2.121,20m^3$
- 4) $(n(12)) = 505,40m^3$
- 5) $(\alpha(12)) = 30,40m^3$
- 6) $(u(12)) = 475m^3$
- 7) $(a(S(12))) = \text{Rp.}15.001.030$
- 8) $(C(12)) = 532,32m^3$
- 9) $(C_0) = 418,48m^3$
- 10) $(\hat{C}) = 198,72m^3$
- 11) $(b(C(12))) = \text{Rp.}600.527.816.$

4.2 Pembahasan

4.2.1 Model Kendali Optimal Pada Persediaan

Penelitian ini membahas teori kendali optimal pada masalah persediaan yang mengalami peningkatan, dilakukan dengan langkah-langkah sebagai berikut:

- 1) Membentuk model persamaan diferensial dinamik.

Model diferensial dinamik pada persamaan (2.2) yang disesuaikan dengan variabel penelitian, menghasilkan persamaan berikut:

$$\begin{aligned}
\dot{S}(t) &= C(t) + u(t)S(t) & t \in [0, t_1] \\
\dot{S}(t) &= C(t) + (n(t) - \alpha(t))S(t) & t \in [0, t_1] \\
\dot{S}(12) &= 532,32 + (505,40 - 30,40)(13.005,32) & t \in [0, 12] \\
&= 6.178.062,32
\end{aligned} \tag{4.1}$$

Diperoleh nilai $\dot{S}(12)$ sebesar 6.178.062,32 bernilai tidak negatif, dengan dinotasikan $S(t) = S$ dan $C(t) = C$.

2) Membentuk taksiran model fungsi tujuan.

Taksiran model fungsi tujuan dari persamaan (2.5) yang disesuaikan dengan variabel penelitian, menghasilkan persamaan integral parsial terhadap (t) karena $\hat{S}(t) = \hat{S}$, $S(t) = S$, $\hat{C}(t) = \hat{C}$, $C(t) = C$ yang akan diuraikan berikut:

$$J = \frac{1}{2} \int_0^t \left\{ a \left[S(t) - \hat{S} \right]^2 + b \left[C(t) - \hat{C} \right]^2 \right\} dt \tag{4.2}$$

$$J = \frac{1}{2} \int_0^t a S^2(t) - 2a\hat{S}S(t) + a\hat{S}^2 + bC^2(t) - 2b\hat{C}C(t) + b\hat{C}^2 dt$$

$$J = \frac{1}{2} \int_0^t a S^2(t) - 2a\hat{S}S(t) + a\hat{S}^2(t) dt + \frac{1}{2} \int_0^t b C^2(t) - 2b\hat{C}C(t) + b\hat{C}^2 dt$$

$$J = \frac{1}{2} \left(\frac{2}{3} a S^3(t) - \frac{2}{2} a \hat{S} S^2(t) + a \hat{S}^2(t) + \frac{2}{3} b C^3(t) - \frac{2}{2} b \hat{C} C^2(t) + b C^2(t) \right)$$

$$J = \frac{1}{2} \left(\frac{2}{3} a S^3(t) - a \hat{S} S^2(t) + a \hat{S}^2(t) \right) + \frac{1}{2} \left(\frac{2}{3} b C^3(t) + b \hat{C}^2(t) - b \hat{C} C^2(t) \right)$$

$$J = \frac{1}{2} \left(\frac{2}{3} a S^3(t) - a \hat{S} S^2(t) + a S^2(t) \right) + \frac{1}{2} \left(\frac{2}{3} b C^3(t) - b \hat{C} C^2(t) + b C^2(t) \right) \Bigg|_0^{t=12}$$

$$\begin{aligned}
J &= \frac{1}{2} \left(\frac{2}{3} a S^3(12) - a \hat{S} S^2(12) + a \hat{S}^2(12) \right) - \frac{1}{2} \left(\frac{2}{3} a S^3(0) - a \hat{S} S^2(0) + a \hat{S}^2(0) \right) \\
&+ \frac{1}{2} \left(\frac{2}{3} b C^3(12) - b \hat{C} C^2(12) + b \hat{C}^2(12) \right) - \frac{1}{2} \left(\frac{2}{3} b C^3(0) - b \hat{C} C^2(0) + b C^2(0) \right)
\end{aligned}$$

$$\begin{aligned}
J &= \frac{1}{2} \left(\frac{2}{3} (15.001.030)(13.005,32)^3 - (15.001.030)(13.678,48)(13.005,32)^2 \right) \\
&\quad - \frac{1}{2} \left(\frac{2}{3} (15.001.030)(832,23)^3 - (15.001.030)(11.269,06)(832,23)^2 \right) \\
&\quad + \frac{1}{2} \left(\frac{2}{3} (600.527.816)(532,32)^3 - (600.527.816)(198,72)(532,32)^2 \right) \\
&\quad - \frac{1}{2} \left(\frac{2}{3} (600.527.816)(418,48)^3 - (600.527.816)(198,72)(418,48)^2 \right) \\
J &= \frac{1}{2} \left(\frac{2}{3} (32.867.260) - (3,4705) + (2,0520) \right) - \frac{1}{2} \left(\frac{2}{3} (8,6470) - (1,1710) + (1,9050) \right) \\
&\quad + \frac{1}{2} \left(\frac{2}{3} (9,0583) - (3,3815) + (2,3714) \right) - \frac{1}{2} \left(\frac{2}{3} (4,4010) - (2,0810) + (1,0516) \right) \\
J &= (11.010.531) - (3,2640) + (2,5294) - (0,9510) \\
&= 11.010.530
\end{aligned}$$

Diperoleh nilai dari fungsi tujuan J sebesar 11.010.530, bernilai tidak negatif. Sehingga dapat disimpulkan bahwa, nilai yang diperoleh dari persamaan (4.1) hingga persamaan (4.2) terbukti menjadi batasan tidak negatif.

3) Mendefinisikan persamaan *Hamilton*.

Persamaan *Hamilton* dibentuk berdasarkan persamaan (4.1) dan (4.2) yang disesuaikan dengan variabel penelitian, menghasilkan persamaan yang akan diuraikan berikut:

$$\begin{aligned}
H &= -\frac{1}{2} \left[a(S - \hat{S})^2 + b(C - \hat{C})^2 \right] + \lambda y \quad \text{dengan } y = C + uS \\
H &= -\frac{1}{2} \left[a(S - \hat{S})^2 + b(C - \hat{C})^2 \right] + b(\dot{S} - \hat{C} - uS)(C + uS) \quad (4.3) \\
H &= -\frac{1}{2} \left[a(S^2 - 2S\hat{S} + \hat{S}^2) + b(C^2 - 2C\hat{C} + \hat{C}^2) \right] + b(\dot{S} - \hat{C} - uS)(C + uS) \\
H &= -\frac{1}{2} \left[15.001.030 \left((13.005,32)^2 - (2)(13.005,32)(13.678,48) + (13.678,48)^2 \right) \right. \\
&\quad \left. + 600.527.816 \left((532,32)^2 - (2)(532,32)(198,72) + (198,72)^2 \right) \right] + (200.336.080)(6.178.062,32) \\
H &= -\frac{1}{2} \left[(15.001.030) \left((169.138.350) - (355.786.020) + (187.100.815) \right) \right. \\
&\quad \left. + (600.527.816) \left((283.364,60) - (211.565,30) + (39.489,64) \right) \right] + (1,2380) \\
H &= -\frac{1}{2} \left[(6.797.641.740) + (6,68321041) \right] + (1,2380) \\
H &= -3.398.820 + 1,2380 \\
H &= -3.398.820
\end{aligned}$$

Dengan mencari nilai λ terlebih dahulu dari persamaan berikut:

$$\begin{aligned}
\lambda &= b(\dot{S} - \hat{C} - uS) \\
&= 600.527.816 \left((6.178.062,32) - (198,72) - (475)(13.005,32) \right) \\
&= 600.527.816 \left((6.178.062,32) - (198,72) - (6.177.530) \right) \\
&= 600.527.816(333,6) \\
&= Rp.200.336.080
\end{aligned}$$

Dari uraian persamaan diatas, diperoleh nilai persamaan *Hamilton* sebesar - 3.398.820. Nilai tersebut tidak berpengaruh, dalam mencari tingkat persediaan optimal.

4) Mendefinisikan dengan persamaan *Lagrange*.

Persamaan *Lagrange* dibentuk dengan menyesuaikan variabel penelitian, menghasilkan persamaan yang akan diuraikan berikut:

$$L = -\frac{1}{2} \left[a(S - \hat{S})^2 + b(C - \hat{C})^2 \right] + (\lambda + \mu)y \quad \text{dengan } y = C + uS$$

$$L = -\frac{1}{2} \left[a(S^2 - 2S\hat{S} + \hat{S}^2) + b(C^2 - 2C\hat{C} + \hat{C}^2) \right] + (\lambda y + \mu y) \quad (4.4)$$

$$L = -\frac{1}{2} \left[15.001.030 \left((13.005,32)^2 - (2)(13.005,32)(13.678,48) + (13.678,48)^2 \right) \right] + \left((200.336.080)(6.178.062,32) + (0)(6.178.062,32) \right)$$

$$+ 600.527.816 \left((532,32)^2 - (2)(532,32)(198,72) + (198,72)^2 \right)$$

$$L = -\frac{1}{2} \left[(15.001.030) \left((169.138.350) - (355.786.020) + (187.100.815) \right) \right] + (1,2380)$$

$$+ (600.527.816) \left((283.364,60) - (211.565,30) + (39.489,64) \right)$$

$$L = -\frac{1}{2} \left[(6.797.641.740) + (6,68321041) \right] + (1,2380)$$

$$L = -3.398.820 + 1,2380$$

$$L = -3.398.820$$

Dari uraian diatas, diperoleh nilai dari persamaan *Lagrange* sebesar - 3.398.820. Nilai tersebut tidak berpengaruh untuk mencari tingkat persediaan optimal.

5) Membuktikan syarat kondisi optimal yang dibentuk dari persamaan *Hamilton* dan *Lagrange*, dinyatakan sebagai berikut:

a) Syarat pertama:

$$H_c = 0 \quad (4.5)$$

$$H = -\frac{1}{2} \left[a(S - \hat{S})^2 + b(C - \hat{C})^2 \right] + \lambda y$$

$$H_c = -\frac{1}{2} \left[\frac{a}{2}(S - \hat{S})^2 + \frac{b}{2}(C - \hat{C})^2 \right] + \lambda(C + uS) \quad t \in [0, T]$$

$$H_C = -b(C + \hat{C}) + \lambda = 0$$

$$\frac{\lambda}{b} = (C - \hat{C})$$

$$C = \hat{C} + \frac{\lambda}{b} \quad (4.6)$$

$$\begin{aligned} C &= 198,72 + \frac{200.336.080}{600.527.816} \\ &= \frac{119.336.890 + 200.336.080}{600.527.816} \\ &= 0,5323 \end{aligned}$$

Dari pembuktian pada persamaan (4.6) diperoleh nilai H_C sebesar $0,5323 = 0$, maka dapat disimpulkan bahwa nilai H_C memenuhi syarat kondisi optimal.

b) Syarat kedua

$$L_S = -\dot{\lambda} \quad (4.7)$$

$$L = -\frac{1}{2} \left[a(S - \hat{S})^2 + b(C - \hat{C})^2 \right] + (\lambda + \mu)y$$

$$L_S = -\frac{1}{2} \left[a(S^2 - \hat{S})^2 + \frac{b}{2}(C^2 - \hat{C})^2 \right] + (\lambda + \mu)(C + uS) \quad t \in [0, T]$$

$$L_S = -a(S - \hat{S}) + u(\lambda + \mu)$$

$$-\dot{\lambda} = -a(S - \hat{S}) + u(\lambda + \mu) \quad (4.8)$$

$$\dot{\lambda} = a(S - \hat{S}) - u(\lambda + \mu)$$

$$\begin{aligned} \dot{\lambda} &= (15.001.030)(13.005,32 - 13.678,48) - (475)(200.336.080 + 0) \\ &= -10.098.093 - 95.159.640 \\ &= -105.257.733 \end{aligned}$$

Dari pembuktian pada persamaan (4.8) diperoleh nilai L_S sebesar $-105.257.733 = -$, maka dapat disimpulkan bahwa nilai L_S memenuhi syarat kondisi optimal.

c) Syarat ketiga

$$L_c = 0 \quad (4.9)$$

$$L = -\frac{1}{2} \left[a(S - \hat{S})^2 + b(C - \hat{C})^2 \right] + (\lambda + \mu)y$$

$$L_c = -\frac{1}{2} \left[\frac{a}{2}(S^2 - \hat{S})^2 + \frac{b}{2}(C^2 - \hat{C})^2 \right] + (\lambda + \mu)(C + uS) \quad t \in [0, T]$$

$$L_c = -b(C - \hat{C}) + (\lambda + \mu) = 0$$

$$0 = b(C - \hat{C}) - (\lambda + \mu) \quad (4.10)$$

$$= 600.527.816(532,32 - 198,72) - (200.336.080 + 0)$$

$$= 200.336.080 - 200.336.080$$

$$= 0$$

Dari pembuktian persamaan (4.10) diperoleh nilai L_c sebesar $0 = 0$, maka dapat disimpulkan bahwa nilai L_c memenuhi syarat kondisi optimal.

d) Syarat keempat

$$\mu \geq 0, \mu y \geq 0 \quad (4.11)$$

Dari penggabungan antara persamaan (4.11) hingga persamaan (4.2) diimplikasikan bahwa $\mu = 0$. Dikarenakan apabila persamaan (4.6) dan persamaan (4.1) berada pada waktu $t \in [0, t_1]$, maka akan membentuk $\mu \geq 0, \mu y \geq 0$.

Dilanjutkan dengan mensubstitusikan persamaan (4.6) kedalam persamaan (4.1), sedemikian sehingga dibentuk persamaan berikut:

$$\begin{aligned}
\dot{S} &= C + uS \\
\dot{S} &= \frac{\lambda}{b} + \hat{C} \\
\dot{S} &= \left(\hat{C} + \frac{\lambda}{b} \right) + uS
\end{aligned} \tag{4.12}$$

Dilanjutkan dengan menurunkan persamaan (4.12) terhadap t , sehingga terbentuk persamaan berikut:

$$\begin{aligned}
\frac{d}{dt}(\dot{S}) &= \frac{d}{dt} \left(\hat{C} + \frac{\lambda}{b} + uS \right) \\
\ddot{S} &= \frac{\dot{\lambda}}{b} + \dot{u}S + u\dot{S}
\end{aligned} \tag{4.13}$$

Substitusi persamaan (4.8) kedalam persamaan (4.12) dan persamaan (4.13) sehingga terbentuk persamaan berikut:

$$\ddot{S} = \frac{a(S - \hat{S}) - (\lambda + \mu)u}{b} + \dot{u}S + u \left(\left(\hat{C} + \frac{\lambda}{b} \right) + uS \right) \tag{4.14}$$

Substitusi persamaan (4.10) kedalam persamaan (4.6) dan persamaan (4.14) sehingga terbentuk uraian persamaan berikut:

$$\begin{aligned}
\ddot{S} &= \frac{a(S - \hat{S})}{b} - \left(\frac{b(C - \hat{C})u}{b} \right) + \dot{u}S + u \left(\hat{C} + \frac{b(C - \hat{C})}{b} + uS \right) \\
\ddot{S} &= \frac{a(S - \hat{S})}{b} - (C - \hat{C})u + \dot{u}S + u \left(\hat{C} + (C - \hat{C}) + uS \right) \\
\ddot{S} - \frac{a}{b}S - \dot{u}S - u^2S &= -\frac{a}{b}\hat{S} - uC + u\hat{C} + \hat{C} + u\frac{\lambda}{b} + u\hat{C}
\end{aligned} \tag{4.15}$$

Substitusi persamaan (4.6) yaitu $C = \frac{\lambda}{b} + \hat{C}$ atau $\frac{\lambda}{b} = C - \hat{C}$ kedalam persamaan (4.15), sedemikian sehingga:

$$\ddot{S} - \frac{a}{b}S - \dot{u}S - u^2S = -\frac{a}{b}\hat{S} - uC + u\hat{C} + \hat{C} + u(C - \hat{C}) + u\hat{C}$$

$$\ddot{S} - \left(\frac{a}{b} + \dot{u} + u^2 \right) S = -\frac{a\hat{S}}{b} + u\hat{C} \quad (4.16)$$

Selanjutnya untuk menentukan taraf persediaan optimal (S), persamaan rata-rata produksi yang optimal (C), selisih antara rata-rata fungsi peningkatan dan rata-rata fungsi penurunan (u) dapat diperoleh dari solusi persamaan (4.16). Untuk memperoleh solusi dari persamaan (4.16), maka akan dilakukan pengamatan pada dua kasus dalam bentuk solusi eksplisit, yaitu solusi persamaan diferensial biasa dengan fungsi yang variabel bebas dan tidak bebas dapat dibedakan dengan jelas.

6) Mengasumsikan pada dua kasus dalam bentuk solusi eksplisit.

Solusi eksplisit dibentuk dari persamaan (4.16), sedemikian sehingga:

a) Fungsi u adalah Konstanta

Pada saat fungsi u dalam bentuk konstanta dapat dilihat pada persamaan diferensial (4.16) sehingga terbentuk persamaan berikut:

$$\ddot{S} - \left(\frac{a}{b} + u^2 \right) S = -\frac{a\hat{S}}{b} + u\hat{C} \quad (4.17)$$

Persamaan (4.17) merupakan persamaan diferensial orde dua nonhomogen. Tahapan pertama yang harus dilakukan untuk menyelesaikan persamaan (4.17) adalah dengan memilih penyelesaian umum pada persamaan homogen, sehingga terbentuk persamaan karakteristik berikut:

$$\ddot{S} - \left(\frac{a}{b} + u^2 \right) S = 0 \quad (4.18)$$

Persamaan (4.18) diselesaikan dengan cara mengasumsikan $S = e^{rt}$, $\dot{S} = re^{rt}$, $\ddot{S} = r^2 e^{rt}$, sehingga terbentuk persamaan karakteristik berikut:

$$\begin{aligned}
r^2 - \left(\frac{a}{b} + u^2\right) &= 0 & (4.19) \\
&= (475)^2 - \left(\frac{(15.001.030)}{(600.527.816)} + (475)^2\right) = 0 \\
&= (225.625) - \left(\frac{15.001.030 + 1,3550}{600.527.816}\right) \\
&= (225.625) - (0,0250) \\
&= 225.624,980
\end{aligned}$$

Dari persamaan (4.19) diasumsikan bahwa nilai $a = 1$, $b = 0$, dan $c = -\left(\frac{a}{b} + u^2\right)$, akan digunakan untuk menyelesaikan persamaan diferensial orde dua homogen, melalui bentuk persamaan karakteristik (4.19) sehingga terbentuk nilai diskriminan untuk persamaan (4.19) sebagai berikut:

$$\begin{aligned}
D &= b^2 - 4ac \\
&= -4 \cdot 1 - \left(\frac{a}{b} + u^2\right) \\
&= 4 \left(\frac{a}{b} + u^2\right)
\end{aligned}$$

Nilai diskriminan yang diperoleh adalah $D > 0$, maka diperoleh penyelesaian untuk persamaan diferensial yaitu dengan akar real berlainan. Sehingga terbentuk persamaan berikut:

$$\begin{aligned}
r_{1,2} &= \frac{-b \pm \sqrt{D}}{2a} \\
&= \frac{\pm \sqrt{4 \left(\frac{a}{b} + u^2\right)}}{2} \\
&= \frac{\pm 2 \sqrt{\left(\frac{a}{b} + u^2\right)}}{2} \\
&= \pm \sqrt{\left(\frac{a}{b} + u^2\right)}
\end{aligned}$$

Sehingga didapatkan :

$$r_1 = \sqrt{\left(\frac{a}{b} + u^2\right)} = r$$

$$r = \sqrt{\left(\frac{15.001.030}{600.527.816} + (475)^2\right)}$$

$$r = \sqrt{\left(\frac{15.001.030}{600.527.816} + (225.625)\right)}$$

$$r = \sqrt{0,02497974 + 225.625}$$

$$r = 475$$

Dan

$$r_2 = -\sqrt{\left(\frac{a}{b} + u^2\right)} = -r$$

$$-r = -\sqrt{\left(\frac{15.001.030}{600.527.816} + (475)^2\right)}$$

$$-r = -\sqrt{\left(\frac{15.001.030}{600.527.816} + (225.625)\right)}$$

$$-r = -\sqrt{0,02497974 + 225.625}$$

$$-r = -475$$

Untuk solusi persamaan (4.19) menghasilkan persamaan untuk menganalisa kestabilan tingkat persediaan berikut:

$$S(t) = F_{11}e^{rt} + F_{12}e^{-rt} + Q_1(t) \quad t \in [0, T] \quad (4.20)$$

$$\begin{aligned} S(12) &= (159,0384)e^{475} + (1.166,1551)e^{-475} + (13,6784) \\ &= (159,0384)(1,9493) + (1.166,1551)(5,1300) + (13,6784) \\ &= (310,0140) + (5.982,3760) + (13,6784) \\ &= 6.306,0684 \end{aligned}$$

Dari persamaan (4.20) diperoleh nilai $S(12)$ untuk tingkat persediaan optimal sebesar 6.306,0684. Nilai tersebut merupakan nilai optimal yang dibutuhkan

untuk mengoptimalkan masalah persediaan yang mengalami peningkatan di PT. Industri *Plywood* Tjipta Rimba Djaja.

Dimana $Q_1(t)$ merupakan solusi tambahan untuk persamaan nonhomogen dari persamaan (4.17) maka diperoleh:

$$\begin{aligned} Q_1(t) &= \frac{a\hat{S} - uaC}{a + bu^2} \\ Q_1(12) &= \frac{(15.001.030)(13.678,48) - (475)(600.527.816)(198,72)}{(15.001.030) + (600.527.816)(475)^2} \\ &= \frac{(205.191.290) - (5,6690)}{15.001.031} \\ &= \frac{205.191.284}{15.001.031} \\ &= 13,6784 \end{aligned}$$

Selanjutnya, untuk menentukan $(C(t))$ dari kondisi $S(0) = S_0$ dan $S(t_1) = N$ pada persamaan (4.20), sehingga terbentuk persamaan berikut:

Untuk nilai $t \in [0, T]$, $S(0) = F_{11}e^{r_0} + F_{12}e^{-r_0} + Q_1(0) = S_0$ maka:

a. Untuk $t = 0$ diperoleh:

$$S_0 = F_{11}(1) + F_{12}(1) + Q_1(0)$$

b. Untuk $t = t_1$ diperoleh:

$$N = F_{11}e^{r_1} + F_{12}e^{-r_1} + Q_1(t_1)$$

Untuk menyelesaikan persamaan diatas, dapat n menggunakan sifat matriks

$A = Bx + C$, maka diperoleh:

$$\begin{pmatrix} S_0 \\ N \end{pmatrix} = \begin{pmatrix} 1 & 1 \\ e^{r_1} & e^{-r_1} \end{pmatrix} \begin{pmatrix} F_{11} \\ F_{12} \end{pmatrix} + \begin{pmatrix} Q_1(0) \\ Q_1(t_1) \end{pmatrix}$$

Nilai $x = B^{-1}(A - C)$ F_{11} dan F_{12} dapat diselesaikan dengan menggunakan cara matriks sebagai berikut:

$$\begin{pmatrix} F_{11} \\ F_{12} \end{pmatrix} = \frac{1}{e^{-r_1} - e^{r_1}} \begin{pmatrix} e^{-r_1} & -1 \\ -e^{-r_1} & 1 \end{pmatrix} \begin{pmatrix} S_0 \\ N \end{pmatrix} - \begin{pmatrix} Q_1(0) \\ Q_1(t_1) \end{pmatrix}$$

$$\begin{pmatrix} F_{11} \\ F_{12} \end{pmatrix} = \frac{1}{e^{-r_1} - e^{r_1}} \begin{pmatrix} e^{-r_1} & -1 \\ -e^{-r_1} & 1 \end{pmatrix} \begin{pmatrix} S_0 - Q_1(0) \\ N - Q_1(t_1) \end{pmatrix}$$

$$\begin{pmatrix} F_{11} \\ F_{12} \end{pmatrix} = \frac{1}{e^{-r_1} - e^{r_1}} \begin{pmatrix} e^{-r_1} (S_0 - Q_1(0) - N - Q_1(t_1)) \\ -e^{-r_1} (S_0 - Q_1(0) + S_0 - Q_1(0)) \end{pmatrix}$$

Sehingga diperoleh bentuk persamaan berikut:

$$\begin{aligned} F_{11} &= \frac{e^{-r_1} (S_0 - Q_1(0)) - (N - Q_1(t_1))}{e^{-r_1} - e^{r_1}} \\ &= \frac{e^{(-475)} ((832, 23) - (10, 5671)) - ((2.121, 20) - (13, 6784))}{e^{(-475)} - e^{(475)}} \\ &= \frac{(1,9493)(821,6630) - (2.107,5216)}{(1,9493) - (5,1300)} \\ &= \frac{1.601,6680 - 2.107,5216}{-3,1807} \\ &= 159,0384 \\ F_{12} &= \frac{-e^{r_1} (S_0 - Q_1(0)) + (N - Q_1(t_1))}{e^{-r_1} - e^{r_1}} \\ &= \frac{e^{(-475)} ((832, 23) - (10, 5671)) + ((2.121, 20) - (13, 6784))}{e^{(-475)} - e^{(475)}} \\ &= \frac{(1,9493)(821,6630) + (2.107,5216)}{(1,9493) - (5,1300)} \\ &= \frac{1.601,6680 + 2.107,5216}{-3,1807} \\ &= 1.166,1551 \end{aligned}$$

Berdasarkan persamaan (4.12) dengan persamaan (4.20) diperoleh persamaan yang akan diuraikan berikut:

$$\begin{aligned}
\lambda &= a(\dot{S} - \hat{C} - uS) \\
\lambda &= a(rF_{11}e^{rt} - rF_{12}e^{-rt} + \dot{Q}_1(t)) - \hat{C} - u(F_{11}e^{rt} + F_{12}e^{-rt} + Q_1(t)) \\
\lambda &= a(rF_{11}e^{rt} - rF_{12}e^{-rt} + \dot{Q}_1(t)) - \hat{C} - (uF_{11}e^{rt} + uF_{12}e^{-rt} + uQ_1(t)) \\
\lambda &= a(rF_{11}e^{rt} - rF_{12}e^{-rt} + \dot{Q}_1(t)) - \hat{C} - uF_{11}e^{rt} - uF_{12}e^{-rt} - uQ_1(t) \\
\lambda &= a(F_{11}(r-u)e^{rt} - F_{12}(r+u)e^{-rt} + \dot{Q}_1 - \hat{C} - uQ_1) \tag{4.21}
\end{aligned}$$

Dari persamaan (4.12) disubstitusikan kedalam persamaan (4.21) sedemikian sehingga diperoleh:

$$\begin{aligned}
C(t) &= \hat{C} + (F_{11}(r-u)e^{rt} - F_{12}(r+u)e^{-rt} + \dot{Q}_1(t) - \hat{C} - u(Q_1(t))) \tag{4.22} \\
&= (198,72) + \left(\begin{array}{l} (159,0384)(475-475)e^{475} - (1.661,1551)(475+475)e^{-475} \\ + (0) - (198,72) - (475)(13,6784) \end{array} \right) \\
&= (198,72) + ((-5.683.260) - (198,72) - (6.497,24)) \\
&= (198,72) + (-5.689.960) \\
&= -5.689.761
\end{aligned}$$

b) Fungsi $\frac{a}{b} + \dot{u} + u^2$ adalah Konstanta

Jika fungsi $\frac{a}{b} + \dot{u} + u^2$ dalam bentuk konstan, maka diasumsikan sebagai berikut:

$$\begin{aligned}
\frac{a}{b} + \dot{u} + u^2 &= k_1^2 \tag{4.23} \\
&= \frac{(15.001.030)}{(600.527.816)} + (0) + (475)^2 = k_1^2 \\
&= \frac{(15.001.030)}{(600.527.816)} + (225,625) = k_1^2 \\
&= \left(\frac{15.001.030 + 1,3550}{600.527.816} \right) = k_1^2 \\
&= 0,0250 = k_1^2
\end{aligned}$$

Dari persamaan diferensial pada persamaan (4.16) akan berubah, sehingga terbentuk persamaan berikut:

$$\ddot{S} - (k_1^2)S = -\frac{a\hat{S}}{b} + u\hat{C} \quad t \in [0, t_1] \quad (4.24)$$

Untuk memperoleh persamaan diferensial orde dua nonhomogen, dilakukan penyelesaian dari persamaan (4.23) dengan menghitung nilai u terlebih dahulu untuk mendapatkan persamaan (4.24). Pada persamaan (4.23) diasumsikan

$k_1^2 - \frac{a}{b} = z^2$, sehingga terbentuk persamaan berikut:

$$\frac{a}{b} + \dot{u} + u^2 = k_1^2$$

$$\dot{u} + u^2 = k_1^2 - \frac{a}{b}$$

Diasumsikan $\dot{u} + u^2 = z^2$ maka:

$$k_1^2 - \frac{a}{b} = z^2$$

Selanjutnya diselesaikan persamaan $\dot{u} + u^2 = z^2$ sebagai berikut:

$$\dot{u} = z^2 - u^2$$

$$\frac{du}{dt} = z^2 - u^2$$

$$\frac{du}{z^2 - u^2} = dt$$

Bentuk tersebut dapat diselesaikan dengan mengintegrasikan kedua ruas, sehingga diperoleh bentuk persamaan untuk rata-rata kenaikan produksi yaitu:

$$u(t) = \frac{z(e^{2zt} + 1)}{(e^{2zt} - 1)}$$

Substitusikan $u(t)$ kedalam persamaan (4.24) sehingga terbentuk persamaan berikut:

$$\ddot{S} - (k_1^2)S = \frac{-a\hat{S}}{b} + \frac{z(e^{2zt} + 1)}{(e^{2zt} - 1)}\hat{C} \quad (4.25)$$

Persamaan (4.25) merupakan diferensial orde dua nonhomogen, tahapan pertama yang perlu dilakukan untuk menyelesaikan persamaan (4.25) yaitu dengan menentukan penyelesaian umum untuk persamaan homogen sehingga akan terbentuk persamaan karakteristiknya berikut:

$$\begin{aligned} r^2 - (k_1^2) &= 0 & (4.26) \\ &= (475)^2 - (0,0250) \\ &= 225.624,980 \end{aligned}$$

Dari persamaan (4.26) diasumsikan nilai $a = 1$, $b = 0$, $c = -(k_1^2)$ untuk menyelesaikan persamaan differensial orde dua homogen dengan persamaan karakteristik pada persamaan (4.26) . sehingga dibentuk nilai diskriminan berikut:

$$\begin{aligned} D &= b^2 - 4ac \\ &= (-4)(1) - (k_1^2) \\ &= 4k_1^2 \end{aligned}$$

Nilai diskriminan yang diperoleh adalah $D > 0$, maka diperoleh penyelesaian untuk persamaan diferensial yaitu dengan akar real berlainan. Sehingga terbentuk persamaan berikut:

$$\begin{aligned}
r_{1,2} &= \frac{-b \pm \sqrt{D}}{2a} \\
&= \frac{\pm \sqrt{4k_1^2}}{2} \\
&= \frac{\pm 2k_1}{2} \\
&= \pm k_1
\end{aligned}$$

Sehingga diperoleh akar-akar persamaan yaitu $r_1 = k_1$ dan $r_2 = -k_1$ untuk menyelesaikan persamaan (4.26) berikut:

$$S(t) = F_{11}e^{k_1 t} + F_{12}e^{-k_1 t} + Q(t) \quad (4.27)$$

$$\begin{aligned}
S(12) &= (678,9420)e^{4745} + (-637,5910)e^{-475} + (9,2832) \\
&= (678,9420)(1,9493) + (-637,5910)(1,9493) + (9,2832) \\
&= (1.323,4620) + (-1.242,8561) + (9,2832) \\
&= 83,8891
\end{aligned}$$

Dari persamaan (4.27) diperoleh nilai $S(t)$ tingkat persediaan sebesar 83,8891. Nilai tersebut tidak digunakan untuk menentukan tingkat persediaan optimal, karena tingkat persediaan yang digunakan adalah nilai dari kasus (a). Dimana $Q(t)$ digunakan untuk menyelesaikan persamaan nonhomogen dari persamaan (4.25), sehingga terbentuk persamaan berikut:

$$\begin{aligned}
Q(t) &= \frac{a\hat{S}}{bk_1^2} + u_1e^{k_1 t} + u_2e^{-k_1 t} \\
Q(12) &= \frac{(15.001.030)(13.678,48)}{(600.527.816)(0,0250)} + (2,5434)e^{475} + (0,9664)e^{-475} \\
&= \frac{205.191.290}{15.013.195} + (573.854,630) + (4,9580) \\
&= \frac{205.191.290 + 8.615.391 - 74.435.420,81}{15.013.195} \\
&= \frac{139.371.260,20}{15.013.195} \\
&= 9,2832
\end{aligned}$$

Kemudian diasumsikan dua fungsi yaitu \dot{u}_1 dan \dot{u}_2 dengan menggunakan determinan sebagai berikut:

$$\dot{u}_1 = \frac{W_1}{W} \quad \text{dan} \quad \dot{u}_2 = \frac{W_2}{W}$$

Bentuk determinan dari W_1 dan W_2 sebagai berikut:

$$W = \begin{pmatrix} g_1 & g_2 \\ g_1 & g_2 \end{pmatrix}$$

$$W_1 = \begin{pmatrix} 0 & g_2 \\ f(x) & g_2 \end{pmatrix}$$

$$W_2 = \begin{pmatrix} g_1 & 0 \\ g_1 & f(x) \end{pmatrix}$$

Diketahui $g_1 = e^{k_1 t}$ dan $f(x) = \frac{z(e^{2zt} + 1)}{(e^{2zt} - 1)} \hat{C}$ maka diperoleh determinan

sebagai berikut:

$$W = \begin{pmatrix} e^{k_1 t} & e^{-k_1 t} \\ k_1 e^{k_1 t} & -k_1 e^{-k_1 t} \end{pmatrix}$$

$$\begin{aligned} \det(W) &= (e^{k_1 t})(-k_1 e^{-k_1 t}) - (e^{-k_1 t})(k_1 e^{k_1 t}) \\ &= -2k_1 \end{aligned}$$

$$\begin{aligned} W &= \begin{pmatrix} e^{475} & e^{-475} \\ (475)e^{475} & (-475)e^{-475} \end{pmatrix} \\ &= (e^{475})(-475)e^{-475} - (e^{-475})(475)e^{475} \\ &= -950 \end{aligned}$$

$$\begin{aligned}
W_1 &= \begin{pmatrix} 0 & e^{-k_1 t} \\ z \frac{(e^{2z t} + 1)}{(e^{2z t} - 1)} \hat{C} & -k_1 e^{-k_1 t} \end{pmatrix} \\
&= - \left(e^{-k_1 t} \left(\frac{z (e^{2z t} + 1)}{e^{2z t} - 1} \hat{C} \right) \right) \\
&= - \left((e^{-475}) (471,0061) \right) \\
&= - \left((5,1300) (471,0061) \right) \\
&= -2.416,2612 \\
\dot{u}_1 &= \frac{W_1}{W} = \frac{-2.416,2612}{-950} \\
\dot{u}_1 &= 2,5434
\end{aligned}$$

$$\begin{aligned}
W_2 &= \begin{pmatrix} e^{k_1 t} & 0 \\ k_1 e^{k_1 t} & \frac{z (e^{2z t} + 1)}{(e^{2z t} - 1)} \hat{C} \end{pmatrix} \\
&= \left(e^{k_1 t} \left(\frac{z (e^{2z t} + 1)}{e^{2z t} - 1} \hat{C} \right) \right) \\
&= \left((e^{475}) (471,0061) \right) \\
&= \left((1,9493) (471,0061) \right) \\
&= 918,1321 \\
\dot{u}_2 &= \frac{W_2}{W} = \frac{918,1321}{-950} \\
\dot{u}_2 &= -0,9664
\end{aligned}$$

Untuk u_1 dan u_2 merupakan anti turunan dari u_1' dan u_2' , yaitu $u_1 = 2,5434$ dan $u_2 = -0,9664$.

Selanjutnya, untuk menentukan $(C(t))$ digunakan kondisi $S(0) = S_0$ dan $S(t_1) = N$ sehingga terbentuk persamaan berikut:

a. Untuk $t = 0$ diperoleh $S_0 = F_{11} + F_{12} + \frac{a\hat{S}}{bk_1^2}$

b. Untuk $t = t_1$ diperoleh

$$N = (F_{11} + u_1(t_1))e^{k_1 t_1} + (F_{12} + u_2(t_1))e^{-k_1 t_1} + \frac{a\hat{S}}{bk_1^2}$$

Nilai F_{11} dan F_{12} dapat diselesaikan dengan cara matriks sebagai berikut:

$$A = Bx + C$$

$$\begin{pmatrix} S_0 \\ N \end{pmatrix} = \begin{pmatrix} 1 & 1 \\ e^{k_1 t_1} & e^{-k_1 t_1} \end{pmatrix} \begin{pmatrix} F_{11} \\ F_{12} \end{pmatrix} + \begin{pmatrix} \frac{a\hat{S}}{bk_1^2} \\ u_1(t_1)e^{k_1 t_1} + u_2(t_1)e^{-k_1 t_1} + \frac{a\hat{S}}{bk_1^2} \end{pmatrix}$$

Maka nilai $x = B^{-1}(A - C)$ diperoleh:

$$F_{11} = \frac{-e^{k_1 t_1} \left(S_0 - \frac{a\hat{S}}{bk_1^2} \right) - \left(N - \left(u_1(t_1)e^{k_1 t_1} + u_2(t_1)e^{-k_1 t_1} + \frac{a\hat{S}}{bk_1^2} \right) \right)}{e^{-k_1 t_1} - e^{k_1 t_1}}$$

$$F_{11} = \frac{e^{-475} \left(832,23 - \frac{(15.001.030)(13.678,48)}{(600.527.816)(0,0250)} \right) - \left(2.121,20 - \left((2,5434)e^{475} + (0,9664)e^{-475} + \frac{(15.001.030)(13.678,48)}{(600.527.816)(0,0250)} \right) \right)}{e^{-475} - e^{475}}$$

$$F_{11} = \frac{(5,1300) \left(832,23 - \frac{205.191.290}{15.013.195} \right) - \left(2.121,20 - \left((2,5434)(1,9434) + (0,9664)(5,1300) + \frac{205.191.290}{15.013.195} \right) \right)}{(1,9434) - (5,1300)}$$

$$F_{11} = \frac{(5,1300) \left(\frac{12.494.431 - 205.191.290}{15.013.195} \right) - \left(2.121,20 - \left((4,9430) + (4,9580) + \frac{205.191.290}{15.013.195} \right) \right)}{-3,1866}$$

$$F_{11} = \frac{(5,1300) \left(\frac{-192.696.860}{15.013.195} \right) - (2.121,20) - \left(\frac{148.645.643 + 205.191.290}{15.013.195} \right)}{(-3,1866)}$$

$$F_{11} = \frac{(-65,8440) - (2.121,20 - 23,5683)}{-3,1866}$$

$$F_{11} = \frac{(-65,8840) - (2.097,6317)}{-3,1866}$$

$$F_{11} = 678,9420$$

$$F_{12} = \frac{-e^{k_1 t_1} \left(S_0 - \frac{a\hat{S}}{bk_1^2} \right) + \left(N - \left(u_1(t_1)e^{k_1 t_1} + u_2(t_1)e^{-k_1 t_1} + \frac{a\hat{S}}{bk_1^2} \right) \right)}{e^{-k_1 t_1} - e^{k_1 t_1}}$$

$$F_{12} = \frac{e^{-475} \left(832,23 - \frac{(15.001.030)(13.678,48)}{(600.527.816)(0,0250)} \right) + \left(2.121,20 - \left((2,5434)e^{475} + (0,9664)e^{-475} + \frac{(15.001.030)(13.678,48)}{(600.527.816)(0,0250)} \right) \right)}{e^{-475} - e^{475}}$$

$$F_{12} = \frac{(5,1300) \left(832,23 - \frac{205.191.290}{15.013.195} \right) + \left(2.121,20 - \left((2,5434)(1,9434) + (0,9664)(5,1300) + \frac{205.191.290}{15.013.195} \right) \right)}{(1,9434) - (5,1300)}$$

$$F_{12} = \frac{(5,1300) \left(\frac{12.494.431 - 205.191.290}{15.013.195} \right) + \left(2.121,20 - \left((4,9430) + (4,9580) + \frac{205.191.290}{15.013.195} \right) \right)}{-3,1866}$$

$$F_{12} = \frac{(5,1300) \left(\frac{-192.696.860}{15.013.195} \right) + (2.121,20) - \left(\frac{148.645.643 + 205.191.290}{15.013.195} \right)}{(-3,1866)}$$

$$F_{12} = \frac{(-65,8440) + (2.121,20 - 23,5683)}{-3,1866}$$

$$F_{12} = \frac{(-65,8840) + (2.097,6317)}{-3,1866}$$

$$F_{12} = -637,5910$$

Dari persamaan (4.12) substitusi kedalam persamaan (4.27) sehingga terbentuk persamaan berikut:

$$\begin{aligned}\lambda &= b(\dot{S} - \hat{C} - uS) \\ &= b\left((k_1 - u)[(F_{11} + u_1(t))]e^{k_1 t} - (k_1 + u)[(F_{12} + u_2(t))]e^{-k_1 t} - \dot{C} - \frac{a\hat{S}}{bk_1^2}u \right)\end{aligned}$$

Dari persamaan (4.27) substitusi kedalam persamaan (4.6) sehingga terbentuk persamaan berikut:

$$C(t) = ((k_1 - u(t))[(F_{11} + u_1(t))]e^{k_1 t} - (k_1 + u(t))[(F_{12} + u_2(t))]e^{-k_1 t}) - \frac{a\hat{S}}{bk_1^2}u(t) \quad (4.28)$$

$$C(12) = \left(\begin{aligned} &((475) - (475))[(678,9420) + (2,5434)]e^{475} \\ &- ((475) + (475))[-637,5910 + (0,9664)]e^{-475} \end{aligned} \right) - \frac{(15.001.030)(13.678,48)}{(600.527.816)(0,0250)}(475)$$

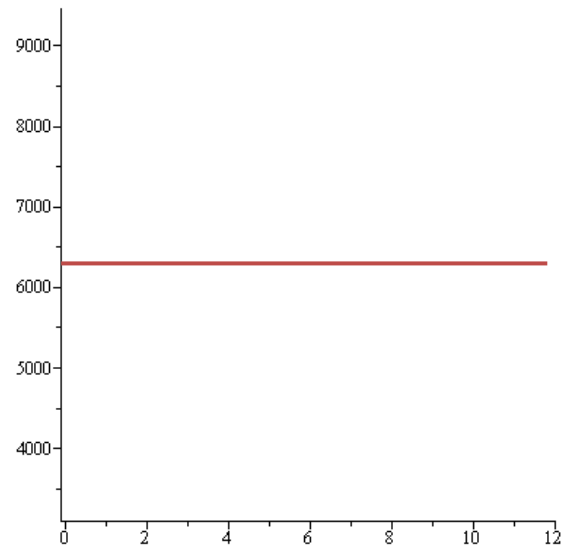
$$C(12) = (1.328,4194) - (950)(-3.265,8841) - \frac{205.191.290}{15.013.195}(475)$$

$$C(12) = (1.328,4194) - (-3.102.590) - (6.491,9680)$$

$$C(12) = 3.097.430,4470$$

7) Analisa Kestabilan

Analisa kestabilan dilakukan untuk mencari tingkat persediaan optimal dari persamaan (4.21) untuk $t \in [0,12]$ dengan menggunakan *software Maple*. Persamaan (4.21) akan mencapai kestabilan apabila $t \rightarrow 12$ menuju ke satu nilai (tingkat persediaan yang maksimal (N)) maka persamaan tingkat persediaan tersebut dikatakan optimal ($S(t)$), tersaji pada gambar grafik berikut:



Gambar 4.1. Grafik $S(t)$ untuk $t \rightarrow 12$

Berdasarkan Gambar 4.1. terlihat bahwa untuk $t \rightarrow 12$ diperoleh nilai optimal tingkat persediaan $(S(t)) \rightarrow 6.306,0684m^3$ atau $(S(t)) \rightarrow N$, maka dapat di simpulkan bahwa $S(t)$ stabil karena $S(t)$ untuk $t \rightarrow 12$ menuju ke satu nilai dengan tingkat persediaan yang maksimal (N).

BAB V

PENUTUP

5.1 Kesimpulan

Berdasarkan hasil dari penelitian yang telah dilakukan, diperoleh tingkat persediaan yang optimal yaitu pada persediaan $6.306,0684m^3$. Untuk panjang perencanaan selama 12 bulan, maka dapat disimpulkan bahwa teori kendali optimal dapat diterapkan di PT.Industri *Plywood* Tjipta Rimba Djaja untuk mengoptimalkan masalah persediaan, meliputi:

- 1) Bahan baku (mentah) log sengon dan rambung
- 2) Produk *plywood* dalam proses
- 3) Produk *plywood* jadi siap jual

5.2 Saran

Penelitian ini masih butuh pengembangan dan modifikasi, mengingat persediaan merupakan aset penting dalam perusahaan.

- 1) Bagi Pihak Perusahaan:

Dalam mengoptimalkan persediaan, hendaknya perusahaan dapat menggunakan model teori kendali optimal untuk didapatkan tingkat persediaan optimal. Sehingga menghindari penumpukan persediaan yang bisa menyebabkan kerugian pada perusahaan.

- 2) Bagi peneliti selanjutnya

Disarankan dalam penelitian berikutnya, yang mengangkat tema serupa meneliti dengan model teori kendali optimal. berdasarkan hasil yang diperoleh, maka untuk penelitian berikutnya dapat mengembangkan dan memodifikasi model persamaan diferensial dinamik agar model yang dihasilkan dapat diterapkan pada perusahaan yang lebih besar, dengan tingkat persediaan dan produksi berbeda serta pada perusahaan lain yang bergerak dibidang distributor.


DAFTAR PUSTAKA

- Affandi, P., & Faisal. (n.d.). Peningkatan Atau Penurunan Dengan Menggunakan Kendali Optimal *Abstrak*. 51–55.
- Al-Mahalli, Imam Jalaluddin dan as-Suyuti (2007). *Tafsir Jalalain*. Terj. Bahrn Abubakar. Sinar Baru Algensindo.
- Andiraja, N., & Agustina, D. (2020). Aplikasi Kendali Optimal Untuk Model Persediaan yang Mengalami Kerusakan pada Persediaan dan Perubahan Tingkat Permintaan. *Jurnal Sains Matematika Dan Statistika*, 6(2), 12. <https://doi.org/10.24014/jsms.v6i2.10522>
- Arwin. (2020). *Buku Ajar Pengantar Ekonomi Mikro*. Cendekia Publisher.
- Azwardi. (2018). *Metode Penelitian: Pendidikan Bahasa dan Sastra Indonesia*. Syiah Kuala Universitas Press.
- Elisabeth Lenny Marit, Pinondang Nainggolan, Lora Ekana Nainggolan, Bonaraja Purba, Mardia, E. S. (2021). *Pengantar Ilmu Ekonomi*. Yayasan Kita Menulis.
- H.Sugiyanto, A. P. R. (2020). *Pengantar Ilmu Ekonomi Mikro dan Makro*. Yayasan Pendidikan dan Sosial Indonesia Maju (YPSIM).
- Herjanto, E. (2009). *Sains Manajemen: Analisis Kuantitatif untuk Pengambilan Keputusan*. Grasindo.
- Kadim, A. (2017). *Penerapan Manajemen Produksi dan Operasi di Industri Mnaufaktur*. Mitra Wacana Media.
- M.Siagian, Y. (2005). *Aplikasi Supply Chain Management: Dalam Dunia Bisnis*. Grasindo.

- Muhammad Dinar, M. H. (2018). *Pengantar Ekonomi: Teori dan Aplikasi*. CV.Nur Lina.
- Nur Achmad Budi Yulianto, Mohammad Maskan, A. U. (2018). *Metode Penelitian Bisnis*. Polinema Press.
- P.Sethi, S. (2019). *Optimal Control Theory: Applications to Management Science and Economics*. Springer.
- Resista Vikaliana, Yayan Sofian, Novi Solihati, Dimas Bayu Adji, S. S. M. (2020). *Manajemen Persediaan*. Media Sains Indonesia.
- Sains, F., Teknologi, D. A. N., Islam, U., Sultan, N., & Kasim, S. (2020). *Kendali optimal dari sistem inventori dengan peningkatan barang pada waktu diskrit untuk sistem deskriptor berindeks satu tugas akhir*.
- Salmah. (2021). *Teori Sistem Kendali Linear dan Aplikasinya*. Gadjah Mada University Press.
- Shatu, Y. P. (2016). *Kuasai Detail Akuntansi Perkantoran*. Pustaka Ilmu Semesta.
- Sugiyono. (2018). *Metode Penelitian Kuantitatif, Kualitatif, dan R&D*. Alfabeta.
- Syakir, A. (2012). *Mukhtasar Tafsir Ibnu Katsir*. Darus Sunnah Press.
- Tu, P. N. Van. (1984). *Introductory Optimization Dynamics*. Springer-Verlag Berlin Hedeiberg.
- Usvita, M. L., & Andiraja, N. (2017). Kendali optimal pada masalah inventori yang mengalami peningkatan. *Seminar Nasional Teknologi Informasi Komunikasi Dan Industri (SNTIK) 9, 2015*, 70–76.

Lampiran 1

9/1/2021 <https://siselma.uinsu.ac.id/pengajuan/cetakaktrif/NDM4NzA=>



KEMENTERIAN AGAMA REPUBLIK INDONESIA
UNIVERSITAS ISLAM NEGERI SUMATERA UTARA MEDAN
FAKULTAS SAINS DAN TEKNOLOGI
Jl. Williem Iskandar Pasar V Medan Estate 20371
Telp. (061) 6615683-6622925 Fax. 6615683

Nomor : B 716/ST.I/ST.V2/TL.00/08/2021 30 Agustus 2021
 Lampiran : -
 Hal : **Izin Riset**

Yth. Bapak/Ibu Kepala PT. Industri Plywood Tjipta Rimba Djaja

Assalamualaikum Wr. Wb.

Dengan Hormat, diberitahukan bahwa untuk mencapai gelar Sarjana Strata Satu (S1) bagi Mahasiswa Fakultas Sains dan Teknologi adalah menyusun Skripsi (Karya Ilmiah), kami tugaskan mahasiswa:


Nama	: Tramilta Salsabila Harahap
NIM	: 0703173088
Tempat/Tanggal Lahir	: Medan, 13 November 1999
Program Studi	: Matematika
Semester	: VIII (Delapan)
Alamat	: Jl. Alfaka VI No. 118 Lk. V Tanjung Mulia Hilir Kelurahan Tanjung Mulia Hilir Kecamatan Medan Deli

untuk hal dimaksud kami mohon memberikan Izin dan bantuannya terhadap pelaksanaan Riset di Jl. Kol. Yos Sudarso, Kel. Tanjung Mulia Hilir, Kec. Medan Deli, Kota Medan, Provinsi Sumatera Utara. Kode Pos 20241, guna memperoleh informasi/keterangan dan data-data yang berhubungan dengan Skripsi (Karya Ilmiah) yang berjudul:

Penerapan Teori Kendali Optimal Pada Masalah Persediaan yang Mengalami Peningkatan Di PT. Industri Plywood Tjipta Rimba Djaja

Demikian kami sampaikan, atas bantuan dan kerjasamanya diucapkan terima kasih.

Medan, 30 Agustus 2021
 a.n. DEKAN
 Wakil Dekan Bidang Akademik dan Kelembagaan



Digitally Signed
Dr. Abdul Halim Daulay, ST., M.Si
 NIP. 198111062005011003

Tembusan:
 - Dekan Fakultas Sains dan Teknologi UIN Sumatera Utara Medan

<https://siselma.uinsu.ac.id/pengajuan/cetakaktrif/NDM4NzA=> 1/2

Lampiran 2



PT. INDUSTRI PLYWOOD TJIPTA RIMBA DJAJA

Office :
 Jl. Prof.H.M. Yamin S.H. No. 46 Medan 20234, Indonesia
 Tel : (061) 452-5799 (8 lines), 456-5566 (2 lines)
 Fax. (061) 452-4422 Cable : TJIPTA MEDAN
 Email : home@tjipta.com

Factory :
 Jl. K.L.Y. Sudarso KM 7 ½, Tanjung Mulia,
 Medan Deli, Kota Medan Sumatera Utara 20241, Indonesia
 Tel : +62 (61) 661-4622 (Hunting)
 Fax. (061) 661-7932



Medan, 07 September 2021

No : 012 /EXT-PERS/TRD/IX/2021
 Hal : **Pemberitahuan**

Kepada Yth :
**Dekan Fakultas Sains dan
 Teknologi
 UNIVERSITAS ISLAM NEGERI
 SUMATERA UTARA MEDAN
 Di
 Tempat**

Dengan Hormat

Sehubungan dengan surat No.B.716/ST.I/ST.V.2/TL.00/08/2021 tanggal 30 Agustus 2021, perihal permohonan izin untuk melaksanakan Riset terhadap mahasiswi yang tersebut di bawah ini:

NO	NAMA	NIM	JURUSAN
1.	TRAMILTA SALSABILA HARAHAP	0703173088	Matematika

Terhadap mahasiswi tersebut diberikan izin melaksanakan Riset di PT. INDUSTRI PLYWOOD TJIPTA RIMBA DJAJA , Medan, dari tanggal 01 September 2021 s/d **30** September 2021 dengan judul Skripsi :

“ Penerapan Teori Kendali Optimal Pada Masalah Persediaan yang Mengalami Peningkatan Di PT. Industri Plywood Tjipta Rimba Djaja “

Demikianlah surat pemberitahuan ini kami sampaikan, atas perhatiannya kami ucapkan terimakasih.

Hormat Kami
 Dept. Personalia & Umum



Dedy Irawan, SH
 Manager

CC. File

Lampiran 3

Data Persediaan Bahan Baku (Mentah) Log Sengon dan Rambung

No	Bulan	Tahun	Persediaan	
			Log Sengon	Rambung
1	Mei	2020	416,115 m^3	416,115 m^3
2	Juni	2020	122,05 m^3	200 m^3
3	Juli	2020	150,30 m^3	177,94 m^3
4	Agustus	2020	159,415 m^3	159,415 m^3
5	September	2020	50 m^3	138,41 m^3
6	Oktober	2020	252,29 m^3	252,29 m^3
7	November	2020	500 m^3	535,33 m^3
8	Desember	2020	76,115 m^3	76,115 m^3
9	Januari	2021	190,16 m^3	100 m^3
10	Februari	2021	391,24 m^3	391,24 m^3
11	Maret	2021	353,40 m^3	353,38 m^3
12	April	2021	578,086 m^3	578,085 m^3
	Jumlah		3.239,18 m^3	3.378,32 m^3
Total Persediaan Bahan Baku			6.617,50 m^3	

Lampiran 4

Data Produksi *Plywood* (Bahan Jadi Dalam Proses)

No	Bulan	Tahun	Produksi
1	Mei	2020	418,48 m^3
2	Juni	2020	402,82 m^3
3	Juli	2020	180,47 m^3
4	Agustus	2020	154,72 m^3
5	September	2020	164,80 m^3
6	Oktober	2020	254,67 m^3
7	November	2020	355,38 m^3
8	Desember	2020	400,39 m^3
9	Januari	2021	196,38 m^3
10	Februari	2021	403,05 m^3
11	Maret	2021	500,27 m^3
12	April	2021	546,97 m^3
Total Produksi <i>Plywood</i>			3.978,40 m^3

Lampiran 5

Data Produk Jadi Plywood Siap Jual (Export dan Lokal)

No	Bulan	Tahun	Produk Jadi
1	Mei	2020	187,01 m^3
2	Juni	2020	117,88 m^3
3	Juli	2020	316,73 m^3
4	Agustus	2020	428,06 m^3
5	September	2020	21,97 m^3
6	Oktober	2020	80,37 m^3
7	November	2020	254,16 m^3
8	Desember	2020	43,31 m^3
9	Januari	2021	21,71 m^3
10	Februari	2021	217,40 m^3
11	Maret	2021	331,57 m^3
12	April	2021	389,25 m^3
Total Produk Jadi Dalam Gudang			2.409,42 m^3

Lampiran 6

Data Permintaan Pemesanan Plywood (Export dan Lokal)

No	Bulan	Tahun	Export	Lokal
1	Mei	2020	98,59 m ³	0,00 m ³
2	Juni	2020	0,00 m ³	0,00 m ³
3	Juli	2020	173,61 m ³	0,00 m ³
4	Agustus	2020	0,00 m ³	0,00 m ³
5	September	2020	0,00 m ³	5,36 m ³
6	Oktober	2020	80,37 m ³	0,00 m ³
7	November	2020	0,00 m ³	0,00 m ³
8	Desember	2020	0,00 m ³	5,36 m ³
9	Januari	2021	58,05 m ³	1,61 m ³
10	Februari	2021	300,06 m ³	22,09 m ³
11	Maret	2021	0,00 m ³	42,99 m ³
12	April	2021	704,79 m ³	0,00 m ³
Total			1.415,47 m ³	77,41 m ³
Total Rata-Rata Permintaan			124,40 m³	

Lampiran 7

Data Biaya Penyimpanan Persediaan

No	Bulan	Tahun	Biaya			
			Fasilitas (per bulan)	Persediaan	Asuransi (per bulan)	Mesin (Per bulan)
1	Mei	2020	Rp.5000.000,-	1.437,72 m ³	Rp.5000.000,-	Rp.5000.000,-
2	Juni	2020	Rp.5000.000,-	842,77 m ³	Rp.5000.000,-	Rp.5000.000,-
3	Juli	2020	Rp.5000.000,-	835,44 m ³	Rp.5000.000,-	Rp.5000.000,-
4	Agustus	2020	Rp.5000.000,-	955,61 m ³	Rp.5000.000,-	Rp.5000.000,-
5	September	2020	Rp.5000.000,-	375,18 m ³	Rp.5000.000,-	Rp.5000.000,-
6	Oktober	2020	Rp.5000.000,-	839,62 m ³	Rp.5000.000,-	Rp.5000.000,-
7	November	2020	Rp.5000.000,-	1.644,87 m ³	Rp.5000.000,-	Rp.5000.000,-
8	Desember	2020	Rp.5000.000,-	595,93 m ³	Rp.5000.000,-	Rp.5000.000,-
9	Januari	2021	Rp.5000.000,-	508,23 m ³	Rp.5000.000,-	Rp.5000.000,-
10	Februari	2021	Rp.5000.000,-	698,93 m ³	Rp.5000.000,-	Rp.5000.000,-
11	Maret	2021	Rp.5000.000,-	1.538,6 m ³	Rp.5000.000,-	Rp.5000.000,-
12	April	2021	Rp.5000.000,-	2.092,39 m ³	Rp.5000.000,-	Rp.5000.000,-
Jumlah			Rp.60.000.000,-	12.365,29	Rp.60.000.000,-	Rp.60.000.000,-
Rata-rata biaya penyimpanan			Rp.15.001.030,-			

Lampiran 8

Biaya Produksi Plywood

No	Bulan	Tahun	Biaya		
			Produksi <i>Plywood</i> (Rp.1000/ <i>plywood</i>)	Upah Tenaga Kerja (per bulan)	Listrik + BBM (Per bulan)
1	Mei	2020	Rp.605.490	Rp.150.000.000	Rp.450.000.000
2	Juni	2020	Rp.520.700	Rp.150.000.000	Rp.450.000.000
3	Juli	2020	Rp.497.200	Rp.150.000.000	Rp.450.000.000
4	Agustus	2020	Rp.528.780	Rp.150.000.000	Rp.450.000.000
5	September	2020	Rp.186.770	Rp.150.000.000	Rp.450.000.000
6	Oktober	2020	Rp.335.040	Rp.150.000.000	Rp.450.000.000
7	November	2020	Rp.609.540	Rp.150.000.000	Rp.450.000.000
8	Desember	2020	Rp.443.700	Rp.150.000.000	Rp.450.000.000
9	Januari	2021	Rp.218.070	Rp.150.000.000	Rp.450.000.000
10	Februari	2021	Rp.620.450	Rp.150.000.000	Rp.450.000.000
11	Maret	2021	Rp.831.840	Rp.150.000.000	Rp.450.000.000
12	April	2021	Rp.936.220	Rp.150.000.000	Rp.450.000.000
Total Biaya Produksi			Rp.6.333.800	Rp.1.800.000.000	Rp.5.400.000.000
Rata-rata Biaya Produksi			Rp.600.527.816		

Lampiran 9

Foto bersama Bapak Dedy Irawan, SH.
Selaku Manager PT.Industri *Plywood* Tjipta Rimba Djaja



Bahan Baku (Mentah)
Log Sengon dan Rambung



Produk Jadi *Plywood* dalam Gudang

