



**PENGEMBANGAN LEMBAR KERJA PESERTA DIDIK (LKPD)
BERBASIS RECIPROCAL TEACHING PADA MATERI
MATRIKS KELAS XI**

SKRIPSI

*Diajukan Untuk Memenuhi Syarat-Syarat Memperoleh
Gelar Sarjana Pendidikan (S.Pd) Dalam Ilmu Tarbiyah Dan Keguruan*

OLEH:

**MAYANG VITA SARA
NIM. 0305173145**

**PROGRAM STUDI PENDIDIKAN MATEMATIKA
FAKULTAS ILMU TARBIYAH DAN KEGURUAN
UNIVERSITAS ISLAM NEGERI
SUMATERA UTARA**

MEDAN

2022



**PENGEMBANGAN LEMBAR KERJA PESERTA DIDIK (LKPD)
BERBASIS RECIPROCAL TEACHING PADA MATERI
Matriks Kelas XI**

SKRIPSI

*Diajukan Untuk Memenuhi Syarat-Syarat Memperoleh
Gelara Sarjana Pendidikan (S.Pd) Dalam Ilmu Tarbiyah Dan Keguruan*

OLEH:

**MAYANG VITA SARA
NIM. 0305173145**

PEMBIMBING I

Dr. Rusydi Ananda, M.Pd

NIP. 19720101 200003 1 003

PEMBIMBING II

Dr. Yahfizham, S.T., M.Cs

NIP. 19780418 200501 1 005

**PROGRAM STUDI PENDIDIKAN MATEMATIKA
FAKULTAS ILMU TARBIYAH DAN KEGURUAN
UNIVERSITAS ISLAM NEGERI
SUMATERA UTARA**

MEDAN

2022



KEMENTERIAN AGAMA
UNIVERSITAS ISLAM NEGERI SUMATERA UTARA MEDAN
FAKULTAS ILMU TARBIYAH DAN KEGURUAN
Jl. Willièm Iskandar Pasar V Medan Estate 20371

SURAT PENGESAHAN

Skripsi yang berjudul “**PENGEMBANGAN LEMBAR KERJA PESERTA DIDIK (LKPD) BERBASIS RECIPROCAL TEACHING PADA MATERI Matriks Kelas X**” yang telah dimunaqasyahkan dalam Sidang Munaqasyah Sarjana Strata Satu (S-1) Fakultas Ilmu Tarbiyah dan Keguruan UIN SU Medan pada tanggal:

18 Januari 2022 M
16 jumadil akhir 1443 H

dan telah diterima sebagai persyaratan untuk memperoleh Gelar Sarjana Pendidikan (S.Pd) dalam Ilmu Tarbiyah dan Keguruan pada Program Studi Pendidikan Matematika Fakultas Ilmu Tarbiyah dan Keguruan UIN Sumatera Utara Medan.

Panitia Sidang Munaqasyah Skripsi Fakultas Ilmu Tarbiyah dan Keguruan UIN Sumatera Utara Medan.

Ketua


Dr. Yahfizham, ST, M.Cs
NIP. 197804182005011005

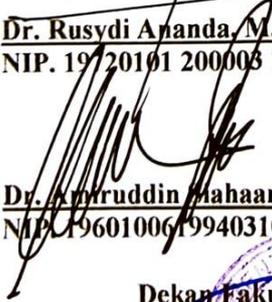
Sekretaris


Tanti Jumaisaroh Siregar, M.Pd
NIP.19881125 201903 2 019

Anggota penguji


1. **Dr. Rusydi Ananda, M.Pd**
NIP. 19720101 200003 1 003


2. **Dr. Yahfizham, ST, M.Cs**
NIP. 197804182005011005


3. **Dr. Amiruddin Majaan, M.Pd**
NIP. 196010061994031002


4. **Dr. Mera Samin Lubis, S.Ag, M.Ed**
NIP. 19730501200301210042004

Mengetahui
Dekan Fakultas Ilmu Tarbiyah dan Keguruan


Dr. Mardianto, M.Pd
NIP.19671212 199403 1 004

Nomor : Surat Istimewa

Medan, September 2021

Lamp : -

Kepada Yth:

Prihal : Skripsi

Dekan Fakultas Ilmu

Tarbiyah

a.n. Mayang Vita Sara

dan Keguruam UIN

Sumatra Utara

Assalamu'alaikum Warahmatullahi Wabarakatuh

Dengan Hormat,

Setelah membaca, meneliti, dan memberi saran-saran seperlunya untuk perbaikan dan kesempurnaan skripsi mahasiswa a.a. Mayang Vita Sara yang berjudul **“Pengembangan Lembar Kerja Peserta Didik (LKPD) berbasis *Reciprocal Teaching* Pada Materi Matriks Kelas XI”**, maka kami berpendapat bahwa skripsi ini sudah dapat diterima untuk dimunaqasyahkan pada siding munaqasyah Fakultas Ilmu Tarbiyah dan Keguruan UIN Sumatra Utara Medan.

Demikian surat ini kami sampaikan dan terima kasih atas perhatian saudara.

Wassalamu'alaikum Warahmatullahi Wabarakatuh

PEMBIMBING I



Dr. Rusydi Ananda, M.Pd
NIP. 197201012000031003

PEMBIMBING II



Dr. Yalfizham, S.T., M.Cs
NIP. 197804182005011005

SURAT PERNYATAAN KEASLIAN SKRIPSI

Saya yang bertanda tangan di bawah ini:

Nama : Mayang Vita Sara

NIM : 0305173145

Prodi : Pendidikan Matematika

Judul : **“Pengembangan Lembar Kerja Peserta Didik (LKPD) Berbasis
Reciprocal Teaching Pada Materi Matriks Kelas XI”**

Menyatakan dengan sebenarnya bahwa skripsi yang saya serahkan ini benar-benar merupakan hasil karya sendiri, kecuali kutipan-kutipan dari ringkasan-ringkasan yang semuanya telah saya jelaskan sumbernya. Apabila kemudian hari atau dapat dibuktikan skripsi ini hasil jiplakan, maka gelar dan ijazah yang diberikan oleh universitas batal saya terima.

Medan, Juni 2022

Yang membuat pernyataan,



Mayang Vita Sara

NIM. 0305173145

ABSTRAK



Nama : Mayang Vita Sara
NIM : 0305173145
Fak/Jur : Ilmu Tarbiyah dan Keguruan/Pendidikan Matematika
Pembimbing I : Dr. Rusydi Ananda, M.Pd
Pembimbing II : Dr. Yahfizham, S.T., M.Cs
Judul : Pengembangan Lembar Kerja Peserta Didik (LKPD) Berbasis *Reciprocal Teaching* Pada Materi Matriks Kelas XI

Kata Kunci : Lembar Kerja Peserta Didik, *Reciprocal Teaching*, Matriks

Penelitian ini bertujuan untuk menghasilkan produk Lembar Kerja Peserta Didik (LKPD) berbasis *Reciprocal Teaching* pada materi matriks kelas XI yang valid, praktis, dan efektif. Penelitian ini menggunakan pengembangan *Research and Development (R&D)* model 4-D, namun karena keterbatasan waktu dan biaya, penelitian ini hanya di tahap pengembangan (*develop*). Subjek penelitian ini ialah siswa kelas XI SMA MUHAMMADIYAH 4 BABALAN yang berjumlah 30 siswa.

Kualitas RPP berdasarkan penilaian dari dua validator menunjukkan kategori sangat valid dengan diperoleh indeks Aiken sebesar 0,901 dengan kategori tinggi atau sangat valid. Analisis nilai LKPD dari para validator diperoleh indeks sebesar 0,75 untuk ahli materi memiliki kategori sedang atau valid, nilai indeks dari ahli media sebesar 0,94 dengan kategori tinggi atau sangat valid, dan nilai indeks dari teman sejawat sebesar 0,85 dengan kategori tinggi atau sangat valid.

Kalsifikasi angket guru dan hasil angket peserta didik memenuhi riteria baik dengan presentase 82,8% yang menunjukkan bahwa LKPD berbasis *Reciprocal Teaching* memiliki kualitas praktis. Kefektifan diperoleh hasil ketuntasan belajar siswa secara klasikal setelah menggunakan LKPD sangat efektif sebesar 80% (siswa yang mendapatkan skor ≥ 75) dimana hasil belajar siswa mengalami peningkatan 44%, sehingga penggunaan LKPD berbasis *Reciprocal Teaching* sangat efektif digunakan dalam pembelajaran. Kemudian dilakukan uji t didapat nilai t-hitung = 7,57 dan nilai t-tabel = 2,045 yang berarti bahwa ada perbedaan signifikan pada data *pretest* dan *posttest*, selanjutnya dari tabel diatas setelah dilakukan perhitungan N-gain diperoleh rata-rata sebesar 0,56 dengan kategori sedang sehingga penggunaan LKPD berbasis *reciprocal teaching* efektif digunakan untuk meningkatkan hasil belajar siswa.

Mengetahui
Pembimbing Skripsi I


Dr. Rusydi Ananda, M.Pd
NIP. 19720101 200003 1 003

KATA PENGANTAR

بِسْمِ اللَّهِ الرَّحْمَنِ الرَّحِيمِ

Alhamdulillah dengan mengucapkan puji dan syukur kepada Allah SWT yang telah melimpahkan nikmat dan rahmat-Nya berupa kesehatan, kesempatan, dan kemudahan kepada penulis dalam menyusun dan menyelesaikan laporan skripsi ini dengan sebaik-baiknya. Shalawat beserta salam penulis hadiahkan kepada nabi Muhammad SAW, sosok panutan dalam menjalani kehidupan yang telah membawa umat islam menuju kejayaan dengan berlimpahkan ilmu dan pengetahuan. Semoga penulis dan pembaca mendapatkan syafaat beliau di hari akhir kelak. *Aamiin*.

Penulis telah melakukan penelitian untuk menulis skripsi yang berjudul **“PENGEMBANGAN LEMBAR KERJA PESERTA DIDIK (LKPD) BERBASIS RECIPROCAL TEACHING PADA MATERI Matriks KELAS XI”**.

Peneliti menyadari bahwa skripsi ini dapat terselesaikan melalui bantuan, bimbingan, serta dorongan dari berbagai pihak. Oleh karena itu, pada kesempatan ini peneliti ingin mengucapkan terima kasih yang terdalam kepada:

1. Teristimewa untuk kedua orang tua, ayahanda **Edi Kesuma, S.E** dan ibunda **Ratna Dewi** yang sangat luar biasa telah berjuang memenuhi keinginan peneliti untuk mengenyam bangku perkuliahan, selalu memberikan dukungan, doa dan restu dalam segala hal, sehingga peneliti mampu menghadapi segala kesulitan dan hambatan yang ada. Juga terima kasih kepada kakak-kakakku yang tercinta **Dira Annisa Ridha, S.Pd**, dan **Dwi Kesuma Ningrum, S.Pd** yang selalu memberikan semangat kepada peneliti selama menjalani masa perkuliahan di perantauan.
2. Rektor UIN Sumatera Utara, bapak **Prof. Dr. Syahrin Harahap, MA**
3. Dekan Fakultas Ilmu Tarbiyah dan Keguruan UIN Sumatera Utara, yaitu bapak **Dr. Mardianto, M. Pd**.

4. Ketua Prodi Pendidikan Matematika UIN Sumatera Utara, yaitu bapak **Dr. Yahfizham. M.Cs.**
5. Sekretaris Prodi Pendidikan Matematika UIN Sumatera Utara, yaitu ibu **Tanti Junaisyaroh, M.Pd.**
6. Dosen Penasehat Akademik, yaitu ibu **Drs. Asrul, M.Si** yang telah membimbing dan memberikan nasehat selama masa perkuliahan.
7. Dosen Pembimbing Skripsi I, bapak **Dr. Rusydi Ananda, M.Pd** yang telah membimbing dan mengarahkan peneliti dalam menyelesaikan skripsi.
8. Dosen Pembimbing Skripsi II, bapak **Dr. Yahfizham. M.Cs** yang telah membimbing dan mengarahkan peneliti menyelesaikan skripsi.
9. **Bapak/Ibu dosen** prodi Pendidikan Matematika serta **staf pegawai** Fakultas Ilmu Tarbiyah dan Keguruan UIN Sumatera Utara yang telah memberikan pelayanan, bantuan, bimbingan maupun mendidik peneliti selama mengikuti perkuliahan.
10. Bapak **Ade Rahman Matondang, M.Pd** dan bapak **Irfan Harahap, M.Pd** yang telah menyempatkan waktunya sebagai validator dalam penelitian penulis. Kepada **Alfauzan Ramadhani Simangunsong** yang telah menyempatkan waktu untuk menjadi validator teman sejawat dalam penelitian ini.
11. Kepala sekolah SMA MUHAMMADIYAH 4 BABALAN **M.I Taupik.NST, P.d** telah memberikan izin kepada peneliti melakukan penelitian. Guru Matematika Kelas XI MIPA 1, **Sri Widyawati, S.Pd** yang telah mendampingi dan membantu peneliti selama penelitian. Seluruh pihak baik guru, staf, siswa-siswi khususnya kelas XI yang telah mendukung dan berpartisipasi membantu peneliti selama penelitian.
12. Sahabat-sahabat yang selalu memberikan dukungan, semangat juga motivasi dan berjuang bersama selama kuliah di UIN Sumatera Utara yaitu **Annisa Khairu Utami, Nur Farah Zila, Syilvi Syahrani Manik, Nur Hazriyati, Bella Adlia Habibah,** dan **Siti Chatijah**

13. Kepada MIMENRA yang selalu memberikan dukungan dan motivasi serta mendoakan peneliti dalam menyelesaikan skripsi ini yaitu, **Nurul Fitria Utami, Nela Wati, Ranti Widiastuti, Fatimah Azzahra, Ella Ardilla** dan **Murni Sulanjari**.
14. Kepada **Alytha Putrie Ajie, Dyah Anggraini Fitri,** dan **Siti Nur Annisyah Dalimunte** yang telah kebersamai peneliti selama penyusunan skripsi .
15. Seluruh teman-teman Pendidikan Matematika khususnya di kelas **PMM 3 Stambuk 2017** yang senantiasa saling memberi dukungan dan semangat dalam menyelesaikan skripsi dan saling berjuang dalam menggapai impian.
16. Semua pihak yang tidak dapat disebutkan satu-persatu yang telah membantu dalam menyelesaikan laporan skripsi ini.

Ucapan terima kasih terakhir namun tak kalah penting, penulis berterima kasih kepada diri sendiri karena percaya kepada diri sendiri, tidak pernah berhenti berusaha dan telah melakukan semua kerja keras selama ini

Pada dasarnya penulis menyadari bahwa hadirnya naskah skripsi ini masih jauh dari kesempurnaan serta banyak memiliki kekurangan baik dari segi isi maupun tata bahasa penulisannya. Hal ini dikarenakan keterbatasan pengetahuan dan pengalaman penulis. Oleh sebab itu, dengan segala kerendahan hati penulis mengharapkan kritik dan saran yang membangun guna menjadi pembelajaran bagi penulis dan demi kesempurnaan skripsi ini. Akhir kata, semoga naskah skripsi ini dapat menjadi manfaat bagi penulis maupun pembaca dalam menambah khazanah ilmu pengetahuan

Medan, September 2021
Penulis



Mayang Vita Sara
0305173145

DAFTAR ISI

ABSTRAK	i
KATA PENGANTAR	ii
DAFTAR ISI	v
DAFTAR TABEL	vii
DAFTAR GAMBAR	ix
DAFTAR LAMPIRAN	x
BAB I PENDAHULUAN	
A. Latar Belakang Masalah	1
B. Identifikasi Masalah	5
C. Batasan Masalah	5
D. Rumusan Masalah	6
E. Tujuan Masalah	6
F. Spesifikasi Produk yang Dikembangkan	7
G. Manfaat Penelitian	7
BAB II LANDASAN TEORI	
A. Kerangka Teoritis	9
1. Pengembangan	9
2. Lembar Kerja Peserta Didik (LKPD)	13
3. Reciprocal Teaching	17
4. Materi Matriks	22
5. Tes	26
B. Kerangka Berpikir	29
C. Penelitian Relevan	31
BAB III METODOLOGI PENELITIAN	
A. Jenis Penelitian	35
B. Model Pengembangan	35
C. Prosedur Pengembangan	35
D. Jenis Data	39
E. Instrumen Penelitian	39
F. Teknik Analisis Data	61
BAB IV HASIL PENELITIAN DAN PEMBAHASAN	
A. Hasil Penelitian	68
1. Tahap Pendefinisian (<i>define</i>)	70
2. Tahap Perencanaan (<i>design</i>)	72
3. Tahap Pengembangan (<i>develop</i>)	82

B. Pembahasan	101
C. Keterbatasan Penelitian	104
BAB V KESIMPULAN DAN SARAN	
A. Kesimpulan	105
B. Saran	106
DAFTAR PUSTAKA	107
LAMPIRAN	110

DAFTAR TABEL

Tabel 3.1 Butir validasi ahli materi	40
Tabel 3.2 Butir Validasi LKPD ahli Materi dengan skala likert	41
Tabel 3.3 Butir Validasi ahli Media.....	43
Tabel 3.4 Butir Validasi LKPD ahli Media dengan skala likert.....	45
Tabel 3.5 Butir Validasi Teman Sejawat	46
Tabel 3.6 Butir Validasi LKPD Teman Sejawat dengan skala likert	48
Tabel 3.7 Butir Angket Siswa	51
Tabel 3.8 Butir angket siswa dengan skala likert	53
Tabel 3.9 Butir Angket Guru.....	55
Tabel 3.10 Butir Angket Guru dengan skala likert.....	56
Tabel 3.11 Indikator dan Nomor Soal.....	57
Tabel 3.12 Nomor Soal dan Ranahh Kognitif.....	59
Tabel 3.13 Pedoman penskoran terhadap hasil penilaian menggunakan skala likert	60
Tabel 3.14 Kriteria Validasi Lembar Kerja Peserta Didik	61
Tabel 3.15 Pedoman penskoran terhadap hasil penilaian menggunakan skala likert respon guru	62
Tabel 3.16 Pedoman penskoran terhadap hasil penilaian menggunakan skala likert respon peserta didik	62
Tabel 3.17 Kualifikasi kepraktisan LKPD	63
Tabel 3.18 Presentase nilai respon guru dan peserta didik	64
Tabel 3.19 Kualifikasi keefektifan LKPD.....	65
Tabel 3.20 Interpretasi normalitas gain	66
Tabel 4.1 Rincian waktu dan kegiatan pengembangan LKPD.....	69
Tabel 4.2 Rincian aspek penilaian ahli materi.....	73
Tabel 4.3 Rincian aspek penilaian ahli media	74
Tabel 4.4 Rincian aspek penilaian teman sejawat	74
Tabel 4.5 Rincian aspek angket respon guru matematika.....	74
Tabel 4.6 Rincian aspek angket respon siswa	75
Tabel 4.7 Validasi Instrumen Tes Hasil Belajar Siswa oleh Guru	75
Tabel 4.8 Validasi Instrumen Tes Hasil Belajar Siswa oleh Dosen	75
Tabel 4.9 Penilaian RPP oleh Dosen	76
Tabel 4.10 Analisis penilaian RPP oleh Dosen Ahli	76
Tabel 4.11 Penilaian LKPD oleh ahli materi	77
Tabel 4.12 Analisis Penilaian LKPD aoleh ahli materi	78
Tabel 4.13 Data penilaian Kualitatif LKPD oleh dosen ahli materi	79
Tabel 4.14 Penilaian LKPD oleh ahli media	80

Tabel 4.15 Analisis Penilaian Ahli Media	81
Tabel 4.16 Data penilaian Kualitatif LKPD oleh dosen ahli media	81
Tabel 4.17 Penilaian LKPD oleh Teman Sejawat	82
Tabel 4.18 Analisis Penilaian oleh Teman Sejawat.....	84
Tabel 4.20 Jadwal Pelaksanaan Uji coba Lapangan	86
Tabel 4.21 Hasil Angket Respon Guru	86
Tabel 4.22 Hasil Angket Respon Peserta Didik	87
Tabel 4.23 Hasil Penilaian Peserta Didik Pretest dan Posttest.....	87

DAFTAR GAMBAR

Gambar 1.1 Nilai matriks	2
Gambar 1.2 Halaman Depan Materi	4
Gambar 1.3 Penerbit LKPD	4
Gambar 2.1 Bagan Kerangka Berpikir	30
Gambar 3.1 Prosedur Penelitian	35
Gambar 4.1 Desain cover`	67
Gambar 4.2 Desain kata pengantar	68
Gambar 4.3 Desain daftar isi	68
Gambar 4.4 Desain peta konsep	69
Gambar 4.5 Desain materi singkat.....	69
Gambar 4.6 Desain tampilan judul	69
Gambar 4.7 tampilan indikator.....	70
Gambar 4.8 Tampilan petunjuk penggunaan LKPD	70
Gambar 4.9 Tampilan materi.....	71
Gambar 4.10 Tampilan mari mengingat	71
Gambar 4.11 Tampilan contoh soal.....	71
Gambar 4.12 Tampilan rangkuman	72
Gambar 4.13 Tampilan soal LKPD	72
Gambar 4.14 Tampilan daftar pustaka.....	73

DAFTAR LAMPIRAN

Lampiran 1 Lembar Penilaian LKPD oleh ahli materi	100
Lampiran 2 Lembar Validasi hasil belajar siswa oleh guru	102
Lampiran 3 Lembar penilaian RPP.....	105
Lampiran 4 Lembar Penilaian LKPD oleh ahli materi	108
Lampiran 5 Lembar penilaian LKPD oleh ahli media.....	111
Lampiran 6 Lembar penilaian LKPD oleh Teman Sejawat	114
Lampiran 7 Lembar angket respon oleh Guru Matematika	117
Lampiran 8 Tabulasi Kualitas LKPD oleh Guru	119
Lampiran 9 Tabulasi Kualitas LKPD oleh siswa	120
Lampiran 10 Tabulasi Hasil Belajar Siswa Pre-Test	123
Lampiran 11 Tabulasi hasil belajar siswa Post-Test.....	126
Lampiran 12 Dokumentasi	136
Lampiran 13 Surat izin penelitian.....	139
Lampiran 14 Surat balasan penelitan dari sekolah	140

BAB I

PENDAHULUAN

A. Latar Belakang Masalah

Pembelajaran merupakan suatu aktifitas penyampaian informasi dari pendidik kepada peserta didik. Pembelajaran adalah segala hal yang bisa mendapatkan informasi dan pengetahuan dalam suatu interaksi yang sedang berlangsung antara peserta didik dengan pendidik.¹ Media yang digunakan pada saat proses belajar sesuai dengan materi pelajaran yang disampaikan dan efektif dalam menyampaikan informasi, sehingga peserta didik mudah untuk memahami materi pembelajaran yang disampaikan pendidik pada saat pembelajaran berlangsung.

Instruction atau pembelajaran adalah suatu sistem yang tujuannya itu untuk membantu dalam proses belajar siswa, yang dimana dalam proses belajar tersebut telah disusun sedemikian rupa agar berpengaruh dan mendukung pada saat terjadinya proses pembelajaran yang bersifat internal. Pembelajaran adalah kegiatan yang dilakukan guru yang telah diprogram dalam susunan instruksional, sehingga membuat siswa belajar menjadi aktif yang berdasarkan pada sumber belajar yang disediakan.²

Pemilihan bahan ajar untuk menciptakan kegiatan pembelajaran yang efektif menjadi suatu bagian yang cukup penting dalam membantu siswa dalam memahami konsep-konsep matematika, yang berdasarkan pemahaman yang baik tersebut diharapkan meningkatkan hasil belajar siswa. Dari hasil observasi yang telah dilakukan di SMA Muhammadiyah 4 Babalan, pencapaian hasil belajar siswa masih rendah, hal ini dibuktikan dengan hasil presentase siswa yang tidak mencapai

¹ Albert Efendi. 2020. *Konsep Pembelajaran Daring Berbasis Pendekatan Ilmiah*. Jawa Tengah: CV Sarnu Utama, h. 1

² Lefudin. 2017. *Belajar dan Pembelajaran*. Yogyakarta: DEEPUBLISH, h. 13

KKM. mencapai 61% . Dengan kata lain hanya terdapat 14 siswa yang dinyatakan lulus pada materi matriks dari 36 siswa dalam satu kelas.

MUSYAWARAH GABUNG SMA/MA/MTsN NEHAJAJARAN
SMA NEHAJAJARAN BANGKALAN KABUPATEN LAMPUNG
DAFTAR NAMA SISWA KELAS : XI IPA 1
TANGGAL PELAJARAN : 2020/2021

NO	NIK	NOIR	NAMA	JK	Nilai
1	10849	004101011	Andi Sutawati	P	70
2	10848	004101012	Agung Uta Pratiwi	P	80
3	10817	004104082	Adi Ajiyasa	P	80
4	10850	004101013	Adira Shafiqi Salsita	P	80
5	10845	004101014	Aditya Prayoga	P	80
6	10840	004101015	Adhika Indira Mulyana	P	80
7	10871	004101016	Adi Alifan	P	80
8	10872	004101017	Adi Apollonia	P	80
9	10860	004101018	Adi Pratomo	P	80
10	10852	004101019	Adi Rizki	P	80
11	10888	004101020	Adi Rizki Mulyana	P	80
12	10812	004101021	Adi Syarifah	P	80
13	10895	004101022	Adi Syarifah	P	80
14	10700	003101023	Adi Syarifah	P	80
15	10712	003101024	Adi Syarifah	P	80
16	10724	004101025	Adi Syarifah	P	80
17	10725	004101026	Adi Syarifah	P	80
18	10726	004101027	Adi Syarifah	P	80
19	10727	004101028	Adi Syarifah	P	80
20	10728	004101029	Adi Syarifah	P	80
21	10729	004101030	Adi Syarifah	P	80
22	10730	004101031	Adi Syarifah	P	80
23	10731	004101032	Adi Syarifah	P	80
24	10732	004101033	Adi Syarifah	P	80
25	10733	004101034	Adi Syarifah	P	80
26	10734	004101035	Adi Syarifah	P	80
27	10735	004101036	Adi Syarifah	P	80
28	10736	004101037	Adi Syarifah	P	80
29	10737	004101038	Adi Syarifah	P	80
30	10738	004101039	Adi Syarifah	P	80
31	10739	004101040	Adi Syarifah	P	80
32	10740	004101041	Adi Syarifah	P	80
33	10741	004101042	Adi Syarifah	P	80
34	10742	004101043	Adi Syarifah	P	80
35	10743	004101044	Adi Syarifah	P	80
36	10744	004101045	Adi Syarifah	P	80

Legenda :
K : Baik
A : Baik Sekali
B : Cukup
C : Kurang

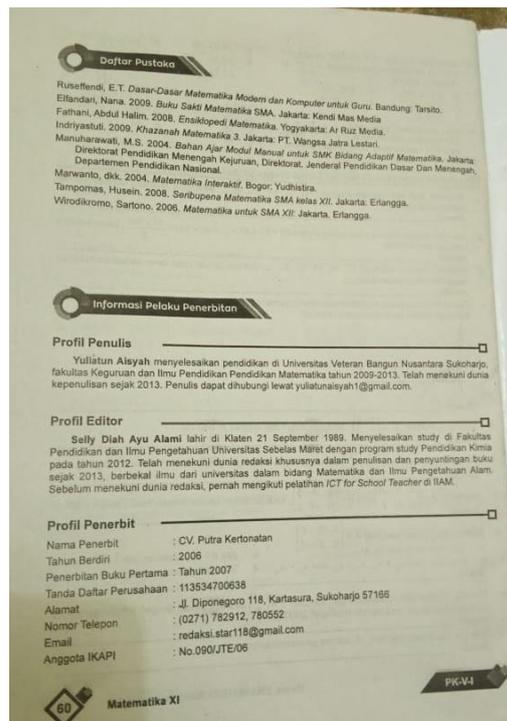
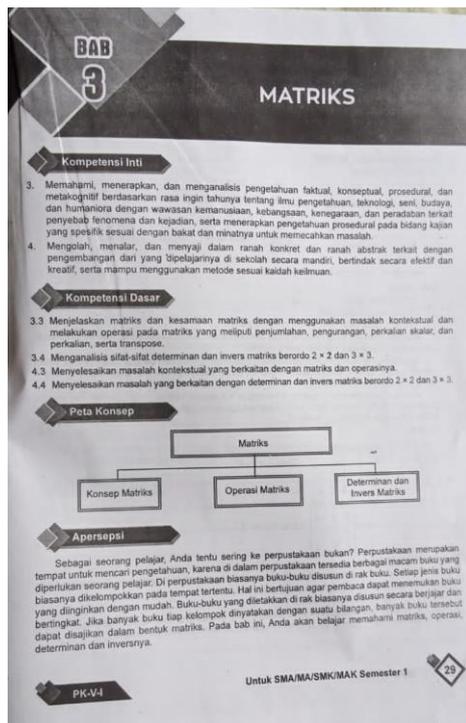
Gambar 1.1 : Nilai Matriks

Hasil belajar adalah kemampuan-kemampuan yang dimiliki siswa setelah ia mendapatkan pengalaman pada saat melakukan pembelajaran. Siswa yang sudah berhasil dalam belajarnya adalah siswa yang berhasil mencapai tujuan-tujuan pembelajaran. Rendahnya hasil belajar yang dimiliki peserta didik tersebut dikarenakan beberapa faktor, diantaranya kurangnya fasilitas yang dimiliki peserta didik dalam proses pembelajaran yang dapat membentuk pengalaman belajar yang baik terkait pemahaman konsep-konsep. Pembentukan pengalaman belajar dicapai dengan menciptakan pembelajaran yang aktif, dimana peserta didik terlibat aktif dalam proses pembelajaran, salah satunya melalui Lembar Kerja Peserta Didik (LKPD).

Di SMA N 1 Salo kelas X hasil rata-rata belajar siswa hanya mencapai 65, sedangkan kriteria ketuntasan minimal 70. Rendahnya hasil belajar siswa terutama pada pemahaman konsep disebabkan oleh kurangnya alat untuk menyampaikan materi yang menjadi jembatan oleh guru untuk mencapai tujuan.³ Salah satu bahan ajar yang dapat digunakan guru untuk menjadi jembatan penyampaian materi kepada siswa ialah LKPD, akan tetapi LKPD yang digunakan adalah LKPD yang dijual di pasaran. Padahal LKPD yang dijual dipasaran kurang tepat dikarenakan hanya berupa kumpulan soal-soal dan berbagai macam soal. Materi didalam LKPD juga cukup singkat dan padat tanpa ada panduan siswa dalam bekerja.

Proses pembelajaran dilakukan guru SMA Muhammadiyah 4 Babalan sudah menggunakan metode pembelajaran pada saat melakukan penyampaian materi, akan tetapi bahan ajar atau buku bacaan yang digunakan kurang tersedia, karena bahan ajar yang digunakan khususnya LKPD saat ini bukanlah bahan ajar yang dirancang oleh guru sendiri akan tetapi LKPD yang dibeli dari penerbit CV. Putra Kertonatan, yang dimana dalam proses pembelajaran siswa hanya mengerjakan latihan dan uji kompetensi. LKPD yang digunakan pada halaman pertama materi, di mana hanya terdapat kompetensi inti, kompetensi dasar, peta konsep, dan apersepsi, tidak terdapat tujuan pembelajaran, dimana tujuan pembelajaran cukup penting bagi siswa, agar siswa mampu mengetahui hasil yang akan dicapai setelah melakukan pembelajaran ini. Dari segi penyajian LKPD yang digunakan pun kurang menarik karena gambar pada LKPD tidak berwarna. Materi yang diberikan terlalu singkat, sehingga membuat siswa sulit untuk memahami isi materi.

³ Astuti dan Nurhidayah.2017. *Pengembangan Lembar Kerja Peserta Didik (LKPD) Pada Mata Pelajaran Matematika Siswa Kelas X SMA. Pendidikan Matematika. E-ISSN 2579-9258. Vol 1, No 2, pp. 13-24.*



Gambar 1.2 : Halaman depan materi Gambar 1.3: Penerbit LKPD

Guru harus mampu membuat/mendesain pembelajaran matematika dengan Lembar Kerja Peserta Didik yang menarik dan mampu menjadikan siswa sebagai subjek belajar bukan objek belajar. Dalam meningkatkan hasil belajar siswa dalam matematika bukan suatu hal yang mudah. Karena setiap siswa mempunyai kemampuan yang berbeda dalam memahami konsep-konsep matematika. Akan tetapi dalam meningkatkan hasil belajar matematika perlu diupayakan demi keberhasilan siswa dalam belajar.

Perlu adanya pengembangan Lembar Kerja Peserta Didik (LKPD) yang bisa mengatasi permasalahan tersebut, oleh sebab itu diperlukan suatu model pembelajaran yang sesuai dengan pemecahan masalah tersebut. Ada banyak pendekatan, model, metode dan strategi yang dapat diterapkan di kelas meningkatkan hasil belajar siswa dalam pembelajaran, salah satunya penggunaan model *Reciprocal Teaching*.

Reciprocal Teaching dapat meningkatkan kemandirian siswa yang didalamnya terdapat berbagai macam aktivitas siswa sehingga dapat

meningkatkan hasil belajar siswa.⁴ Didalam model pembelajaran terbalik ini dapat mengeksplorasi kemampuan siswa dan menekankan adanya aktifitas serta interaksi diantara peserta didik untuk saling memotivasi dan membantu dalam menguasai materi pelajaran, guna mencapai prestasi yang maksimal.

Penggunaan *Reciprocal Teaching* dalam kegiatan pembelajaran menuntut siswa dalam menguasai materi, aktif berdiskusi, berbagi hasil jawaban dan mengerjakan latihan.⁵ Dengan demikian memungkinkan untuk dapat meningkatkan hasil belajar siswa pada mata pelajaran matematika dengan materi matriks.

Dalam hal ini penulis mengembangkan LKPD menggunakan model pengembangan 4-D. Dimana model ini terdiri dari 4 tahap pengembangan yaitu *Define, Design, Develop, dan Disseminate*. Model pengembangan ini dipilih karena merupakan dasar untuk melakukan pengembangan LKPD, tahap-tahap pelaksanaan dibagi secara detail dan sistematis, sehingga penulis mengetahui hal-hal yang dilakukan terlebih dahulu untuk setiap tahapan.⁶ Model pengembangan 4-D melibatkan penilaian ahli sebelum dilakukan ujicoba di lapangan, sehingga sebelum melakukan ujicoba, perangkat pembelajaran telah di revisi berdasarkan penilaian dan masukan para ahli. Namun, pada pengembangan perangkat pembelajaran ini dibatasi sampai tahap *Develop*. Hal ini disebabkan keterbatasan penulis melakukan penelitian hanya pada satu sekolah.

⁴ Rachmayani, Dwi. 2014. Penerapan Pembelajaran *Reciprocal Teaching* Untuk Meningkatkan Kemampuan Komunikasi Matematis dan Kemandirian Belajar Matematika Siswa. Unsika. ISSN: 2338-2996. Vol. 2, No1, PP13-23.

⁵ Ira, Satrio. 2015. Penerapan Pembelajaran Berbalik (*Reciprocal Teaching*) ditinjau dari Aktivitas dan Hasil Belajar Siswa. Pendidikan Matematika FKIP Univ. Muhammadiyah Metro. ISSN 2442-5419 Vol. 4, No. 1, PP 59-66.

⁶ Ishaq Madeamin, Kelebihan dan Kekurangan Model Pengembangan, Diakses pada tanggal 28 Februari 2017 dari situs <http://www.ishaqmadeamin.com/2012/12/kelebihan-dan-kekurangan-model.html>

Berdasarkan uraian di atas maka peneliti mengangkat sebuah penelitian yaitu **“Pengembangan Lembar Kerja Peserta Didik (LKPD) Berbasis Reciprocal Teaching Pada Materi Matriks Kelas XI”**.

B. Identifikasi Masalah

Berdasarkan latar belakang masalah yang telah diuraikan di atas, maka dapat diidentifikasi beberapa masalah sebagai berikut:

1. Bahan ajar yang digunakan LKPD bukanlah bahan ajar yang di rancang oleh guru sendiri akan tetapi LKPD yang dibeli dari penerbit.
2. Dalam proses pembelajaran dalam LKPD yang digunakan siswa hanya mengerjakan latihan dan uji kompetensi.
3. Materi yang disajikan terlalu singkat.
4. Tidak tertera tujuan pembelajaran dalam LKPD.

C. Batasan Masalah

Berdasarkan latar belakang masalah dan identifikasi masalah, maka penelitian ini dibatasi pada:

1. Pengembangan Lembar Kerja Peserta Didik (LKPD) Matematika Berbasis Reciprocal Teaching untuk siswa kelas XI.
2. Materi yang digunakan dalam pengembangan Lembar Kerja Peserta Didik (LKPD) adalah matriks.

D. Rumusan Masalah

Berdasarkan latar belakang masalah, identifikasi masalah dan batasan masalah, maka permasalahan dalam penelitian ini dapat dirumuskan sebagai berikut:

1. Bagaimana efisien dari pengembangan LKPD berbasis *Reciprocal Teaching* pada materi matriks kelas XI di SMA MUHAMMADIYAH 4 BABALAN Tahun Ajaran 2021/2022?

2. Bagaimana kevalidan LKPD berbasis *Reciprocal Teaching* pada materi matriks kelas XI di SMA MUHAMMADIYAH 4 BABALAN Tahun Ajaran 2021/2022?
3. Apakah praktis penggunaan LKPD berbasis *Reciprocal Teaching* pada materi matriks kelas XI di SMA MUHAMMADIYAH 4 BABALAN Tahun Ajaran 2021/2022?
4. Apakah efektif penggunaan LKPD berbasis *Reciprocal Teaching* pada materi matriks kelas XI di SMA MUHAMMADIYAH 4 BABALAN Tahun Ajaran 2021/2022?

E. Tujuan Penelitian

Berdasarkan rumusan masalah diatas, tujuan dari penelitian ini adalah sebagai berikut:

1. Untuk mengetahui efisien dari pengembangan LKPD berbasis *Reciprocal Teaching* pada materi matriks kelas XI di SMA MUHAMMADIYAH 4 BABALAN Tahun Ajaran 2021/2022.
2. Untuk mengetahui kevalidan LKPD berbasis *Reciprocal Teaching* pada materi matriks kelas XI di SMA MUHAMMADIYAH 4 BABALAN Tahun Ajaran 2021/2022.
3. Untuk mengetahui kepraktisan LKPD berbasis *Reciprocal Teaching* pada materi matriks kelas XI di SMA MUHAMMADIYAH 4 BABALAN Tahun Ajaran 2021/2022.
4. Untuk mengetahui keefektifan LKPD berbasis *Reciprocal Teaching* pada materi matriks kelas XI di SMA MUHAMMADIYAH 4 BABALAN Tahun Ajaran 2021/2022.

F. Spesifikasi Produk yang Dikembangkan

Produk yang dikembangkan dalam penelitian ini yaitu bahan ajar berupa Lembar Kerja Peserta Didik (LKPD) matematika kelas XI. Adapun spesifikasi pengembangan Lembar Kerja Peserta Didik (LKPD) matematika kelas XI adalah sebagai berikut:

1. Lembar Kerja Peserta Didik (LKPD) yang dikembangkan menarik dan mudah dipahami.
2. Materi yang disediakan yakni materi kelas XI, khususnya Matriks.
3. Lembar Kerja Peserta Didik (LKPD) yang dikembangkan didesain dengan, deskripsi judul, petunjuk penggunaan untuk siswa, Kompetensi Inti, Kompetensi Dasar, Indikator, Tujuan Pembelajaran, Materi pelajaran, Contoh soal, Soal-soal latihan, dan daftar rujukan.
4. Memenuhi tiga uji kelayakan Lembar Kerja Peserta Didik (LKPD) yaitu uji kevalidan, uji kepraktilitas, dan uji keefektifitas. Sehingga dihasilkan Lembar Kerja Peserta Didik (LKPD) yang valid, praktis, dan efektif.

G. Manfaat Penelitian

Manfaat penelitian berdasarkan tujuan penelitian diatas adalah sebagai berikut:

1. Bagi Siswa

Siswa dapat memanfaatkan LKPD yang dihasilkan tersebut sebagai panduan belajar matematika bagi siswa yang di kelas atau sarana belajar mandiri bagi siswa di rumah

2. Bagi Guru

Guru dapat memanfaatkan perangkat pembelajaran LKPD yang dihasilkan dalam proses pembelajaran. Perangkat pembelajaran yang dihasilkan juga dapat digunakan sebagai wacana untuk meningkatkan kreatifitas guru dalam mengembangkan yang berupa RPP dan LKPD yang dapat diterapkan di kelas

3. Bagi peneliti

Peneliti dapat menambah wawasan dan pengalaman mengenai pengembangan perangkat pembelajaran, peneliti juga dapat meningkatkan kreatifitas dalam membuat perangkat pembelajaran sesuai materi dan minat siswa sesuai dengan tuntutan zaman.

BAB II

LANDASAN TEORITIS

A. Kerangka Teoritis

1. Pengembangan

Pengembangan berarti proses menterjemahkan atau menjabarkan spesifik rancangan kedalam bentuk fitur fisik. Pengembangan secara khusus berarti proses menghasilkan bahan-bahan pembelajaran.⁷

Research and Development adalah pendekatan penelitian untuk menghasilkan suatu produk baru atau menyempurnakan produk yang sudah ada. Metode Research and Development adalah metode penelitian yang digunakan untuk menghasilkan suatu produk tertentu, dan menguji keefektifan produk tersebut. Pengembangan perangkat pembelajaran merupakan lingkaran yang kontinu. Setiap langkah pengembangan berhubungan langsung dengan aktifitas revisi⁸

Dari pendapat ahli diatas maka dapat disimpulkan bahwa pengembangan adalah suatu cara yang dilakukan secara sadar, terencana, terarah untuk membuat atau memperbaiki, sehingga menjadi produk yang semakin bermanfaat untuk meningkatkan kualitas sebagai upaya untuk menciptakan mutu yang lebih baik. Berdasarkan definisi diatas, dalam Q.S Ar-Rahman ayat 33:

يَا مَعْشَرَ الْجِنِّ وَالْإِنسِ إِنِ اسْتَطَعْتُمْ أَنْ تَنْفُذُوا مِنْ أَقْطَارِ السَّمَوَاتِ وَالْأَرْضِ فَانْفُذُوا لَا تَنْفُذُونَ إِلَّا بِسُلْطَانٍ

Artinya: "Hai golongan jin dan manusia, jika kamu sungguh menembus (melintas) langit dan bumi lantasilah. Kamu tidak akan dapat menembusnya melainkan dengan ilmu pengetahuan"

Di abad 21 ini, ilmu pengetahuan dan teknologi telah berkembang pesat, Manusia dapat melihat kejadian dimanapun di dunia, seolah-olah mereka adalah sebuah ruang dunia tanpa batas dengan kecanggihan alat

⁷ Alim Sumarno. 2012. *Hakikat pengembangan*. Jakarta; PT Raja Grafindo Persada, h.6

⁸ Hamdani. 2011. *Strategi belajar mengajar*. Bandung; CV Pustaka Setia., h. 24

teknologi informasi. Begitu juga di bidang lain yang sedang berkembang pesat, sebanding dengan kecepatan kemajuan teknologi. Oleh sebab itu di masa sekarang ini kita harus memperkuat diri kita dengan ilmu pengetahuan.

Dalam penelitian pengembangan ini, peneliti menggunakan model pengembangan 4-D yang terdiri atas 4 tahap yaitu:⁹

a. Tahap *Define* (Pendefinisian)

Tujuan pada tahap ini adalah mendefinisikan dan menetapkan kebutuhan-kebutuhan dalam pembelajaran dengan menganalisis tujuan-tujuan dan batasan materi. Kegiatan yang dilakukan pada tahapan ini yakni analisis awal-akhir, analisis peserta didik, analisis tugas dan spesifikasi dari konsep dan tujuan pembelajaran.

1. Analisis awal akhir

Analisis awal akhir meliputi analisis kurikulum untuk disesuaikan dengan RPP agar proses pembelajaran menjadi lebih baik.

Analisis peserta didik

Analisis peserta didik dilakukan dengan cara melihat karakteristik dan kemampuan awal peserta didik sebelum penelitian dilaksanakan. Dengan melihat karakter peserta didik, peneliti dapat mengambil langkah lebih lanjut pada proses pembelajaran

2. Analisis tugas

Analisis tugas dilakukan untuk mengetahui kemampuan dan ketidakmampuan peserta didik sehingga dapat diambil tindakan selanjutnya.

3. Analisis konsep

Analisis konsep dilakukan dengan cara mengidentifikasi komponen materi yang akan diajarkan kepada peserta

⁹ Agus Dwi Kurniawan. 2013. *Pengembangan Buku Peserta didik untuk Meningkatkan Proses dan Hasil Belajar Kompetensi Dasar Cornflake Cookies pada Peserta didik Tunagrahita SMA-LB Negeri Gedangan, Sidoarjo*. FT: Universitas Negeri Surabaya. e-journal boga, Vol. 2 No. 1,

didik, yang disajikan dalam bentuk peta konsep untuk memudahkan peserta didik dalam memahami pembelajaran.

4. Analisis tujuan pembelajaran

Analisis tujuan pembelajaran adalah rumusan tujuan pembelajaran yang ingin dicapai dalam proses pembelajaran dan diharapkan peserta didik dapat menguasai materi yang telah diajarkan oleh pendidik.

b. Tahap *Design* (Perancangan)

Tujuan pada tahap ini adalah merancang suatu Lembar Kerja Peserta Didik (LKPD) berbasis *Reciprocal Teaching*. Kegiatan pada tahap ini adalah pemilihan media, pemilihan format, dan rancangan awal.

1. Pemilihan media Pemilihan media pembelajaran sangat diperlukan untuk menarik perhatian para peserta didik. Pemilihan media yang tepat akan membuat peserta didik menjadi lebih aktif, percaya diri, dan pembelajaran tidak hanya berpusat pada pendidik.
2. Pemilihan format Pemilihan format yang dimaksud disini adalah pemilihan metode pembelajaran yang dapat membuat peserta didik lebih mudah dalam memahami materi yang disampaikan oleh pendidik.
3. Rancangan awal yang dimaksud disini adalah peneliti melakukan reancangan LKPD sebelum ujicoba dilakukan untuk mendapatkan hasil yang memuaskan saat perangkat pembelajaran dilaksanakan.

c. Tahap *Develop* (Pengembangan)

Tahap pengembangan bertujuan untuk menghasilkan data dari pengembangan Lembar Kerja Peserta Didik (LKPD). Langkah langkah yang harus dilakukan untuk menghasilkan produk pengembangan adalah validasi ahli yang diikuti dengan revisi.

1. Validasi ahli

Penilaian yang dilakukan para ahli terhadap perangkat pembelajaran meliputi: Isi, penyajian materi, kegrafikan, dan kebahasaan. Segala masukan dari para ahli dijadikan acuan untuk merevisi Lembar Kerja Peserta Didik (LKPD) agar menjadi lebih tepat, efektif, mudah digunakan, dan memiliki kualitas yang tinggi.

2. Uji coba pengembangan

Uji coba pengembangan dilakukan di lapangan untuk memperoleh masukan langsung berupa reaksi dan respon dari peserta didik.

d. Tahap *Disseminate* (Penyebaran)

Tahap penyebaran merupakan tahap akhir dari pengembangan ini. Tahap ini dilakukan untuk mempromosikan produk dari pengembangan ini agar dapat diterima oleh pengguna, baik individu maupun kelompok, ataupun sistem. Ada empat hal yang perlu diperhatikan dalam tahap ini, yaitu: analisis pengguna, menentukan strategi dan tema, pemilihan waktu, dan pemilihan media.

1. Analisis pengguna

Analisis pengguna merupakan langkah awal pada tahap ini untuk mengetahui sasaran pengguna produk yang telah dikembangkan.

2. Menentukan strategi dan tema

Strategi pada tahap ini adalah suatu rencana untuk pencapaian penerimaan produk pengembangan oleh calon pengguna produk pengembangan.

3. Pemilihan waktu

Pemilihan waktu penyebaran harus dipertimbangkan oleh peneliti untuk mengetahui apakah produk yang dikembangkan akan diterima atau ditolak oleh calon pengguna produk pengembangan.

4. Pemilihan media dalam penyebaran produk pengembangan sangat penting. Media yang dapat digunakan untuk menyebarkan produk pengembangan dapat berupa jurnal pendidikan, majalah pendidikan, pertemuan, dan perjanjian dalam berbagai jenis.

2. Lembar Kerja Peserta Didik (LKPD)

a. Pengertian Lembar Kerja Peserta Didik (LKPD)

LKPD adalah suatu bahan ajar yang berisi materi ringkasan serta petunjuk-petunjuk pelaksanaan tugas pembelajaran yang harus diselesaikan oleh siswa yang mengacu pada kompetensi dasar dengan tujuan pembelajaran yang hendak dicapai.¹⁰ LKPD merupakan sekumpulan kegiatan mendasar yang harus dilakukan oleh siswa untuk memaksimalkan pemahamannya dalam upaya pembentukan kemampuan dasar siswa yang harus ditempuh sesuai dengan indikator pencapaian belajar. LKPD yang digunakan dalam kegiatan pembelajaran di kelas haruslah sesuai dengan Kompetensi Dasar (KD), memotivasi siswa, serta menarik minat dan perhatian siswa untuk belajar.¹¹

Secara sederhana, LKPD berisi materi, rangkuman, dan petunjuk kerja serta penilaian. LKPD merupakan salah satu sumber belajar yang dapat dikembangkan oleh pendidik sebagai fasilitator dalam kegiatan pembelajaran. LKPD yang digunakan sebagai media pembelajaran dapat digunakan untuk menunjang proses pembelajaran baik secara individu maupun kelompok sehingga mampu membangun pengetahuan peserta didik. Selain itu, LKPD membuat kegiatan pembelajaran terarah dan tertib, karena LKPD disesuaikan dengan pembelajaran yang dilakukan. Peran penting LKPD dalam proses pembelajaran adalah mampu membantu pendidik

¹⁰ Fany Khairu Putri Apertha, dkk. 2018. *Pengembangan LKPD Berbasis Open Ended Problem Pada Materi Segiempat kelas VII*. Jurnal Pendidikan Matematika. Vol 12. No 2. H. 49

¹¹ Rito Arie Pratama, Antoni Saregar. 2019. Pengembangan Lembar Kerja Peserta Didik (LKPD) Berbasis Scaffolding Untuk Melatih Pemahaman Konsep. Jurnal Pendidikan Sains Dan Matematika. Vol 2. No 1. h. 85

dalam membimbing dan mengarahkan peserta didik untuk menemukan konsep melalui rangkaian kegiatan pembelajaran.

Disimpulkan bahwa LKPD merupakan bahan ajar yang berupa sekumpulan ringkasan materi maupun petunjuk-petunjuk pelaksanaan sebagai tugas pembelajaran yang harus diselesaikan oleh siswa dalam proses pembelajaran, sebagai bahan untuk memperkuat pemahaman siswa dalam proses pembelajaran yang sesuai dengan Kompetensi Dasar (KD) dan indikator pencapaian belajar.

b. Tujuan dan Manfaat LKPD

Tujuan penyusunan LKPD dalam pembelajaran adalah memperkuat dan menunjang tujuan pembelajaran serta ketercapaian indikator serta kompetensi dasar (KD) dan kompetensi inti (KI) yang sesuai dengan kurikulum yang berlaku, membantu siswa untuk dapat mencapai tujuan pembelajaran. Sedangkan bahan-bahan ajar yang digunakan oleh guru harus sesuai dengan kriteria sehingga dapat mempermudah proses pembelajaran. Sependapat dengan Kartika yang mengatakan bahwa tujuan penggunaan LKPD dalam proses pembelajaran adalah untuk memperkuat dan menunjang pembelajaran dalam tercapainya indikator serta kompetensi yang sesuai dengan kurikulum.

Peran LKPD pada proses pembelajaran sangat besar karena mampu meningkatkan aktivitas peserta didik dalam memahami materi dan penggunaannya dalam pembelajaran, juga membantu guru mengarahkan peserta didik menemukan konsep melalui aktivitas masing-masing.¹² Kegiatan pembelajaran yang menggunakan LKPD sebagai pendamping belajar memiliki beberapa manfaat umum, antara lain :

- 1) Membantu guru dalam menyusun rencana kegiatan pembelajaran
- 2) Mengaktifkan minat peserta didik dalam proses pembelajaran
- 3) Membantu peserta didik memperoleh indikator materi yang akan dipelajari secara sistematis

¹² Wulandari. 2013. *Pengembangan lembar kerja siswa berbasis cerita bergambar pada materi sistem pencernaan di SMP*. Jurnal Biologi. h. 8-9

- 4) Melatih peserta didik menemukan dan mengembangkan keterampilan
- 5) Mengaktifkan pemahaman peserta didik dalam mengembangkan konsep

c. Unsur-Unsur LKPD

Unsur-unsur yang harus ada dalam LKPD yaitu :¹³

- 1) Judul
- 2) Kompetensi dasar yang harus dicapai sesuai bidang studi atau tema/subtema
- 3) Batas waktu penyelesaian
- 4) Peralatan atau bahan yang dibutuhkan untuk menyelesaikan tugas
- 5) Laporan yang harus diselesaikan

Adapun pendapat lain menyebutkan bahwa unsur-unsur yang harus ada dalam LKPD antara lain, yaitu:¹⁴

- a) Judul
- b) Petunjuk belajar
- c) Kompetensi dasar atau materi pokok
- d) Informasi pendukung
- e) Tugas
- f) Penilaian

d. Syarat-syarat Penyusunan LKPD

Penyusunan Lembar Kerja Peserta Didik (LKPD) meliputi tiga syarat yaitu:

- 1) Syarat Didaktik
Ketentuan didaktif ialah yang mengatur mengenai pemakaian Lembar Kerja Peserta Didik yang dapat digunakan secara menyeluruh dalam artian dapat digunakan oleh semua golongan siswa, baik yang memiliki daya pikir yang rendah ataupun yang memiliki daya pikir tinggi.
- 2) Syarat Konstruksi

¹³ rihantini. 2020. Strategi Pembelajaran SD. Jakarta: Bumi Aksara. h. 194

¹⁴ Andi Prastowo. 2011. Panduan Kreatif Membuat Bahan Ajar Inovatif . Yogyakarta: Diva Press. h. 207-208

Ketentuan konstruksi yaitu yang mengatur tentang pemakaian bahasa, penyusunan kata dan kalimat, tingkat kesulitan, kosakata maupun kejelasan.

3) Syarat Teknik

Ketentuan syarat teknik yaitu berfokus pada penyajian yang menekankan pada ketepatan dalam penulisan, gambar yang disajikan serta penampilan. Hal ini diperlukan agar LKPD yang dibuat terlihat lebih baik dan rapi, pesan atau isi yang ingin disampaikan pun dapat diterima baik oleh peserta didik. Dan yang paling penting yaitu penampilan, penampilan merupakan poin utama dalam penyusunan LKPD, suatu LKPD dapat dikatakan memiliki penampilan yang baik apabila kombinasi antara gambar dan tulisannya seimbang.

e. Langkah-Langkah Menyusun LKPD

Langkah-langkah penyusunan LKPD diantaranya yaitu:¹⁵

- 1) Melakukan analisis kurikulum Analisis kurikulum merupakan langkah awal dalam melakukan penyusunan LKPD. Langkah ini dimaksudkan agar dapat menentukan materi-materi apa saja yang memerlukan LKPD. Langkah ini dapat dilakukan dengan melihat materi pokok, pengalaman belajar, serta materi yang akan dipelajari dan harus dimiliki oleh peserta didik.
- 2) Menyusun peta kebutuhan LKPD Peta kebutuhan LKPD harus ditulis agar sesuai dengan kurikulum sehingga peserta didik mengetahui kompetensi-kompetensi apa saja yang harus dikuasai. Analisis kurikulum dan sumber belajar juga merupakan langkah awal yang harus dilakukan dalam menyusun peta kebutuhan LKPD, seperti menganalisis SK, KD, indikator teori singkat mengenai materi sehingga dapat diketahui berapa LKPD yang akan dibuat.
- 3) Menentukan judul LKPD Judul LKPD ditentukan berdasarkan kompetensi dasar (KD), materi pokok atau pengalaman belajar yang tercantum di dalam kurikulum. Jika kompetensi dari satu KD tidak

¹⁵ Ibid, h. 211

terlalu besar maka satu KD tersebut dapat dijadikan sebagai judul LKPD, namun apabila terdapat cakupan kompetensi yang besar maka dapat diuraikan menjadi materi pokok dan maksimal yang dapat dicantumkan adalah empat materi pokok.

4) Penulisan LKPD Langkah-langkah yang harus dilakukan dalam penulisan LKPD adalah :

- Merumuskan Kompetensi Dasar

Kompetensi Dasar (KD) merupakan penjabaran dari Standar Kompetensi (SK). Kemudian SK, KD, Indikator diturunkan dari Silabus.

- Menentukan Alat Penilaian

Alat tes yang akan digunakan harus disesuaikan dengan kebutuhan peserta didik karena masing-masing tes memiliki kelebihan dan kekurangannya masing-masing. Alat tes yang digunakan berisi tentang materi yang akan diajarkan oleh peserta didik.

- Menyusun Materi

Materi LKPD dapat berupa informasi pendukung, yaitu gambaran umum atau ruang lingkup substansi yang akan dipelajari peserta didik. Materi dapat diperoleh dari berbagai sumber, seperti buku, majalah, internet, jurnal hasil penelitian dan lain sebagainya.

- Langkah akhir yaitu memperhatikan struktur LKPD. Struktur ini terdiri dari judul, petunjuk belajar, kompetensi yang akan dicapai peserta didik, tugas, langkah kerja serta penilaian.

3. *Reciprocal Teaching*

Reciprocal Teaching merupakan pendekatan/metode pembelajaran yang bersifat konstruktivisme yang memuat kegiatan merangkum, mengajukan pertanyaan, mengkonfirmasi, dan memprediksi. *Reciprocal Teaching* atau pengajaran terbalik ini adalah pendekatan konstruktivistik yang didasarkan pada prinsip-prinsip pembuatan atau pengajuan pertanyaan, dimana ketrampilan-ketrampilan metakognitif diajarkan melalui

pembelajaran langsung dan pemodelan oleh guru untuk memperbaiki kinerja membaca siswa yang pemahamannya rendah.¹⁶ Pembelajaran *Reciprocal Teaching* adalah suatu kegiatan pembelajaran yang dilakukan oleh siswa meliputi membaca bahan ajar, merangkum, mengajukan pertanyaan, menyelesaikan masalah, dan menyusun prediksi.¹⁷

Disimpulkan bahwa *Reciprocal Teaching* adalah suatu pendekatan yang mengajarkan siswa untuk belajar mandiri memahami materi pembelajaran dengan cara sendiri dengan kelompok, kemudian siswa menjelaskan kembali materi yang telah ia dapat kepada siswa lainnya.

Pendekatan reciprocal teaching ini guru sekaligus mengajarkan siswa tentang ketrampilan kognitif dengan menciptakan pengalaman belajar melalui pemodelan perilaku tertentu kemudian membantu mengembangkan ketrampilan tersebut atas usaha mereka tersendiri dengan dorongan semangat dan bimbingan yang diberikan oleh orang yang lebih tahu kepada orang yang kurang tahu.

Cara pembelajaran ini menuntut sekelompok kecil pelajar untuk menjadi seorang guru yang dapat menerangkan kepada teman yang lainnya. Ini merupakan prosedur yang melibatkan anak secara aktif dalam kegiatan dan mengajarkan teknik untuk menelaah pemahaman siswa sendiri. Melalui pembelajaran dengan pendekatan reciprocal teaching ini, siswa diberi tugas untuk mempelajari suatu topik atau konsep yang terdapat dalam buku paket yang telah diberikan pada siswa. Selanjutnya siswa dituntut untuk dapat memahami pokok atau inti pada topik tersebut, memberikan contoh soal dan penyelesaiannya, kemudian mempertanggungjawabkan tugas tersebut dengan mempresentasikan di depan kelas. Dengan demikian, siswa telah dilatih untuk belajar mandiri dengan memanfaatkan buku paket atau sumber-sumber lainnya yang telah tersedia.

Pada dasarnya pendekatan *Reciprocal Teaching* ini menekankan pada kerjasama antar siswa dalam suatu kelompok yang dibentuk sedemikian

¹⁶ Trianto, Loc. Cit. h. 173

¹⁷ Karunia dan M Ridwan. 2015. *Penelitian Pendidikan Matematika*. Bandung: PT Refika, h. 69

hingga agar setiap anggotanya dapat berkomunikasi dengan nyaman dalam menyampaikan pendapat ataupun bertanya dalam rangka bertukar pengalaman keberhasilan belajar satu dengan lainnya, diharapkan agar pembelajaran tercapai dengan baik dan siswa merasa nyaman dan senang.

Merencanakan pembelajaran *Reciprocal Teaching* adalah sebagai berikut:

- 1) Menyeleksi atau mendesain soal-soal latihan
Sebagain besar pembelajaran resiprokal digunakan untuk meninjau konten dan mempraktekkan keterampilan, soal-soal yang efektif digunakan cenderung memiliki jawaban benar dan salah yang jelas.
- 2) Mengembangkan jawaban dan petunjuk
Guru memberikan petunjuk dan mendorong para siswa agar berpikir kreatif dan mengembnagkan petunjuk-petunjuknya sendiri.
- 3) Mendesain lembar kerja yang akan diterima murid
Guru memilih untuk menempatkan pertanyaan-pertanyaan dan jawaban bagi setiap murid pada satu lembar kerja ataupun lebih dari satu lembar kerja.
- 4) Memutuskan cara guru menentukan kelompok dan mengatur proses belajar mengajar
Guru menentukan kelompok secara acak agar dapat mengeliminasi peluang bahwa seorang murid akan merasa diabaikan ketika tidak ada murid lain yang memilihnya.¹⁸

Langkah-langkah dari pendekatan *reciprocal teaching* pada prinsipnya reciprocal teaching hampir sama dengan tutor sebaya yaitu mengajarkan materi tersebut dengan temanya sendiri. Tahapan kegiatan dari pendekatan reciprocal teaching yaitu Prosedur umum dan prosedur harian. Prosedur umum misalnya guru pada pengajaran terbalik memperagakan langkah_langkah dari pengajaran terbalik, kemudian siswa bergantian berperan sebagai guru, sedangkan guru kelas bertindak sebagai anggota

¹⁸ Andi Prastowo. Loc.Cit h. 175

kelompok membantu siswa jika mengalami kesulitan pada langkah-langkah tertentu. Pada prosedur harian kegiatan belajar mengajar misalnya disediakan teks bacaan, menyarankan siswa untuk membaca terlebih dahulu materi yang akan dipelajari untuk pembelajaran berikutnya, kemudian pada pembelajaran guru memberikan segmen pertanyaan tentang materi tersebut dan siswa yang di berikan pertanyaan harus siap untuk menjawab soalnya.

Langkah-langkah pendekatan reciprocal teaching sebagai berikut:¹⁹

- a. Mengelompokkan siswa dan diskusi kelompok
Siswa dikelompokkan menjadi beberapa kelompok kecil dan mendiskusikan student worksheet yang telah diterima.
- b. Membuat pertanyaan (*Question Generating*)
Siswa membuat pertanyaan tentang materi yang dibahas kemudian menyampaikannya di depan kelas.
- c. Menyajikan hasil kerja kelompok
Guru menyuruh salah satu kelompok untuk menjelaskan hasil temuannya di depan kelas, sedangkan kelompok lain menanggapi atau bertanya tentang hasil temuan yang disampaikan.
- d. Mengklarifikasikan permasalahan (*clarifyng*)
Siswa diberikan kesempatan bertanya tentang materi yang dianggap sulit kepada guru. Guru berusaha menjawab dengan memberikan pertanyaan pancingan. Selain itu, guru mengadakan tanya jawab tentang materi yang diajarkan untuk mengetahui tingkat pemahaman konsep siswa.
- e. Memberikan soal latihan yang memuat soal pengembangan (*Predicting*)
Siswa mendapatkan soal latihan dari guru untuk dikerjakan secara individu.
- f. Menyimpulkan materi yang dipelajari (*Summarizing*)
Siswa diminta untuk menyimpulkan materi yang telah dibahas.

¹⁹ Aris Shoimin. 2016. *68 Model Pembelajaran Innovative dalam Kurikulum 2013*. Yogyakarta: Ar-Ruzz Media, h.154-155

Model *Reciprocal Teaching* memiliki kelebihan dan kekurangan yaitu:

1) Kelebihan Strategi *Reciprocal Teaching*

Reciprocal Teaching terutama dikembangkan untuk membantu guru menggunakan dialog-dialog belajar yang bersifat kerja sama untuk mengajarkan pemahaman bacaan secara mandiri.²⁰ Adapun kelebihan-kelebihan dari *reciprocal teaching* ini antara lain:

- a) Dapat meningkatkan kemampuan kognitif siswa
- b) Dapat meningkatkan minat belajar siswa
- c) Dapat meningkatkan hasil belajar siswa yang rendah hasil belajarnya
- d) Meningkatkan pemahaman maupun memberi pembaca peluang untuk memantau pemahaman sendiri
- e) Dapat melatih siswa mengembalikan keterampilan, berinteraksi dan mengembangkan dalam kemampuan dan berkomunikasi

2) Kekurangan Strategi *Reciprocal Teaching*

Disamping kelebihan diatas strategi ini juga memiliki kekurangan yaitu:

- a) Adanya kekurangan kesungguhan para siswa yang berperan sebagai guru menyebabkan tujuan tak tercapai
- b) Pendengar (siswa yang tidak berperan) sering menertawakan tingkah laku siswa yang menjadi guru sehingga merusak suasana
- c) Kurangnya perhatian siswa kepada pelajaran dan hanya memperhatikan aktivitas siswa yang berperan sebagai guru membuat kesimpulan akhir sulit tercapai.

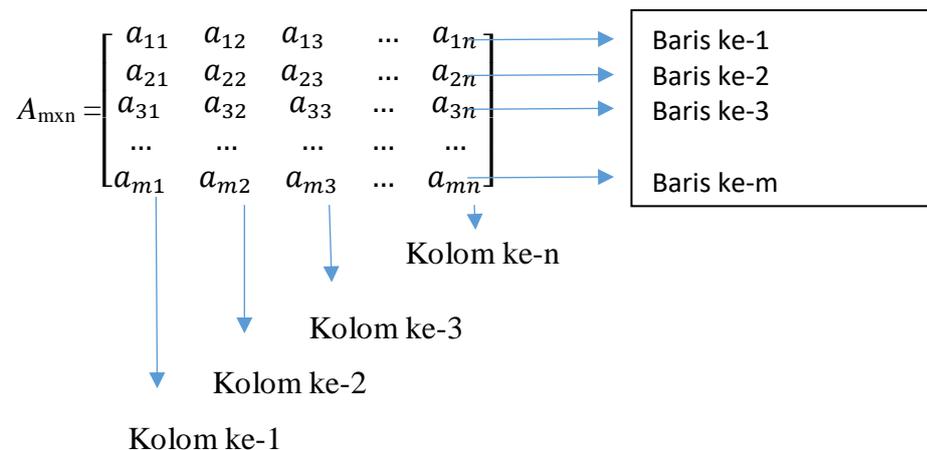
²⁰ Anita Lie. 2010. *Cooperative Learning Mempraktikkan Cooperative Learning di Ruang-Ruang Kelas*. Jakarta: Grasindo, h. 59

4. Materi Matriks

a. Konsep Matriks

Dalam matematika, bentuk penulisan yang terdiri atas baris dan kolom tersebut dinamakan matriks. Setiap bilangan yang terdapat di dalam matriks tersebut dinamakan elemen matriks.

Bentuk umum matriks



Pada bentuk matriks tersebut terlihat hal-hal sebagai berikut:

1. Banyaknya baris dan kolom matriks A berturut-turut adalah m dan n buah.
2. $a_{11}, a_{12}, a_{13}, \dots, a_{mn}$ = disebut dengan elemen-elemen matriks A , a_{mn} = elemen A pada baris ke- m , kolom ke- n .

b. Kesamaan Dua Matriks

Matriks A dan matriks B dikatakan sama jika dan hanya jika ordo matriks A dengan ordo matriks B dan elemen-elemen yang seletak dari kedua matriks tersebut juga sama.

Matriks $A = (a_{ij})$ dan matriks $B = (b_{ij})$ dikatakan sama ($A=B$) jika dan hanya jika $a_{ij} = b_{ij}$ untuk semua $i = 1, 2, 3, \dots, m$ dan $j = 1, 2, 3, \dots, n$.

Perhatikan untuk matriks dibawah ini.

a.
$$\begin{bmatrix} 3 & 5 \\ 7 & 9 \end{bmatrix} = \begin{bmatrix} 3 & 5 \\ 7 & 9 \end{bmatrix}$$

$$b. \begin{bmatrix} 3 & 4+1 \\ 7 & 9 \end{bmatrix} = \begin{bmatrix} \sqrt{9} & 5 \\ 7 & 3^2 \end{bmatrix}$$

3 seletak dengan $\sqrt{9}$
 4+1 seletak dengan 5
 9 seletak dengan 3^2

$$c. \begin{bmatrix} \sqrt{9} & 5 \\ 7 & 3^2 \end{bmatrix} = \begin{bmatrix} 3 & 4+1 \\ 7 & 9 \end{bmatrix}$$

$$d. \begin{bmatrix} 9 & 4+1 \\ 7 & 3 \end{bmatrix} \neq \begin{bmatrix} \sqrt{9} & 5 \\ 7 & 3^2 \end{bmatrix}$$

$$e. \begin{bmatrix} 2a & 7 \\ 8 & 3b \end{bmatrix} = \begin{bmatrix} 2 & 3 \\ 8 & -6 \end{bmatrix}$$

$$\text{Maka : } 2a = 2$$

$$3b = -6$$

$$a = \frac{2}{2} = 1$$

$$b = \frac{-6}{3} = -2$$

c. Transpose Matriks

Transpose matriks adalah matriks yang elemen-elemennya berubah dari baris menjadi kolom , atau sebaliknya. Lambang transpose matriks A adalah A^T atau dibaca A' (dibaca A aksen). Secara singkat dapat ditulis:

$$A = (a_{ij})_{m \times n} \rightarrow A^T = (a_{ij})_{n \times m}$$

$$A_{2 \times 2} = \begin{bmatrix} a & b \\ c & d \end{bmatrix} \text{Transpose matriks A dinotasikan dengan } A_{2 \times 2}^T = \begin{bmatrix} a & c \\ b & d \end{bmatrix}$$

$$A_{3 \times 2} = \begin{bmatrix} a & b \\ c & d \\ e & f \end{bmatrix} \text{Transpose matriks A dinotasikan dengan } A_{2 \times 3}^T = \begin{bmatrix} a & c & e \\ b & d & f \end{bmatrix}$$

d. Penjumlahan Matriks

Apabila dua buah matriks memiliki **ordo yang sama**, penjumlahan dua matriks itu adalah **penjumlahan elemen-elemen yang seletak** pada kedua matriks itu.

Contoh soal

$$A = \begin{bmatrix} 1 & 3 \\ 5 & 2 \end{bmatrix}; B = \begin{bmatrix} 1 & 3 \\ 5 & 2 \\ 0 & 0 \end{bmatrix}; C = \begin{bmatrix} 5 & 3 \\ 6 & 3 \end{bmatrix}; D = \begin{bmatrix} 1 & 2 & 4 \\ 5 & 3 & 2 \end{bmatrix}; \text{ dan } E = \begin{bmatrix} 2 & 1 \\ 3 & 5 \\ 6 & 0 \end{bmatrix}$$

Maka

$$1. A + C = \begin{bmatrix} 1 & 3 \\ 5 & 2 \end{bmatrix} + \begin{bmatrix} 5 & 3 \\ 6 & 3 \end{bmatrix} = \begin{bmatrix} 1+5 & 3+3 \\ 5+6 & 2+3 \end{bmatrix} = \begin{bmatrix} 6 & 6 \\ 11 & 5 \end{bmatrix}$$

$A + B =$ tidak terdefinisi karena ordo matriks A (yaitu 2x2)
sedangkan ordo matriks B (yaitu 3x2)

e. Pengurangan Matriks

Pengurangan dua matriks secara prinsip sama dengan penjumlahan antara dua matriks, apabila dua buah matriks memiliki **ordo yang sama**, pengurangan dua matriks itu adalah **pengurangan elemen-elemen yang seletak** pada kedua matriks itu. Atau penjumlahan dua matriks dengan lawannya

$$\text{Contoh soal : } A = \begin{bmatrix} 1 & 3 \\ 5 & 2 \end{bmatrix}; B = \begin{bmatrix} 1 & 3 \\ 5 & 2 \\ 0 & 0 \end{bmatrix}; C = \begin{bmatrix} 5 & 3 \\ 6 & 3 \end{bmatrix}; D =$$

$$\begin{bmatrix} 1 & 2 & 4 \\ 5 & 3 & 2 \end{bmatrix}; \text{ dan } E = \begin{bmatrix} 2 & 1 \\ 3 & 5 \\ 6 & 0 \end{bmatrix}$$

Maka

$$1. C - A = \begin{bmatrix} 5 & 3 \\ 6 & 3 \end{bmatrix} - \begin{bmatrix} 1 & 3 \\ 5 & 2 \end{bmatrix} = \begin{bmatrix} 5-1 & 3-3 \\ 6-5 & 3-2 \end{bmatrix} = \begin{bmatrix} 4 & 0 \\ 1 & 1 \end{bmatrix}$$

2. $A - B =$ tidak terdefinisi karena ordo matriks A (yaitu 2x2)
sedangkan ordo matriks B (yaitu 3x2)

f. Perkalian Skalar Matriks

Jika matriks A dan B berordo sama, dan $k, m \in \mathbb{R}$ (bilangan Real), maka berlaku sifat-sifat:

$$1. kA = Ak$$

$$2. (k + m)A = kA + mA$$

$$3. k(A + B) = kA + kB$$

$$4. k(mA) = (km)A$$

g. Perkalian Dua Matriks

Hasil perkalian dua matriks $A \times B$ adalah sebuah matrik baru yang elemen-elemennya diperoleh dari penjumlahan hasil perkalian antara elemen baris pada matriks A dengan elemen kolom pada matriks B.

Contoh soal

$$1. D = \begin{bmatrix} 1 & 2 & 4 \\ 5 & 3 & 2 \end{bmatrix}; \text{ dan } E = \begin{bmatrix} 2 & 1 \\ 3 & 5 \\ 6 & 0 \end{bmatrix}, D \times E = \dots$$

$$\text{Penyelesaian : diketahui : } D = \begin{bmatrix} 1 & 2 & 4 \\ 5 & 3 & 2 \end{bmatrix}; \text{ dan } E = \begin{bmatrix} 2 & 1 \\ 3 & 5 \\ 6 & 0 \end{bmatrix}$$

Ditanya : $D \times E \dots$

$$\begin{aligned} \text{Jawab : } D \times E &= \begin{bmatrix} 1 & 2 & 4 \\ 5 & 3 & 2 \end{bmatrix} \times \begin{bmatrix} 2 & 1 \\ 3 & 5 \\ 6 & 0 \end{bmatrix} \\ &= \begin{bmatrix} (1.2) + (2.3) + (4.6) & (1.1) + (2.5) + (4.0) \\ (5.2) + (3.3) + (2.6) & (5.1) + (3.5) + (2.0) \end{bmatrix} \\ &= \begin{bmatrix} 2 + 6 + 24 & 1 + 10 + 0 \\ 10 + 9 + 12 & 5 + 15 + 0 \end{bmatrix} \\ &= \begin{bmatrix} 32 & 11 \\ 41 & 20 \end{bmatrix} \end{aligned}$$

h. Determinan Matriks

Determinan Matriks 2 x 2

Dalam konsep matriks ad-bc disebut dengan determinan matriks berordo 2

x 2. Apabila matriks berordo 2 x 2 yaitu $\begin{bmatrix} a & b \\ c & d \end{bmatrix}$ maka determinan dari

$$\text{matriks A didefinisikan: } |A| = \begin{vmatrix} a & b \\ c & d \end{vmatrix} = ad - bc$$

Determinan Matriks 3 x 3

$$\begin{bmatrix} a & b & c \\ d & e & f \\ g & h & i \end{bmatrix} \rightarrow \begin{bmatrix} a_{11} & a_{12} & a_{13} \\ a_{21} & a_{22} & a_{23} \\ a_{31} & a_{32} & a_{33} \end{bmatrix}$$

Untuk mencari determinan maka matriks di atas kita keluarkan menjadi dua kolom pertama yaitu kolom pertama dan kolom kedua kita keluarkan menjadi:

$$|A| = \begin{vmatrix} a & b & c \\ d & e & f \\ g & h & i \end{vmatrix} \begin{matrix} a & c \\ d & f \\ g & h \end{matrix}$$

$$\text{Det } A = |A| = (aei + bfg + cdh) - (ceg + afh + cdi)$$

Atau

$$\text{Det } A = |A| = aei + bfg + cdh - ceg - afh - cdi$$

i. Invers Matriks

Invers matriks A adalah sebuah matriks baru yang merupakan kebalikan dari matriks A dan apabila dikalikan antara matriks A dengan kebalikannya akan menghasilkan matriks Identitas. Invers matriks A dinotasikan dengan A^{-1}

✚ Invers dari matriks A yang mempunyai ordo 2×2 $A = \begin{bmatrix} a & b \\ c & d \end{bmatrix}$

$$\text{adalah } A^{-1} = \frac{1}{\det A} \begin{bmatrix} -d & b \\ c & a \end{bmatrix}$$

✚ Invers dari matriks A yang mempunyai ordo 3×3

$$A = \begin{bmatrix} a & b & c \\ d & e & f \\ g & h & i \end{bmatrix} \text{ adalah } A^{-1} = \frac{1}{\det A} \text{Adj } A$$

5. Tes

Tes adalah sekumpulan pertanyaan yang membutuhkan jawaban, atau sekumpulan pertanyaan yang harus diberikan tanggapan dengan tujuan untuk mengukur kemampuan seseorang yang dikenai pertanyaan. Tes merupakan alat atau prosedur yang digunakan untuk mengetahui atau

mengukur sesuatu dengan cara dan aturan-aturan yang telah ditentukan.²¹ Tes adalah kumpulan pertanyaan yang diberikan kepada siswa dalam beberapa bentuk seperti lisan yang bisa disebut tes lisan, tulis yang biasa disebut tes tulis dan dalam bentuk perbuatan. Sejatinya tes digunakan untuk menilai hasil belajar dari siswa yang berkaitan dengan kemampuan kognitif yaitu penguasaan bahan pengajaran sesuai dengan tujuan pendidikan dan pengajaran.

Dapat disimpulkan dari beberapa pendapat ahli mengenai apa itu tes, tes adalah suatu alat yang digunakan untuk mengumpullkan informasi guna mengetahui, menilai dan mengukur hasil belajar peserta didik. Hal ini bisa dilihat melalui perkembangan siswa pada pemahaman dan penguasaan bahan ajar yang diberikan pada proses pembelajaran.

a. Tes Objektif

Tes obyektif adalah tes yang terdiri dari butir-butir soal yang dapat dijawab dengan memilih satu alternatif yang benar dari sejumlah alternatif yang tersedia, atau dengan mengisi jawaban yang benar dengan beberapa perkataan atau simbol.²²

Disebut tes obyektif karena penilaiannya obyektif, yaitu apabila jawabannya benar diberi skor 1 (satu) dan salah diberi skor 0 (nol). Tes obyektif sering juga disebut tes dikotomi, yaitu penilaian 0-1 (dichotomously scored item).²⁰ Secara garis besar, tes obyektif dapat dibedakan menjadi dua kelompok, yaitu tes obyektif jenis isian (supply type) dan tes obyektif jenis pilihan (selection type).

1. Tes Obyektif Jenis Isian (Supply Type), terdiri dari:²³

a. Tes jawaban singkat (short answer test)

²¹ Arikunto, S. 2013. *Prosedur Penelitian Suatu Pendekatan Praktik*. Edisi Revisi. Jakarta: PT. Rineka Cipta, h. 67

²² Dimiyati dan Mudjiono, *Belajar dan Pembelajaran*, (Jakarta: Rineka Cipta, 1998), hlm. 211

²³ Ermawaty Munthe, *Desain Pembelajaran*, (Yogyakarta: PT Pustaka Insan Madani, 2011), hlm. 112

Tes ini berupa butir soal atau tugas yang jawabannya diisi oleh peserta tes dengan satu kata, satu frasa, satu angka, satu rumus, atau satu formula.

b. Tes melengkapi (completion test)

Tes ini berupa suatu pernyataan yang belum lengkap, dimana siswa diminta untuk melengkapi pernyataan tersebut dengan satu kalimat atau angka.

c. Tes asosiasi

Tes asosiasi sering disebut tes identifikasi, karena pada proses evaluasi para siswa diminta menghubungkan atau mengidentifikasi satu konsep dengan konsep lainnya.

d. Fill in tes

Tes ini biasanya berbentuk cerita atau karangan. Kata_kata penting dalam karangan itu beberapa diantaranya dikosongkan, sedang tugas testee adalah mengisi bagian yang telah dikosongkan itu.

2. Tes Obyektif Jenis Pilihan (Selection Type), terdiri dari: ²⁴

a. Pilihan ganda (multiple choice)

Multiple choice adalah bentuk soal yang terdiri atas pertanyaan yang tidak lengkap, kemungkinan jawaban atas pertanyaan atau pernyataan itu disebut pilihan, jumlah pilihan berkisar antara tiga sampai lima dan hanya ada satu jawaban di antaranya yang benar atau jawaban kunci, selebihnya adalah pengecoh (distractor).

b. Benar-salah (true-false)

Tes ini terdiri dari kalimat atau pernyataan yang mengandung dua kemungkinan jawaban, yaitu benar atau salah, dan testee diminta memilih apakah pernyataan-pernyataan itu benar atau salah dengan cara tertentu.

c. Menjodohkan (matching)

²⁴ 4M. Sukardi, Evaluasi Pendidikan; Prinsip dan Operasionalnya, (Jakarta: Bumi Aksara, 2009), hlm. 112

Matching adalah tipe pertanyaan yang terdiri dari dua kolom, setiap pertanyaan pada kolom pertama harus dijawab dengan jawaban pada kolom kedua.

6. Validitas

Alat penilaian yang telah tepat (valid) untuk suatu tujuan tertentu belum otomatis akan valid untuk tujuan yang lain. Sebab, untuk menentukan validitas tergantung pada situasi dan tujuan penilaian.²⁵ Kajian validitas mempunyai tujuan untuk menguji kesahan instrumen penilaian. Maka bisa disimpulkan bahwa validitas merupakan suatu penilaian yang menunjukkan derajat kesahan suatu butir soal.

7. Reliabilitas

Reliabilitas adalah tingkat atau derajat konsistensi dari suatu instrument.²⁶ Reliabilitas instrumen adalah keadaan instrument yang menunjukkan hasil pengukuran yang reliabel atau konsisten.²⁷ Instrument yang reliabel adalah instrument yang memiliki hasil yang tetap sama pada waktu yang berbeda dan oleh orang yang berbeda.

Reliabilitas instrument berkaitan dengan validitas instrument. Instrument yang valid sebagian besar dapat dipastikan reliabel, tetapi belum tentu instrument yang reliabel akan dinyatakan valid. Uji reliabilitas instrument digunakan untuk mengetahui.

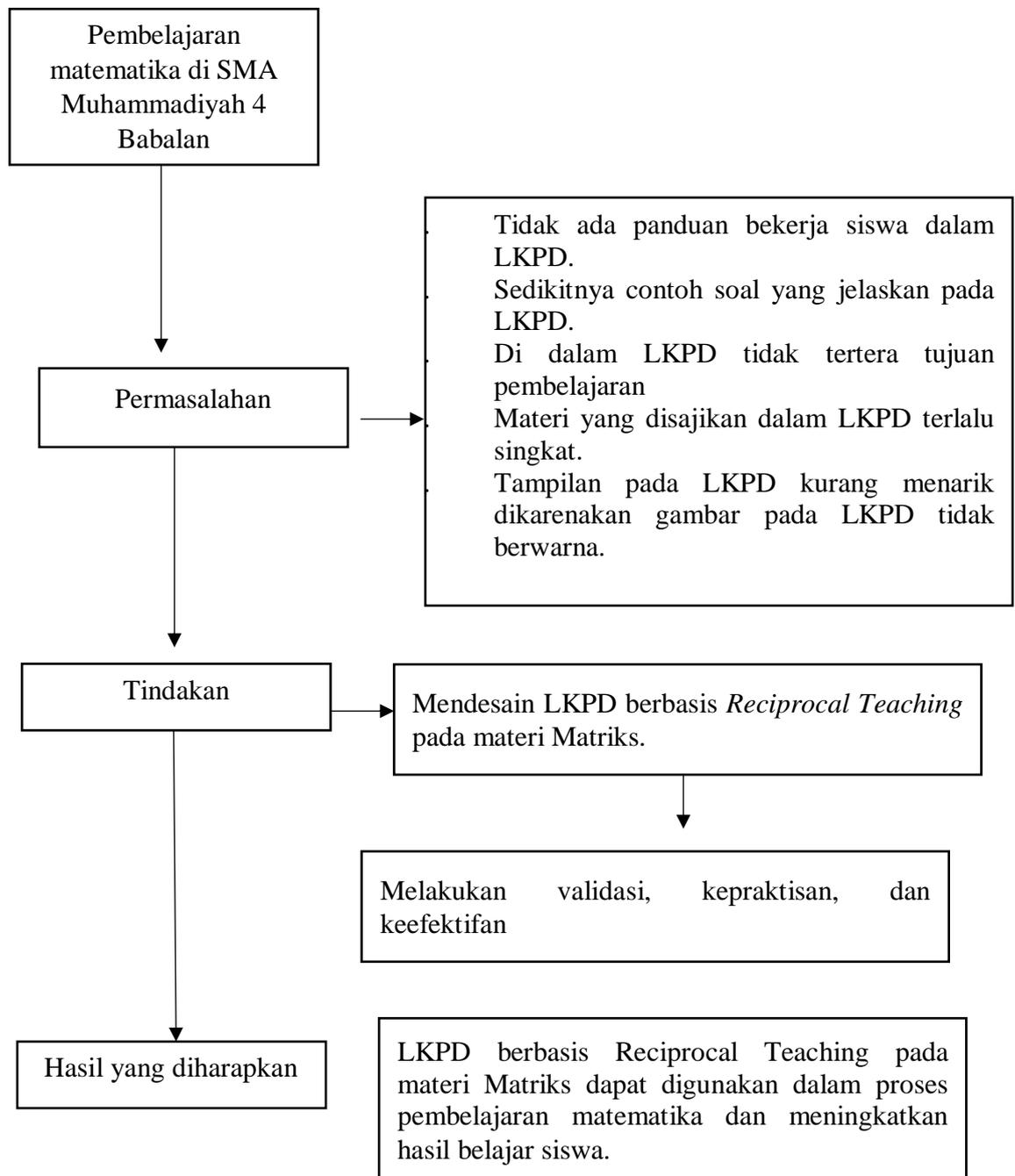
B. Kerangka Berpikir

Pada penelitian pengembangan yang akan dilakukan ini, peneliti membuat/mendesain produk bahan ajar yaitu LKPD. Pembelajaran dengan menggunakan LKPD memudahkan siswa dalam memahami materi yang disajikan secara mandiri sehingga siswa mampu belajar tanpa menggunakan arahan guru. Diharapkan LKPD dapat layak digunakan oleh peserta didik.

²⁵ Sudjana, Nana. 2016. Penilaian Hasil Proses Belajar Mengajar. Bandung: PT REMAJA ROSDAKARYA, h. 12

²⁶ Arifin, Zainal (ED). 2013. Evaluasi Pembelajaran. Bandung. PT Remaja Rosdakarya, h. 258

²⁷ Amirono dan Daryanto, (2016), Evaluasi dan Penilaian Pembelajaran Kurikulum 2013, Yogyakarta: Gava Media, h.196



Gambar 2.1 Kerangka Berpikir

C. Penelitian Relevan

1. Dandi Mifta, dkk (2020). Dari hasil observasi peneliti kegiatan pembelajaran yang dilakukan dikelas hanya menggunakan buku paket, guru belum menggunakan LKPD sebagai bahan ajar pendukung. Jenis penelitian yang dilakukan yaitu penelitian pengembangan dengan menggunakan model ADDIE. Dari hasil penelitian ini disimpulkan kelayakan LKPD dilihat dari rata-rata skor penilaian ahli materi yaitu 4,00 dari skor tertinggi yaitu 5,00 termasuk kategori baik. Skor penilaian dari ahli media sebesar 3,60 dengan kategori baik. Rata-rata skor penilain dari respon peserta didik terhadap LKPD berbasis *Problem-Based Learning* sebesar 4,05
2. Refki Effendi, dkk (2021). Masalah dalam penelitian ini dimana penggunaan LKPD matematika belum mampu mengoptimalkan potensi dan kreativitas siswa dalam menguasai konsep matematika, selain itu kegiatan pembelajaran dalam LKPD kurang variatif, lebih didominasi oleh kegiatan mengerjakan masalah yang berorientasi pada kecerdasan logis. Padahal siswa pada hakikatnya setiap siswa memiliki kecerdasan yang berbeda-beda. Jenis penelitian yang dilakukan yaitu penelitian dan pengembangan dengan menggunakan model Borg & Gall. Hasil penelitian menunjukkan berdasarkan hasil validasi ahli materi sebesar 92,17%, hasil validasi ahli desain sebesar 86,67%, hasil validasi ahli media sebesar 89,56% dan hasil tes kepada guru sebesar 92,13%”.
3. Yuli Warti & Hurriyah (2019). Masalah dalam penelitian ini ialah dimana buku cetak dan LKPD yang digunakan kurang sesuai dengan kondisi, kemampuan dan potensi peserta didik. Buku cetaak dan LKPD tersebut langsung masuk materi pelajaran dan contoh soal tanpa mengaitkan peristiwa yang dialami oleh peserta didik. Tujuan dari penelitian ini ialah menghasilkan produk bahan ajar berbnetuk LKPD Berbasis *Problem Based Learning* pada Gelombang Elektromagnetik Untuk Peserta Didik Kelas X SMA yang valid, praktis dan efektif. Model pengembangan yang digunakan peneliti ini iyalah model 4-D, akan tetapi penelitian dibatasi sampai tahap pengembangan karena keterbatasan. Hasil penelitian disimpulkan bahwa nilai validitas untuk

kelayakan isi adalah 74 87.33. Ditinjau dari kesesuaian dengan metode pembelajaran, diperoleh hasil validitas 82.28. Dilihat dari segi kesesuaian dengan syarat didaktis diperoleh hasil validitas 72 dengan kategori valid. Dilihat dari segi kesesuaian dengan syarat kontruksi (kebahasaan) diperoleh hasil validitas 88.8 dengan kategori sangat valid. Sedangkan ditinjau dari segi kesesuaian dengan syarat teknis (kegrafisan) diperoleh nilai 82.66 dengan kategori sangat valid. Dari hasil uji praktikalitas tersebut diiperoleh hasil dengan nilai praktikalitas 86.37 oleh peserta didik dengan kategori sangat praktis dan oleh guru diperoleh hasil 88.23 dengan kategori sangat praktis.

4. Ari Tri Wijayanti, dkk (2019). Masalah dalam penelitian ini dimana keterbatasan bahan ajar dalam proses pembelajaran. Tujuan dari penelitian ini ialah untuk mengembangkan LKPD berbasis masalah pada pemahaman konsep matematis siswa. Dalam penelitian ini menggunakan model pengembangan Borg & Gall. Hasil penelitian menunjukkan bahwa peneliti menganalisis, mendesain suatu LKPD dengan respon yang baik dan valid sesuai ketentuan Badan Standar Nasional Pendidikan (BSNP) melalui hasil validasi dari para ahli sehingga LKPD layak digunakan dalam pembelajaran. Selain itu hasil penelitian menunjukkan bahwa dilihat dari segi sampul, isi, maupun hasilnya efektif digunakan. Hal ini terlihat dari penelitian pengaruh LKPD lebih efektif dari pada tidak menggunakan LKPD berbasis masalah pada pemahaman konsep matematis peserta didik.
5. Lisa (2020). Masalah dalam penelitian ini adalah LKPD yang digunakan belum mampu untuk membantu peserta didik, LKPD yang digunakan belum menggunakan *reciprocal teaching*, sehingga peningkatan hasil belajar peserta didik masih rendah. Hal ini dapat dilihat dari beberapa peserta didik yang masih memerlukan bantuan untuk menyelesaikan masalah yang diberikan karena berbeda dengan contoh yang diberikan sebelumnya. Penelitian pengembangan ini bertujuan untuk menghasilkan produk Lembar Kerja Peserta Didik (LKPD) berbasis problem based learning pada materi persamaan linier dua variabel yang valid. Penelitian ini menggunakan pengembangan Research and Development (R&D) model 4-D. Dari

penelitian yang telah peneliti lakukan disimpulkan bahwa kevalidan LKPD yang dikembang dinyatakan valid. Dalam penelitian ini kesamaan yang dimiliki yaitu menghasilkan produk menggunakan model pembelajaran yang sama yang dihasilkan oleh peneliti. Perbedaannya yaitu dalam penelitian sebelumnya hanya sampai tahap validasi produk sedangkan dalam penelitian ini dilakukan sampai tahap keefektifan.

6. Asri (2017). Masalah pada penelitian ini adalah apakah terdapat pengaruh model pembelajaran *Reciprocal Teaching* terhadap Hasil Belajar matematika siswa kelas VIII MTs Negeri Lubuklinggau Tahun Pelajaran 2017/2018. Jenis Penelitian yang digunakan berbentuk True Eksperimen Design. Model pembelajaran *Reciprocal Teaching* mempunyai pengaruh terhadap hasil belajar siswa, dimana hasil belajar matematika siswa setelah diberi perlakuan dikelas eksperimen sebesar 34,4 dan kelas kontrol sebesar 29,6.
7. Nini Dewi (2019). Tujuan dari penelitian ini ialah untuk mengembangkan lembar kerja peserta didik untuk meningkatkan hasil belajar siswa menggunakan Latex berbantuan canva. Jenis penelitian ini ialah *R&D* menggunakan model 4D. Dari hasil penelitian ini disimpulkan bahwa tingkat penguasaan peserta didik terhadap materi yang dicapai sebanyak 92% yang artinya lembar kerja peserta didik menggunakan program Ltex berbantuan canva dalam bentuk PDF yang dikembangkan oleh peneliti dapat digunakan oleh peserta didik dan dinyatakan efektif.
8. E. Kusumawati (2013). Penelitian ini bertujuan untuk mengetahui apakah pengaruh model *reciprocal teaching* terhadap hasil belajar siswa . Penelitian ini dilakukan menggunakan model ekdperimen. Hasil belajar siswa dengan menerapkan model *reciprocal teaching* termasuk kualifikasi cukup dengan rata-rata hasil belajar 55,54 dan dengan menerapkan model pembelajaran konvensional berkualitas cukup dengan nilai rata-rata hasil belajar 55,41. Hasil uji statistik menunjukkan tidak terdapat perbedaan yang signifikan diantara penggunaan kedua model pembelajaran dalam hasil belajar siswa. Dapat disimpulkan tidak terdapat pengaruh model *reciprocal teaching*

terhadap hasil belajar matematika siswa kelas VII SMP N 1 Simpang Empat tahunpelajaran 2013.

BAB III METODOLOGI PENELITIAN

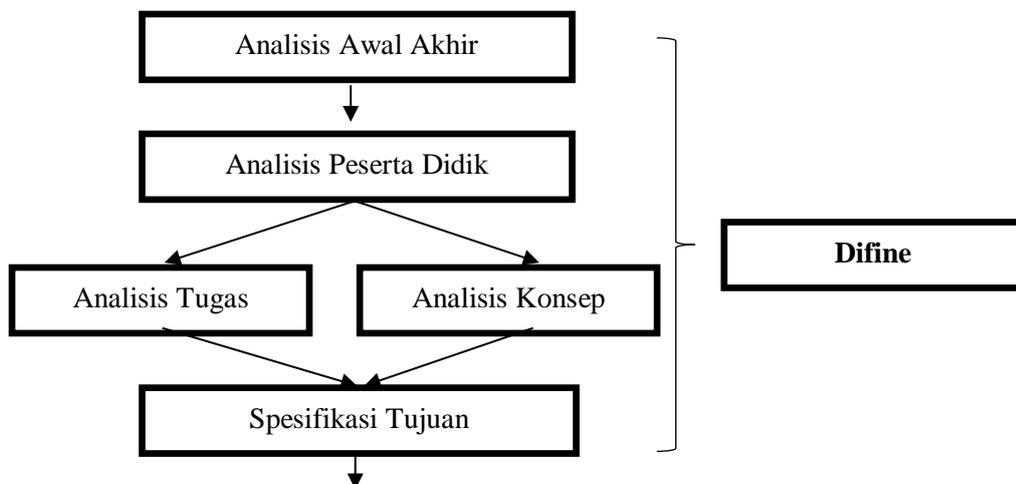
a. Jenis Penelitian

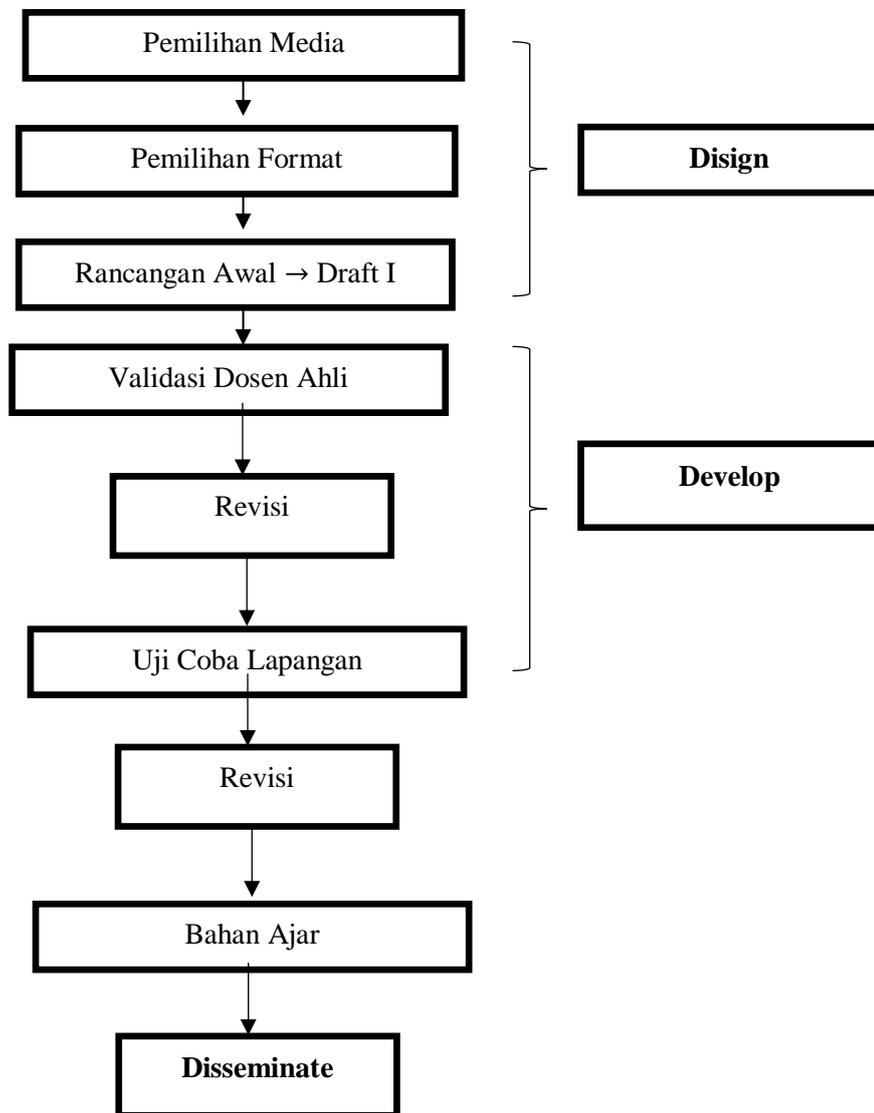
Jenis penelitian ini merupakan jenis penelitian pengembangan, yaitu suatu penelitian untuk mengembangkan suatu produk. Produk yang dihasilkan dari penelitian ini berupa Lembar Kegiatan Peserta Didik (LKPD) dengan metode pembelajaran pembelajaran *Reciprocal Teaching* untuk meningkatkan hasil belajar siswa.

b. Model Pengembangan

Model pengembangan yang akan digunakan dalam penelitian ini ialah model pengembangan 4-D. model pengembangan ini terdiri dari 4 tahap yaitu tahap pendefinisian (*define*), perancangan (*design*), pengembangan (*develop*), dan pendesminasian (*dessiminate*). Namun, pada penelitian ini tahap penyebaran tidak dilakukan, hal ini disebabkan pada tahap penyebaran membutuhkan waktu yang lama sehingga penelitian pengembangan ini dirancang hanya sampai pada tahap pengembangan (*develop*).

c. Prosedur Pengembangan





Gambar 3.1 : Prosedur Penelitian

Model R&D digunakan pada penelitian ini ialah 4-D yang disarankan oleh Thiagajaran dan Semmel. Model ini terdiri atas 4 tahap yaitu *Define* (Pedefinisian), *Design* (Perancangan), *Develop* (Pengembangan), dan *Desseminate* (Penyebaran). Namun karena keterbatasan penelitian maka dari itu peneliti melakukan penelitian ini hanya sampai pada tahap *Develop*.

1. Tahap Pendefinisian(*Define*)

Pada tahap *define* ini dilakukan analisis yang sesuai prosedur pengembangan 4-D, analisis tersebut yaitu;

a. Analisis awal akhir (*Front –end Analysis*)

Analisis masalah yang dihadapi dalam menyusun perangkat pembelajaran. Pengumpulan data yang dilakukan melalui analisis perangkat pembelajaran guru matematika wajib SMA.

b. Analisis peserta didik

Analisis peserta didik dilakukan untuk mendapatkan gambaran karakteristik peserta didik khususnya peserta didik kelas XI. Karakteristik yang dimaksud ialah kemampuan yang dimiliki oleh peserta didik.

c. Analisis tugas

Analisis tugas dilakukan untuk mengumpulkan isi materi pembelajaran secara garis besar dari Kompetensi Dasar (KD) pada materi matriks.

d. Analisis konsep

Analisis konsep dilakukan untuk mengidentifikasi konsep pokok matriks yang akan disusun secara sistematis dan rinci.

e. Perumusan tujuan pembelajaran

Pada tahap ini dilakukan perumusan tujuan pembelajaran berpedoman pada KD materi matriks.

2. Tahap perancangan (*design*)

Tahap ini bertujuan untuk menyiapkan suatu rancangan perangkat pembelajaran Lembar Kerja Peserta Didik (LKPD) yang akan dikembangkan. Beberapa yang akan dilakukan pada tahap ini adalah;

a. Pemilihan media

Pemilihan media bertujuan untuk menetapkan perangkat pembelajaran yang akan dikembangkan. Perangkat pembelajaran yang akan dikembangkan pada penelitian ini adalah Lembar Kerja Peserta Didik (LKPD).

b. Pemilihan format

Pemilihan format dalam pengembangan pembelajaran ini dimaksudkan untuk mendesain atau merancang perangkat pembelajaran yang akan dikembangkan pada penelitian ini adalah Lembar Kerja Peserta Didik (LKPD). Pada tahapan ini, peneliti juga menyusun instrumen yang akan

digunakan untuk dapat menilai kualitas dari Lembar Kerja Peserta Didik (LKPD) yang sedang dikembangkan. Terdapat tiga instrumen yang digunakan, yaitu lembar penilaian Kerja Peserta Didik (LKPD) untuk dosen ahli materi, lembar penilaian perangkat pembelajaran Kerja Peserta Didik (LKPD) untuk dosen ahli media, lembar penilaian Kerja Peserta Didik (LKPD) oleh teman sejawat, angket respon guru dan peserta didik, dan terakhir tes hasil belajar siswa.

3. Tahap pengembangan (*develop*)

Tujuan tahap pengembangan ini adalah untuk menghasilkan bentuk akhir perangkat pembelajaran setelah melalui revisi berdasarkan para ahli. Validasi dilaksanakan untuk mengetahui kevalidan dari perangkat pembelajaran yang dikembangkan sebelum diujicobakan secara terbatas dalam kegiatan pembelajaran. Beberapa hal yang dilakukan pada tahap ini yaitu;

a. Validasi Instrumen

Instrumen yang telah dirancang pada tahap sebelumnya terlebih dahulu divalidasi agar dapat mengukur validitas perangkat pembelajaran

b. Validasi produk

Validasi produk digunakan untuk mengetahui kevalidan perangkat pembelajaran yang dikembangkan. Rancangan Kerja Peserta Didik (LKPD) divalidasi oleh dosen ahli media, dosen ahli materi dan teman sejawat.

c. Uji coba Lapangan

Uji coba lapangan dilakukan untuk mengetahui apakah produk yang dikembangkan memenuhi aspek kepraktisan dan keefektifan dalam kegiatan pembelajaran uji coba lapangan dilaksanakan tes hasil belajar siswa. Siswa juga diminta untuk mengisi angket respon siswa terhadap Kerja Peserta Didik (LKPD) yang dikembangkan.

Pada tahap ini masukan dan saran dari validator sangat penting untuk melakukan perbaikan dan penyempurnaan perangkat pembelajaran sehingga perangkat pembelajaran memiliki kualitas yang baik.

Karena keterbatasan peneliti, pengembangan perangkat pembelajaran dalam penelitian ini hanya dibatasi pada tahap *define*, *design*, dan *develop*.

d. Jenis Data

Dalam penelitian pengembangan terdapat dua jenis data yaitu data kualitatif dan data kuantitatif.

- a. Data kualitatif yaitu data yang menunjukkan kualitas atau mutu sesuatu yang ada, baik keadaan, proses, peristiwa/kejadian dan lainnya yang dinyatakan dalam bentuk pernyataan atau berupa kata-kata.²⁸ Data kualitatif pada penelitian ini diperoleh pada proses validasi perangkat pembelajaran dan digunakan sebagai panduan untuk melakukan revisi perangkat pembelajaran.
- b. Data kuantitatif merupakan data yang berwujud angka-angka sebagai hasil observasi atau pengukuran. Data kuantitatif digunakan untuk mengetahui kualitas perangkat pembelajaran yang dikembangkan ditinjau dari aspek kevalidan dan kepraktisan. Data kuantitatif pada penelitian ini diperoleh hasil penilaian dosen ahli, guru matematika dan teman sejawat.

e. Instrumen Penelitian

Instrumen penelitian yang digunakan dalam penelitian ini adalah lembar penilaian perangkat pembelajaran yang digunakan oleh dosen ahli media dan materi, guru matematika, teman sejawat, dan angket respon peserta didik.

Bentuk dari lembar penilaian yang digunakan dalam penelitian ini yaitu angket berstruktur dan tidak berstruktur. Angket berstruktur digunakan untuk mendapatkan skor penilaian yang digunakan untuk menentukan kevalidan perangkat pembelajaran. Angket berstruktur ini menggunakan skala Likert dengan skala 5, 4, 3, 2, dan 1 yang terdiri dari sangat baik, baik, cukup baik, kurang baik, sangat tidak baik. Angket tidak terstruktur digunakan agar validator memberikan saran terkait perangkat pembelajaran sebagai dasar pelaksanaan revisi. Angket respon peserta didik menggunakan skala likert 1-5 dengan lima alternative jawaban yaitu sangat tidak setuju, tidak setuju, dan sangat tidak setuju.

²⁸ Emzir. (2017). *Metodologi Penelitian Kuantitatif dan Kualitatif*. cet X Depok ;rajawali pers, h.174

1. Instrumen Validasi ahli

Lembar penilaian digunakan untuk mengukur kevalidan perangkat pembelajaran Kerja Peserta Didik (LKPD) oleh dosen ahli materi dan media dan teman sejawat. Lembar penilaian Kerja Peserta Didik (LKPD) ini diberikan kepada 2 dosen ahli. Hasil penilaian oleh dosen ahli digunakan untuk mengetahui kevalidan Kerja Peserta Didik (LKPD) yang dikembangkan berdasarkan aspek kelayakan isi, penyajian materi, aspek kebahasaan, dan kegrafikan.

a. Instrumen ahli Materi

Instrumen ahli materi memuat tentang aspek kelayakan isi, dan penyajian materi. Berikut kriteria dari instrumen validasi materi

Tabel 3.1 Butir Validasi ahli Materi

Kriteria	Deskripsi
Aspek Kelayakan Isi	
Kesesuaian Indikator dengan Kompetensi Inti (KI) dan Kompetensi Dasar (KD)	Indikator yang disajikan dalam LKPD sesuai dengan KI 1, 2, 3, dan 4 serta KD 3.3, 4.3, 3.4, dan 4.4.
Kesesuaian materi dengan tujuan pembelajaran	Materi yang disajikan dalam LKPD sesuai dengan tujuan pembelajaran yang telah ditentukan.
Keakuratan materi	Materi yang disajikan dalam LKPD sesuai dengan kaidah matematika
Keakuratan fakta	Fakta yang disajikan dalam LKPD sesuai dengan kehidupan sehari-hari
Keakuratan penggunaan simbol dan notasi matematika	Simbol dan notasi yang digunakan sesuai dengan kelaziman yang berlaku dibidang matematika
Keakuratan gambar dan grafik	Gambar dan grafik yang digunakan sesuai serta mendukung pemahaman materi
Keakuratan istilah	Istilah yang digunakan sesuai serta mendukung pemahaman materi
Kegiatan yang disajikan dalam LKPD mengorientasikan siswa pada masalah	Pemberian masalah memberikan kesempatan kepada siswa terlibat dalam kegiatan pembelajaran
Kegiatan yang disajikan dalam LKPD dapat mengorganisasi siswa	Pemberian masalah memberikan kesempatan kepada siswa dalam mendefinisikan dan mengorganisasikan tugas belajar yang berhubungan dengan masalah

Kegiatan yang disajikan dalam LKPD dapat memfasilitasi penyelidikan individu maupun kelompok	Pemberian masalah mendorong siswa mengumpulkan informasi yang sesuai dengan permasalahan.
Kegiatan yang disajikan dalam LKPD dapat memfasilitasi siswa untuk menyajikan hasil karya	Pemberian masalah mendorong siswa dalam merencanakan dan menyiapkan hasil baik individu maupun kelompok.
Kegiatan yang disajikan dalam LKPD dapat digunakan untuk mengevaluasi hasil belajar	Pemberian masalah mendorong siswa untuk melakukan refleksi terhadap penyelesaian masalah.
Kesesuaian pendekatan yang digunakan dengan karakteristik materi	LKPD memfasilitasi siswa untuk melakukan kegiatan mengamati, menanya, mengumpulkan informasi, mengasosiasi dan mengkomunikasi.
Aspek Penyajian Materi	
Keruntutan isi LKPD	Materi yang disajikan sesuai dengan urutan materi pada bab matriks.
Konsistensi penyajian LKPD	Sistematika penyajian tiap LKPD konsisten.
Kegunaan LKPD dalam mendorong siswa untuk memahami masalah	Siswa dapat memperoleh informasi dari permasalahan yang disajikan
Kegunaan LKPD dalam mendorong siswa untuk merencanakan mengevaluasi dan mengaplikasikan keputusan	Siswa dapat menentukan cara sesuai untuk memecahkan masalah.
Kegunaan LKPD dalam mendorong siswa untuk melaksanakan rencana	Siswa dapat memecahkan masalah sesuai dengan rencana
Kegunaan LKPD dalam mendorong siswa melakukan analisis terhadap cara dan memunculkan suatu ide baru	Siswa dapat mengevaluasi cara yang diterapkan dan hasil pemecahan masalah yang diperoleh.

Berikut butir untuk mengukur validasi produk ahli materi dengan skala likert:

Tabel 3.2 Butir validasi LKPD ahli Materi dengan skala likert

No	Kriteria	5	4	3	2	1	Komentar
Aspek Kelayakan Isi							
1	Kesesuaian Indikator dengan Kompetensi Inti (KI) dan Kompetensi Dasar						

	(KD)						
2	Kesesuaian materi dengan tujuan pembelajaran						
3	Keakuratan materi						
4	Keakuratan fakta						
5	Keakuratan penggunaan simbol dan notasi matematika						
6	Keakuratan gambar dan grafik						
7	Keakuratan istilah						
8	Kegiatan yang disajikan dalam LKPD mengorientasikan siswa pada masalah						
9	Kegiatan yang disajikan dalam LKPD dapat mengorganisasi siswa						
10	Kegiatan yang disajikan dalam LKPD dapat memfasilitasi penyelidikan individu maupun kelompok						
11	Kegiatan yang disajikan dalam LKPD dapat memfasilitasi siswa untuk menyajikan hasil karya						
12	Kegiatan yang disajikan dalam LKPD dapat digunakan untuk mengevaluasi hasil belajar						
13	Kesesuaian pendekatan yang digunakan dengan karakteristik materi						
Aspek Kelayakan Isi							
14	Keruntutan isi LKPD						
15	Konsistensi penyajian LKPD						
16	Kegunaan LKPD dalam mendorong siswa untuk memahami masalah						
17	Kegunaan LKPD dalam mendorong siswa untuk merencanakan mengevaluasi dan mengaplikasikan keputusan						

18	Kegunaan LKPD dalam mendorong siswa untuk melaksanakan rencana						
19	Kegunaan LKPD dalam mendorong siswa melakukan analisis terhadap cara dan memunculkan suatu ide baru						

b. Instrumen ahli Media

Instrumen ahli materi memuat tentang aspek kebahasaan, dan kegrafikan.

Berikut kriteria dari instrumen validasi ahli media:

Tabel 3.3 Butir Validasi ahli Materi

Kriteria	Deskripsi
Aspek Kebahasaan	
Kesesuaian bahasa dengan tingkat perkembangan kognitif siswa	Bahasa yang digunakan dapat dipahami siswa sehingga siswa dapat menangkap informasi yang disajikan dalam LKPD.
Kalimat yang digunakan jelas dan tidak menimbulkan multitafsir	Kalimat yang digunakan jelas, tidak ambigu dan tidak menyebabkan multitafsir bagi siswa.
Penggunaan ejaan sesuai dengan EYD	Ejaan yang digunakan sesuai dengan pedoman Ejaan yang Disempurnakan.
Konsistensi penggunaan istilah dalam LKPD	Istilah yang menggambarkan suatu konsep konsisten antar bagian LKPD.
Aspek Kegrafikaan	
Kesesuaian ukuran kertas yang digunakan	Ukuran kertas yang digunakan tidak terlalu besar dan tidak terlalu kecil yaitu A4.
Desain cover LKPD menunjukkan isi LKPD	Desain cover representatif terhadap seluruh isi LKPD sehingga memudahkan siswa mengetahui isi LKPD.
Kemenarikan desain setiap halaman	Desain setiap halaman menarik perhatian siswa untuk mempelajari.
Warna latar belakang serasi dan menarik	Warna latar belakang yang dipilih kontras, menarik, serasi dengan warna tulisan.

Keterbacaan huruf yang digunakan	Ukuran dan jenis huruf yang digunakan jelas dan dapat dibaca serta bukan merupakan huruf lain
Kerapian tata letak tulisan yang digunakan	Tata letak tulisan rapi agar memudahkan siswa mempelajari isi LKPD.
Kesesuaian perbandingan antara huruf dan gambar	Perbandingan antara huruf dan gambar sesuai.
Kesesuaian pemberian gambar dan ilustrasi pada LKPD dengan materi	Ilustrasi dan gambar yang disajikan dalam LKPD sesuai dengan materi yang dibahas pada setiap LKPD.
Spasi yang digunakan normal	Spasi yang digunakan tidak terlalu renggang atau terlalu rapat sehingga memudahkan siswa untuk memahami isi LKPD.

Berikut butir untuk mengukur validasi produk ahli media dengan skala likert:

Tabel 3.4 Butir validasi LKPD ahli Media dengan skala likert

No	Kriteria	5	4	3	2	1	Komentar
Aspek Kebahasaan							
1	Kesesuaian bahasa dengan tingkat perkembangan kognitif siswa						
2	Kalimat yang digunakan jelas dan tidak menimbulkan multitafsir						
3	Penggunaan ejaan sesuai dengan EYD						
4	Konsistensi penggunaan istilah dalam LKPD						
Aspek Kegrafikaan							
5	Kesesuaian ukuran kertas yang digunakan						
6	Desain cover LKPD menunjukkan isi LKPD						
7	Kemenarikan desain setiap halaman						
8	Warna latar belakang serasi dan menarik						
9	Keterbacaan huruf yang digunakan						
10	Kerapian tata letak tulisan yang digunakan						

11	Kesesuaian perbandingan antara huruf dan gambar						
12	Kesesuaian pemberian gambar dan ilustrasi pada LKPD dengan materi						
13	Spasi yang digunakan normal						

c. Instrumen Teman Sejawat

Hasil penelitian oleh teman sejawat digunakan untuk mengetahui kevalidan LKPD yang dikembangkan berdasarkan aspek kebahasaan dan kegrafikan. Berikut kriteria dari instrumen teman sejawat:

Tabel 3.5 Butir angket Teman Sejawat

Aspek	Pernyataan
Desain LKPD	Tampilan dalam cover LKPD menarik
	Setiap judul LKPD ditampilkan dengan jelas sehingga dapat menggambarkan isi LKPD
	Penempatan tata letak (Judul, subjudul, teks, gambar, nomor halaman) LKPD konsisten sesuai dengan pola tertentu
	Pemilihan jenis huruf, ukuran serta spasi yang digunakan sesuai sehingga mempermudah siswa dalam membaca LKPD
	Keberadaan gambar dalam LKPD dapat menyampaikan isi materi
	Perpaduan antara gambar dan tulisan dalam LKPD menarik perhatian
	LKPD menggunakan bahasa sesuai dengan tingkat kedewasaan siswa
Kebahasaan	LKPD menggunakan bahasa komunikatif
	LKPD menggunakan struktur kalimat yang jelas
	LKPD menggunakan kalimat yang tidak menimbulkan makna ganda
	LKPD menggunakan kalimat yang sederhana dan mudah dipahami siswa
	Petunjuk kegiatan-kegiatan dalam LKPD jelas sehingga mempermudah siswa melakukan semua kegiatan yang ada dalam LKPD
Isi	Materi yang disajikan dalam LKPD mencakup semua materi yang terkandung dalam standar Kompetensi, Kompetensi Dasar. indikator

	pembelajaran pada LKPD sesuai SK dan KD
	Materi yang disajikan dalam LKPD membantu siswa untuk mencapai tujuan pembelajaran yang telah diisyaratkan dalam indikator pencapaian kompetensi dasar
e r i k u t Penyajian materi u t i r u n t u k	Materi yang disajikan dalam LKPD sesuai dengan tingkatan kemampuan siswa LKPD memfasilitasi siswa untuk membangun pemahaman berdasarkan pengetahuan yang telah dimiliki sebelumnya
	LKPD memfasilitasi siswa untuk menggali informasi yang dibutuhkan untuk menyelesaikan masalah
	Keberadaan gambar dalam LKPD dapat menyampaikan ini materi
	Perpaduan antara gambar dan tulisan dalam LKPD menarik perhatian
	LKPD memfasilitasi siswa untuk menyelesaikan permasalahan matematika dengan cara sendiri
	LKPD mendorong siswa untuk berdiskusi atau bekerja sama dengan orang lain dalam satu kelompok
	Konsep yang disajikan dalam LKPD tidak menimbulkan banyak tafsir dan sesuai dengan konsep yang berlaku dalam bidang geometri
	Gambar dan ilustrasi dalam LKPD yang disajikan berdasarkan masalah sehari-hari dan efisien bagi siswa untuk memahami
	Notasi, simbol, dan ikon dalam LKPD disajikan secara benar menurut kelaziman yang berlaku di bidang geometri
	LKPD membantu siswa untuk menemukan konsep materi
	LKPD mudah dipahami siswa
	LKPD mudah diimplementasikan pada pembelajaran
	Msalah-masalah yang diberikan mudah dipahami

mengukur validasi dengan skala likert:

Tabel 3.5 Butir angket Teman Sejawat dengan Skala Likert

No	Pernyataan	Pilihan Jawaban				
		1	2	3	4	5
1	Tampilan halaman cover LKPD menarik					
2	Setiap judul LKPD ditampilkan dengan jelas sehingga dapat menggambarkan isi LKPD					
3	Penempatan tata letak (Judul, subjudul, teks, gambar, nomor halaman) LKPD konsisten sesuai dengan pola tertentu					
4	Pemilihan jenis huruf, ukuran serta spasi yang digunakan sesuai sehingga mempermudah siswa dalam membaca LKPD					
5	Keberadaan gambar dalam LKPD dapat menyampaikan isi materi					
6	Perpaduan antara gambar dan tulisan dalam LKPD menarik perhatian					
7	LKPD menggunakan bahasa sesuai dengan tingkat kedewasaan siswa					
8	LKPD menggunakan bahasa komunikatif					
9	LKPD menggunakan struktur kalimat yang jelas					
10	LKPD menggunakan kalimat yang tidak menimbulkan makna ganda					
11	LKPD menggunakan kalimat yang sederhana dan mudah dipahami siswa					
12	Petunjuk kegiatan-kegiatan dalam LKPD jelas sehingga mempermudah siswa melakukan semua kegiatan yang ada dalam LKPD					
13	Materi yang disajikan dalam LKPD mencakup semua materi yang terkandung dalam standar Kompetensi, Kompetensi Dasar, indikator pembelajaran pada LKPD sesuai SK dan KD					
14	Materi yang disajikan dalam LKPD membantu siswa untuk mencapai tujuan pembelajaran yang telah diisyaratkan dalam indikator					

T	pencapaian kompetensi dasar					
15 a b e l	Materi yang disajikan dalam LKPD sesuai dengan tingkatan kemampuan siswa LKPD memfasilitasi siswa untuk membangun pemahaman berdasarkan pengetahuan yang telah dimiliki sebelumnya					
16 3	LKPD memfasilitasi siswa untuk menggali informasi yang dibutuhkan untuk menyelesaikan masalah					
17 .	Keberadaan gambar dalam LKPD dapat menyampaikan ini materi					
18 6	Perpaduan antara gambar dan tulisan dalam LKPD menarik perhatian					
19 B u	LKPD memfasilitasi siswa untuk menyelesaikan permasalahan matematika dengan cara sendiri					
20 t i	LKPD mendorong siswa untuk berdiskusi atau bekerja sama dengan orang lain dalam satu kelompok					
21 r	Konsep yang disajikan dalam LKPD tidak menimbulkan banyak tafsir dan sesuai dengan konsep yang berlaku dalam bidang geometri					
22	Gambar dan ilustrasi dalam LKPD yang disajikan berdasarkan masalah sehari-hari dan efisien bagi siswa untuk memahami					
23	Notasi, simbol, dan ikon dalam LKPD disajikan secara benar menurut kelaziman yang berlaku di bidang geometri					
24	LKPD membantu siswa untuk menemukan konsep materi					
25	LKPD mudah dipahami siswa					
26	LKPD mudah diimplementasikan pada pembelajaran					
27	Msalah-masalah yang diberikan mudah dipahami					

Angket respon digunakan untuk memperoleh data mengenai respon terhadap kepraktisan LKPD yang dikembangkan dan digunakan dalam proses pembelajaran. Kepraktisan LKPD ditinjau dari kelayakan isi, penyajian materi,

kelayakan bahasa, dan kegrafikan. Angket respon diberikan kepada siswa dan guru.

a. Angket respon siswa

Angket respon siswa mengenai kelayakan isi, penyajian materi, kelayakan bahasa, dan kegrafikan.

Tabel 3.7 Butir Angket Siswa

Aspek	Pernyataan
Kelayakan isi	Materi yang disajikan dalam LKPD jelas dan mudah dipahami
	Materi disajikan secara rinci
	Latihan soal yang ada pada LKPD membingungkan dan sulit dikerjakan
	Contoh pembahasan soal mudah dipahami
	Masalah yang disajikan dalam LKPD membuat saya tertarik untuk mempelajari isi LKPD
	Istilah-istilah yang digunakan dalam LKPD sulit dimengerti
Penyajian materi	Materi pada LKPD disajikan secara runtut
	Dalam menggunakan LKPD, saya dapat berdiskusi dengan baik bersama teman kelompok
	Langkah-langkah yang diberikan pada LKPD membantu saya berpikir secara runtut untuk menyelesaikan suatu masalah
	LKPD membantu saya dalam memahami soal atau masalah
	LKPD tidak membantu saya dalam membantu model matematika yang membuat model matematika yang sesuai dengan soal dan masalah
	LKPD tidak membantu saya dalam menyelesaikan soal atau masalah terkait materi matriks
	LKPD membantu saya dalam memeriksa kembali proses dan hasil penyelesaian masalah
Kebahasaan	Saya dapat memahami bahas yang digunakan LKPD
	Kalimat yang digunakan kurang jelas
	Petunjuk pembelajaran dijelaskan dengan runtut
Kegrafikan	Desain cover LKPD menarik
	Desain setiap halaman menarik
	Warna latar belakang yang dipilih serasi dengan warna tulisan pada LKPD
	Ukuran dan jenis huruf yang digunakan sulit

	dibaca
--	--------

Berikut butir untuk mengukur kepraktisan LKPD dengan skala likert:

Tabel 3.8 Butir angket siswa dengan skala likert

No	Pernyataan	Pilihan Jawaban				
		SS	S	N	TS	STS
1	Materi yang disajikan dalam LKPD jelas dan mudah dipahami					
2	Materi disajikan secara rinci					
3	Latihan soal yang ada pada LKPD membingungkan dan sulit dikerjakan					
4	Contoh pembahasan soal mudah dipahami					
5	Masalah yang disajikan dalam LKPD membuat saya tertarik untuk mempelajari isi LKPD					
6	Istilah-istilah yang digunakan dalam LKPD sulit dimengerti					
7	Materi pada LKPD disajikan secara runtut					
8	Dalam menggunakan LKPD, saya dapat berdiskusi dengan baik bersama teman kelompok					
9	Langkah-langkah yang diberikan pada LKPD membantu saya berpikir secara runtut untuk menyelesaikan suatu masalah					
10	LKPD membantu saya dalam memahami soal atau masalah					
11	LKPD tidak membantu saya dalam membantu model matematika yang membuat model matematika yang sesuai dengan soal dan masalah					
12	LKPD tidak membantu saya dalam menyelesaikan soal atau masalah terkait materi matriks					
13	LKPD membantu saya dalam memeriksa kembali proses dan hasil penyelesaian masalah					
14	Saya dapat memahami bahas yang digunakan LKPD					
15	Kalimat yang digunakan kurang jelas					

16	Petunjuk pembelajaran dijelaskan dengan runtut					
17	Desain cover LKPD menarik					
18	Desain setiap halaman menarik					
19	Warna latar belakang yang dipilih serasi dengan warna tulisan pada LKPD					
20	Ukuran dan jenis huruf yang digunakan sulit dibaca					

b. Angket respon guru

Angket guru mengenai kemudahan dan keterbantuan LKPD.

Tabel 3.9 Butir Angket Guru

NO	ASPEK	INDIKATOR
1	Kemudahan	LKPD ini membantu Bapak/Ibu dalam menyampaikan materi pelajaran selain memakai buku lainnya
		LKPD ini menurut Bapak/Ibu dapat membantu siswa dalam belajar secara mandiri
		LKPD ini dapat mempermudah Bapak/Ibu untuk mengontrol perkembangan belajar siswa dalam kelas
		LKPD ini dapat mempermudah Bapak/Ibu dalam menyampaikan materi pelajaran
		LKPD ini membantu Bapak/Ibu mencapai tujuan pembelajaran
2	Keterbantuan	Menggunakan LKPD ini waktu yang dibutuhkan dalam mengajar lebih efektif dan efisien
		Menggunakan LKPD ini interaksi siswa/i dalam belajar matematika meningkat
		Menggunakan LKPD ini siswa/i lebih semangat dalam belajar matematika
		Menggunakan LKPD ini membuat siswa/i lebih tertarik dalam mengikuti pembelajaran
		Menggunakan LKPD ini siswa/i lebih antusias dalam belajar matematika

Berikut butir untuk mengukur kepraktisan LKPD dengan skala likert:

Tabel 3.10 Butir angket guru dengan skala likert

NO	ASPEK	INDIKATOR	PENILAIAN				
			1	2	3	4	5
1	Kemudahan	LKPD ini membantu Bapak/Ibu dalam menyampaikan materi pelajaran selain memakai buku lainnya					
		LKPD ini menurut Bapak/Ibu dapat membantu siswa dalam belajar secara mandiri					
		LKPD ini dapat mempermudah Bapak/Ibu untuk mengontrol perkembangan belajar siswa dalam kelas					
		LKPD ini dapat mempermudah Bapak/Ibu dalam menyampaikan materi pelajaran					
		LKPD ini membantu Bapak/Ibu mencapai tujuan pembelajaran					
2	Keterbantuan	Menggunakan LKPD ini waktu yang dibutuhkan dalam mengajar lebih efektif dan efisien					
		Menggunakan LKPD ini interaksi siswa/i dalam belajar matematika meningkat					
		Menggunakan LKPD ini siswa/i lebih semangat dalam belajar matematika					
		Menggunakan LKPD ini membuat siswa/i lebih tertarik dalam mengikuti pembelajaran					
		Menggunakan LKPD ini siswa/i lebih antusias dalam belajar matematika					

2. Tes hasil belajar

Tes hasil belajar siswa digunakan untuk mengukur keefektifan produk yang dikembangkan. Penyusunan instrumen berdasarkan indikator pembelajaran yang sesuai dengan Kompetensi Inti (KI) dan Kompetensi Dasar (KD). Tes hasil belajar siswa berbentuk soal pilihan ganda untuk mengetahui ketercapaian indikator.

Tabel 3.11 Indikator dan Nomor Soal

Kompetensi Dasar	Indikator	Bentuk Instrumen	Nomor Soal
3.3 Menjelaskan matriks dan kesamaan matriks dengan melakukan operasi pada matriks yang meliputi penjumlahan yang meliputi penjumlahan, pengurangan, perkalian skalar, dan perkalian, serta transpose.	3.3.1 Menjelaskan pengertian matriks	Pilihan ganda	1, 2
	3.3.2 Menjelaskan transpose matriks, kesamaan dua matriks.	Pilihan ganda	3, 4, 5
	3.3.3 Melakukan operasi pada matriks.	Pilihan ganda	6, 7
4.3 Menyelesaikan masalah yang berkaitan dengan matriks dan operasinya	4.3.1 Menggunakan prosedur untuk menyelesaikan masalah yang berkaitan dengan matriks dan operasinya	Pilihan ganda	8, 9
3.4 Menganalisis sifat-sifat determinan dan invers matriks berordo 2x2 dan 3x3	3.4.1 Menyelesaikan determinan dan invers matriks 2x2 dan 3x3.	Pilihan ganda	10, 11
	3.4.2 Menganalisis sifat-sifat determinan dan invers matriks 2x2 dan 3x3.	Pilihan ganda	12, 13

4.4	Menyelesaikan masalah yang berkaitan dengan determinan dan invers matriks berordo 2x2 dan 3x3	4.4.1	Menggunakan prosedur untuk menyelesaikan masalah yang berkaitan dengan determinan dan invers matriks 2x2 dan 3x3.	Pilihan ganda	14, 15
-----	---	-------	---	---------------	--------

Tabel 3.12 Nomor Soal dan Ranah Kognitif

No	Ranah Kognitif						Jumlah
	C1	C2	C3	C4	C5	C6	
1	1						1
2		1					1
3					1		1
4					1		1
5					1		1
6					1		1
7			1				1
8					1		1
9				1			1
10				1			1
11					1		1
12				1			1
13				1			1
14					1		1
15					1		1
Jumlah	1	1	1	4	5		15

f. Teknik Analisis Data

1. Analisis data kualitatif

Data kualitatif dianalisis secara deskriptif. saran dan masukan dari dosen ahli, guru matematika dan teman sejawat digunakan sebagai bahan perbaikan pada tahap revisi perangkat pembelajaran.

2. Analisis kuantitatif

a. Analisis kevalidan

Kevalidan LKPD diperoleh berdasarkan hasil analisis data lembar penilaian perangkat pembelajaran dosen ahli, guru matematika, dan teman sejawat. Analisis kevalidan dengan langkah berikut:

- i. Tabulasi data skor hasil penilaian perangkat pembelajaran dengan mengelompokkan butir-butir pernyataan yang sesuai dengan aspek-aspek yang diamati. Table 3.1 berikut merupakan pedoman penskoran terhadap hasil penilaian dengan skala likert 1-5.²⁹

Table 3.13 pedoman penskoran terhadap Hasil Penilaian menggunakan Skala Likert

Kriteria	Skor
Sangat baik	5
Baik	4
cukup baik	3
kurang baik	2
sangat kurang baik	1

- ii. Menghitung rata-rata skor tiap aspek dengan rumus sebagai berikut:³⁰

$$V = \frac{\sum S}{n(c - 1)}$$

Keterangan:

V = indeks validasi butir

s = skor yang ditetapkan

r = skor kategori pilihan rater

²⁹ Sugiyono, *metode penelitian kualitatif, kuantitatif, dan R&D*, cet 27, Bandung: Alfabeta, 2018, h.93-94

³⁰ Retnawati, H. *analisis kuantitatif instrumen penelitian (panduan penelitian, mahasiswa, dan psikometrian)*. Yogyakarta: parama publishing, 2016, h. 18

n = banyaknya rater

c = banyaknya kategori yang dapat dipilih rater

iii. Berikut kriteria validasi yang digunakan:

Tabel 3.14 kriteria Validasi Lembar Kerja Peserta Didik

No	Tingkat Pencapaian	Kategori	Keterangan
1	> 0,8	Tinggi	Sangat Valid
2	0,4 – 0,8	Sedang	Valid
3	< 0,4	Rendah	Tidak Valid

LKPD berbasis Reciprocal Teaching dikatakan layak digunakan dengan minimum tingkat pencapaian sebesar $\geq 0,4$ dengan keterangan valid.

b. Analisis kepraktisan

Analisis kepraktisan perangkat pembelajaran yang dihasilkan didapatkan dari hasil analisis angket guru dan teman sejawat.

1. Tabulasi data yang diperoleh dari respon guru dan peserta didik. Penskoran angket guru dan peserta didik dengan memberikan tanda centang (✓) pada pilihan respon guru, yaitu:

Tabel 3.15 pedoman penskoran terhadap Hasil Penilaian menggunakan skala likert respon guru

Kriteris	Skor
Sangat baik	5
baik	4
cukup baik	3
kurang baik	2
sangat kurang baik	1

Table 3.16 pedoman Penskoran terhadap Hasil Penilaian menggunakan skala likert respon peserta didik

Kriteris	Skor	
	Positif	Negatif
Sangat baik	5	1
baik	4	2
cukup baik	3	3
kurang baik	2	4
sangat kurang baik	1	5

2. Mengkonversi rata-rata skor yang diperoleh menjadi nilai kualitatif sesuai kriteria dengan skor minimum ideal adalah 1 dan skor maksimum ideal adalah 5, menjadi tabel berikut:

Tabel 3.17 Kualifikasi Kepraktisan LKPD

Interval Skors	Kriteria
$x > 3,25$	Sangat baik
$3 < x \leq 3,25$	Baik
$2,25 < x \leq 3$	Cukup baik
$1,75 < x \leq 2,25$	Kurang baik
$x \leq 1,75$	Sangat kurang baik

Keterangan: x = Rata-rata skor aktual dari respon guru dan peserta didik.³¹

Berdasarkan tabel diatas, LKPD yang dikembangkan dikatakan jika respon guru dan teman sejawat minimal berada pada kriteria baik. Jika kurang dari kriteria yang sudah ditetapkan maka perlu direvisi dan diujicobakan kembali. Respon peserta didik terhadap Lembar Kerja Peserta Didik (LKPD) berbasis *Reciprocal Teaching* dianalisis sebagai berikut:

³¹ Azwar, S. *Tes Fungsi dan Pengembangan Pengukuran Prestasi Belajar*, (Yogyakarta: Pustaka Belajar, 2010)

Data angket respon peserta didik terhadap perangkat pembelajaran yang dikembangkan dianalisis deskriptif dengan presentase. Presentase dan setiap respon peserta didik dihitung dengan rumus:

$$NR = \frac{\text{Total nilai respon jawaban pada setiap aspek}}{\text{Total nilai keseluruhan angket respon pada setiap aspek}} \times 100\%$$

Berdasarkan perhitungan diatas, berikut merupakan kriteria presentase rata-rata respon:

Tabel 3.18 Persentase Nilai Respon Guru dan Peserta Didik

Kategori	Presentase
Sangat Kuat	$81\% \leq NR \leq 100\%$
Kuat	$61\% \leq NR \leq 80\%$
Cukup Kuat	$41\% \leq NR \leq 60\%$
Lemah	$21\% \leq NR \leq 40\%$
Sangat	$0\% \leq NR \leq 20\%$

LKPD berbasis *Reciprocal Teaching* dikatakan praktis mencapai proporsi minimal 61% atau dalam kualifikasi kuat

c. Analisis keefektifan

Keefektifan Lembar Kerja Peserta Didik dapat diperoleh dari hasil belasan siswa setelah menggunakan LKPD berbasis *Reciprocal Teaching*. Adapun tahapan dalam menganalisis tes hasil belajar siswa sebagai berikut::

1. Ketuntasan individu

Ketuntasan individu tercapai apabila siswa memperoleh nilai $\leq 70\%$ yang sesuai dengan kriteria ketuntasan minimal yang disepakati oleh pihak sekolah.

$$\text{Ketuntasan individu} = \frac{\text{skor yang diperoleh}}{\text{skor maksimal}} = 100\%$$

2. Ketuntasan klasikal

Penilaian ketuntasan merupakan penilaian yang dilihat dari jumlah siswa yang tuntas secara individu dibagi dengan jumlah siswa yang hadir dalam pembelajaran. Penilaian ketuntasan klasikal dilakukan diakhir pembelajaran menggunakan LKPD berbasis *Reciprocal Teaching* untuk mengetahui hasil belajar siswa. Hasil belajar ini dikatakan berhasil apabila hasil belajar siswa secara klasikal mampu mencapai tingkat ketuntasan $\leq 70\%$. Untuk mengetahui ketuntasan klasikal siswa dapat menggunakan rumus sebagai berikut:

$$\text{Ketuntasan individu} = \frac{\text{Jumlah Siswa yang Tuntas}}{\text{Jumlah Siswa yang Hadir}} = 100\%$$

Tabel 3.19 Kualifikasi Keefektifan LKPD

Rentang Prestasi	Keterangan
85% - 100%	Sangat efektif
70% - 84%	Efektif
55% - 69%	Cukup efektif
50% - 54%	Kurang efektif
0% - 49%	Tidak efektif

3. Menghitung tingkat signifikan perbedaan *pretest* dan *posttest* melalui uji t paired dengan rumus sebagai berikut:³²

$$t_{hitung} = \frac{\bar{X}_1 - \bar{X}_2}{\sqrt{\frac{\sum D^2 - \frac{(\sum D)^2}{N}}{N(N-1)}}$$

Keterangan :

\bar{X}_1 = rata-rata *pretest*

\bar{X}_2 = rata-rata *posttest*

$D = \bar{X}_1 - \bar{X}_2$

N = Jumlah responden

4. Menghitung t tabel dengan rumus:

³² Muhammad Arif Hidayat, (2017), *The Evaluation Of Learning (Evaluasi Pembelajaran)*, Medan: Perdana Publishing, Hlm. 189

$$t_{tabel} = df = n - 1$$

Keterangan:

df = *degree of freedom*

n = jumlah responden

Jika nilai t-hitung > dari t-tabel maka ada perbedaan yang signifikan antara *pretest* dan *posttest*, tetapi jika t-hitung < dari t-tabel maka tidak ada perbedaan yang signifikan antara *pretest* dan *posttest*.

5. Untuk memperkuat tingkat keefektifan dilakukan juga Normalitas Gain untuk menghitung selisih hasil belajar sebelum dan sesudah menggunakan LKPD berbasis *Reciprocal Teaching*. Berikut rumus N-gain:³³

$$N - gain = \frac{\text{posttest score} - \text{pretest score}}{\text{maximum score} - \text{pretest score}}$$

Tabel 3. 20 Interpretasi Normalitas Gain

Skor Normalitas Gain	Kategori
-1,00 < g < 0,00	Merosot
G = 0.00	Stabil
0.00 < g < 0,30	Rendah
0,30 < g < 0,70	Sedang
0,70 < g < 1, 00	Tinggi

³³ Nismalasari, (2016), Penerapan Model Pembelajaran Learning Cycle Terhadap Keterampilan Proses Sains dan Hasil Belajar Siswa Pada Pokok Bahasan Getaran Harmonis, Jurnal Edusains, Vol4 No.2, Hlm. 83

BAB IV

HASIL PENELITIAN DAN PEMBAHASAN

A. Hasil Penelitian

Jenis penelitian ini merupakan jenis penelitian pengembangan, yaitu suatu penelitian untuk mengembangkan suatu produk. Produk yang dihasilkan dari penelitian ini berupa perangkat pembelajaran Lembar Kegiatan Siswa (LKPD) dengan model pembelajaran *Reciprocal Teaching*. Model pengembangan yang digunakan dalam penelitian ini ialah model pengembangan 4-D. model pengembangan ini terdiri dari 4 tahap yaitu tahap pendefinisian (*define*), perancangan (*design*), pengembangan (*develop*), dan pendesminasian (*desseminate*). Namun, pada penelitian ini tahap penyebaran tidak dilakukan, hal ini disebabkan pada tahap penyebaran membutuhkan waktu dan biaya sehingga penelitian pengembangan ini dirancang hanya sampai pada tahap pengembangan (*develop*).

Tahap Pengembangan	Tahap Pelaksanaan	Kegiatan	Hasil Yang Diperoleh
<i>Define</i>	25 Januari 2021	Analisis awal akhir	Mengetahui masalah dasar pembelajaran matematika pada materi Matriks. LKPD yang digunakan oleh guru dari segi penyajian kurang menarik karena gambar pada LKPD yang tidak berwarna, materi yang terlalu singkat, tidak adanya tercantum tujuan pembelajaran dimana tujuan pembelajaran

	15 Februari 2021	Analisis peserta didik	Menganalisis karakteristik siswa SMA MUHAMMADIYAH 4 BABALAN melalui wawancara
	18 Februari 2021	Analisis tugas	Merinci isi materi matriks dalam bentuk umum KI dan KD dan menyusun sub materi
	19 Februari 2021	Analisis konsep	Menyusun materi yang akan dipelajari, mengidentifikasi tugas yang diperlukan dalam kegiatan pembelajaran
	20 Februari 2021	Analisis tujuan pembelajaran	Merumuskan indikator-indikator dan tujuan pembelajaran
<i>Design</i>	25 Maret 2021	Pemilihan media	Memilih media pembelajaran berupa Lembar Kerja Peserta Didik yang akan dikembangkan
	24 Juni – 7 Juli 2021	Pemilihan format	Membuat rancangan Lembar Kerja Peserta Didik berbasis <i>Reciprocal Teaching</i> .
	9 Juli – 28 Juli 2021	Desain awal	Melakukan pembuatan Lembar Kerja Peserta Didik

<i>Develop</i>	2-7 Agustus 2021	Validasi instrumen	Mengetahui kualitas dari instrumen yang digunakan
	9 Agustus – 24 Agustus 2021	Validasi produk	Mengetahui kevalidan dari Lembar Kerja Peserta Didik yang dikembangkan
	6 September-27 September 2021	Ujicoba lapangan	Mengetahui kualitas produk yang dikembangkan yaitu Lembar Kerja Peserta Didik berbasis <i>Reciprocal Teaching</i>

Tabel 4.1 Rincian Waktu dan Kegiatan Pengembangan Lembar Kerja Peserta Didik

1. Tahap Pendefinisian (*define*)

Pada tahap *define* bertujuan untuk menetapkan dan mendefinisikan kebutuhan-kebutuhan pembelajaran dengan menganalisis tujuan dan batasan materi. Kegiatan pada tahap ini adalah analisis Awal-Akhir, analisis peserta didik, analisis tugas, analisis konsep, dan analisis tujuan pembelajaran. Berikut penjelasannya:

a. Analisis Awal-Akhir

Kegiatan ini bertujuan untuk mengetahui masalah awal yang ada Lembar Kerja Peserta Didik (LKPD) yang digunakan pada saat proses pembelajaran. Dari hasil observasi Kerja Peserta Didik (LKPD) SMA Muhammadiyah 4 Babalan menunjukkan Kerja Peserta Didik (LKPD) yang digunakan oleh guru dari segi penyajian kurang menarik karena gambar pada Kerja Peserta Didik (LKPD) yang tidak berwarna, materi yang terlalu singkat, tidak adanya tercantum tujuan pembelajaran dimana tujuan pembelajaran dapat membantu siswa untuk mengetahui hasil yang akan dicapai setelah

melakukan pembelajaran. Model pembelajaran yang digunakan dalam Kerja Peserta Didik (LKPD) belum dapat menarik perhatian belajar dan membuat peserta didik jenuh sehingga peningkatan hasil belajar peserta didik rendah.

b. Analisis Peserta Didik

Setiap siswa memiliki kemampuan yang berbeda-beda, dari tinggi, sedang, hingga rendah, dengan demikian peneliti dapat menentukan Kerja Peserta Didik (LKPD) seperti apa yang perlu dikembangkan. Berdasarkan hasil observasi awal peneliti dan hasil wawancara dengan siswa/i kurang aktif dalam proses pembelajaran matematika karena Kerja Peserta Didik (LKPD) yang digunakan dalam proses pembelajaran tidak berwarna dan.

Dari hasil analisis ini untuk mengetahui perkembangan siswa dari segi psikologi dan cara berfikir sehingga LKPD akan disesuaikan dengan karakteristik peserta didik.

c. Analisis Tugas

Analisis tugas bertujuan untuk menentukan satuan pembelajaran dengan merinci isi materi ajar secara garis besar dari kompetensi inti (KI) dan kompetensi dasar (KD) sesuai kurikulum K13. Materi yang dipilih dalam penelitian ini yaitu Matriks pada kelas XI semester 1 dengan sub mater: Konsep dan jenis-jenis matriks, kesamaan dan transpose matriks, operasi matriks, dan determinan dan invers matriks.

d. Analisis Konsep

Pada tahap analisis tugas, peneliti mengidentifikasi tugas yang diperlukan dalam kegiatan pembelajaran. Hal ini bertujuan untuk mengidentifikasi tahapan-tahapan penyelesaian tugas yang dilakukan peserta didik pada saat pembelajaran yang mengacu pada analisis konsep. Tugas yang dilakukan secara individu maupun kelompok. Tugas ini disusun berdasarkan kompetensi dasar dan indikator pencapaian kompetensi pada materi matriks. Berikut merupakan tugas-tugas pada sub materi matriks yang akan dilakukan peserta didik pada saat pembelajaran berlangsung:

- Konsep dan jenis-jenis matriks
 - 1) Menjelaskan pengertian matriks

- Kesamaan dan transpose matriks
 - 1) Menjelaskan transpose dan kesamaan matriks
- Operasi matriks
 - 1) Menjelaskan konsep operasi matriks
 - 2) Menggunakan prosedur untuk melakukan operasi pada matriks
 - 3) Menggunakan prosedur untuk menyelesaikan masalah yang berkaitan dengan operasi matriks
- Determinan dan invers matriks
 - 1) Menjelaskan determinan dan invers matriks berordo 2×2 dan 3×3
 - 2) Menggunakan prosedur untuk menyelesaikan yang berkaitan dengan determinan dan invers matriks 2×2 dan 3×3

e. Analisis Tujuan Pembelajaran

Pada tahap ini peneliti melakukan perumusan hasil analisis konsep-konsep diatas menjadi tujuan pembelajaran hasil belajar, yaitu:

- 1) Mampu menjelaskan pengertian matriks
- 2) Mampu menjelaskan transpose dan kesamaan matriks
- 3) Mampu menjelaskan konsep operasi matriks
- 4) Mampu menggunakan prosedur untuk melakukan operasi pada matriks
- 5) Mampu menggunakan prosedur untuk menyelesaikan masalah yang berkaitan dengan matriks dan operasi
- 6) Mampu menjelaskan determinan dan invers matriks berordo 2×2 dan 3×3
- 7) Mampu menggunakan prosedur untuk menyelesaikan masalah yang berkaitan dengan matriks determinan dan invers matriks berordo 2×2 dan 3×3

2. Tahap perancangan (*design*)

Tujuan dari tahap ini mendesain atau merancang Kerja Peserta Didik (LKPD) yang akan dikembangkan. Pemilihan media dan format untuk bahan dan produksi tahap awal mendasari aspek utama pada tahap desain.

a. Pemilihan Media

Media yang dipilih untuk dirancang serta dikembangkan pada penelitian ini adalah Kerja Peserta Didik (LKPD). Hal ini dikarenakan Kerja Peserta Didik (LKPD) dipandang mampu menunjang proses pembelajaran siswa baik dikelas maupun diluar kelas secara mandiri.

b. Pemilihan Format

Format penyusunan Kerja Peserta Didik (LKPD) mengacu pada format judul, kompetensi inti, kompetensi dasar, tujuan pembelajaran, peta konsep agar peserta didik dapat memiliki gambaran mengenai materi yang akan mereka pelajari. Kerja Peserta Didik (LKPD) juga dilengkapi dengan materi singkat setiap subbab sehingga peserta didik mampu dan dapat mengerti materi yang mereka pelajari. Materi diberikan dengan menggunakan bahasa yang mudah. Kerja Peserta Didik (LKPD) dibagi menjadi empat kegiatan yaitu: konsep dan jenis-jenis matriks, kesamaan dan tranpose matriks, operasi matriks, dan determinan dan inver matrikas ordo 2×2 dan 3×3 .

c. Desain Awal

Pada tahap ini dimulai dengan merancang isi dari Kerja Peserta Didik (LKPD) mulai dari cover, gambar pendukung, pemilihan font, ukuran huruf, dan warna yang tercantum dalam Kerja Peserta Didik (LKPD).

1) Penyusunan kerangka LKPD

Terdapat tiga bagian dalam LKPD yaitu awal, isi dan akhir. Bagian awal berisi cover, kata pengantar, daftar isi, peta konsep, deskripsi singkat matriks. Bagian isi berisi lembar kegiatan dan latihan. Bagian akhir berisi daftar pustaka. Berikut kerangka LKPD yang disusun:

COVER

KATA PENGANTAR

DAFTAR ISI

PETA KONSEP

DESKRIPSI SINGKAT MATRIKS

LEMBAR KEGIATAN 1: Konsep dan Jenis-jenis Matriks

LEMBAR KEGIATAN 2 : Kesamaan dan Transpose Matriks

LEMBAR KEGIATAN 3 : Operasi Matriks

LEMBAR KEGIATAN 4 : Determinan dan Invers Ordo 2x2 dan 3x3

LATIHAN

DAFTAR PUSTAKA

2) Penyusunan desain Kerja Peserta Didik (LKPD)

Desain bagian awal

a) Cover

Cover LKPD dirancang dengan perpaduan warna abu-abu dan biru dongker. Judul yang tercantum yaitu Kerja Peserta Didik (LKPD) berbasis *Reciprocal Teaching*. Terdapat mata pelajaran Matematika dengan materi Matriks untuk kelas XI SMA, terdapat gambar beberapa rumus dari matematika, nama penulis di atas kanan dan logo UINSU di atas kiri Kerja Peserta Didik (LKPD)



Gambar 4.1 Desain Cover LKPD

b) Kata Pengantar

Kata pengantar berisi ucapan rasa syukur kepada Tuhan Yang Maha Esa dan proses penyusunan LKPD, sehingga bisa tersusunnya LKPD matriks berbasis *Reciprocal Teaching*. Selain itu disampaikan keterbukaan penulis menerima kritiik dan saran ynag membangun.



Gambar 4.2 Desain Kata Pengantar LKPD

c) Daftar Isi

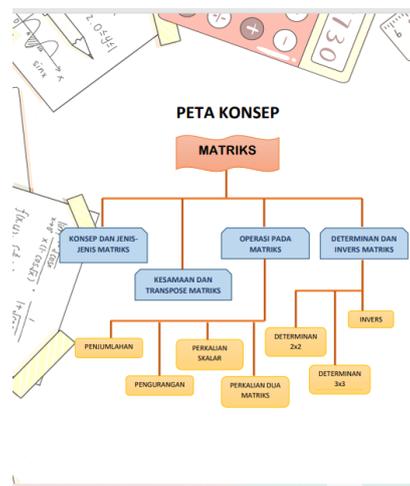
Daftar isi memberikan informasi tentang apa saja yang terdapat dalam LKPD dengan disertai nomor halaman untuk mempermudah dalam mencari halaman.

DAFTAR ISI	
Kata Pengantar	I
Daftar Isi	II
Peta Konsep	III
Matriks	IV
Konsep dan Jenis-Jenis Matriks	1
Kesamaan dan Transpose Matriks	6
Operasi pada Matriks	10
Determinan dan Invers Matriks	17
Latihan	28
Daftar Pustaka	29

Gambar 4.3 Desain Daftar Isi LKPD

d) Peta Konsep

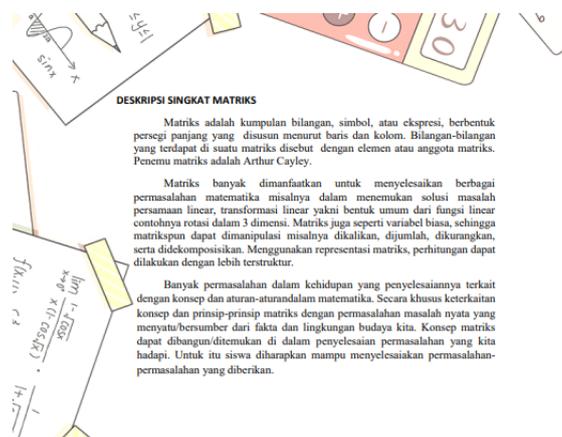
Peta konsep berisi pemetaan materi yang dipelajari dalam LKPD, disajikan dalam bentuk peta sehingga hubungan setiap konsep terlihat.



Gambar 4.4 Desain Peta Konsep LKPD

e) Deskripsi Singkat Matriks

Deskripsi singkat matriks menjelaskan tentang penemu matriks, dan penjelasan umum tentang matriks.



Gambar 4.5 Desain materi singkat

Desain bagian isi

a) Judul

Desain judul LKPD



Gambar 4.6 tampilan judul LKPD

b) Indikator

Setiap kegiatan belajar pada LKPD ditampilkan indikator yang harus dicapai peserta didik.

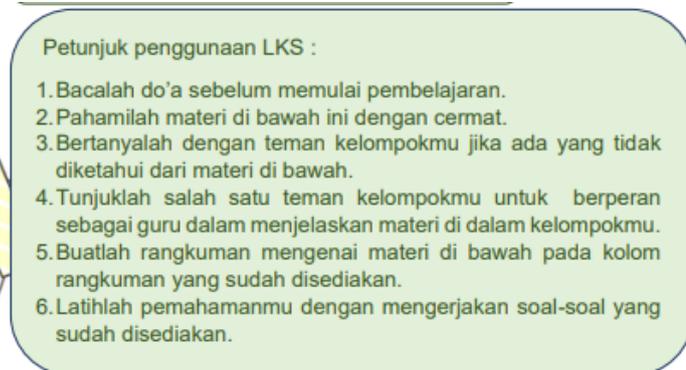


Indikator : 3.3.1 Menjelaskan pengertian matriks

Gambar 4.7 Tampilan indikator

c) Petunjuk penggunaan LKPD

Petunjuk penggunaan LKPD dituliskan disetiap kegiatan belajar. Hal ini bertujuan agar peserta didik mampu menggunakan LKPD dengan sebaik mungkin.



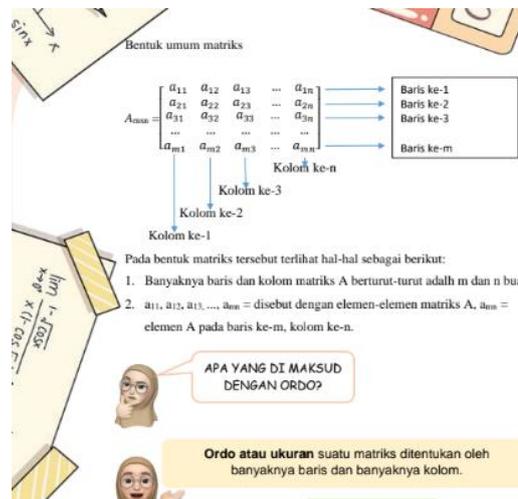
Petunjuk penggunaan LKS :

1. Bacalah do'a sebelum memulai pembelajaran.
2. Pahami materi di bawah ini dengan cermat.
3. Bertanyalah dengan teman kelompokmu jika ada yang tidak diketahui dari materi di bawah.
4. Tunjukkan salah satu teman kelompokmu untuk berperan sebagai guru dalam menjelaskan materi di dalam kelompokmu.
5. Buatlah rangkuman mengenai materi di bawah pada kolom rangkuman yang sudah disediakan.
6. Latihlah pemahamanmu dengan mengerjakan soal-soal yang sudah disediakan.

Gambar 4.8 tampilan petunjuk penggunaan LKPD

d) Materi singkat

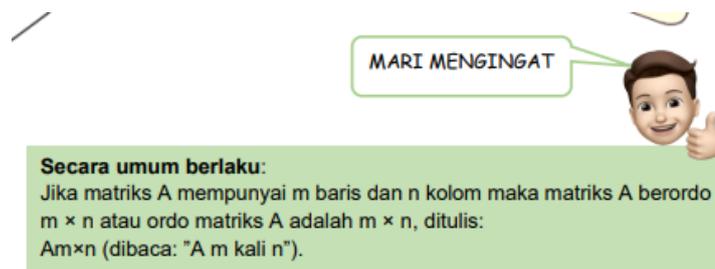
Materi singkat ini meliputi materi-materi, rumus, langkah penyelesaian dan gambar, yang memudahkan peserta didik dalam memahami materi yang di pelajari.



Gambar 4.9 Tampilan Materi Singkat LKPD

e) Mari mengingat

Mari mengingat mengarahkan peserta didik untuk lebih mudah mengingat materi.



Gambar 4.10 tampilan mari mengingat

f) Contoh soal

Contoh soal memberikan kemudahan peserta didik dalam memecahkan masalah pada materi.

Jika matriks A mempunyai m baris dan n kolom maka matriks A berordo $m \times n$ atau ordo matriks A adalah $m \times n$, ditulis:
 $A_{m \times n}$ (dibaca: "A m kali n").

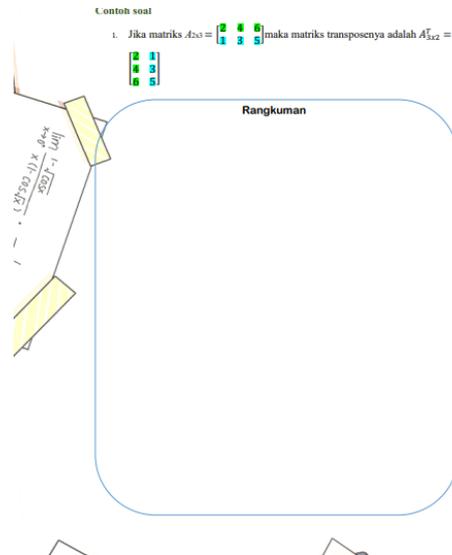
Contoh soal:

1. $A = \begin{bmatrix} 1 & 2 \\ 7 & 5 \end{bmatrix}$ disebut Matriks berordo 2×2 , yang menunjukkan banyaknya baris 2 dan banyaknya kolom 2, dan ditulis $A_{2 \times 2}$
2. $B = (-1 \ 0 \ 2)$ disebut Matriks berordo 1×3 , yang berarti menunjukkan banyaknya baris 1 dan banyaknya kolom 3, dan ditulis $B_{1 \times 3}$
3. $C = \begin{bmatrix} 3 & 4 & 5 \\ 7 & 3 & 7 \\ 0 & 6 & 5 \end{bmatrix}$ disebut Matriks berordo 3×3 , yang berarti menunjukkan banyaknya baris 3 dan banyaknya kolom 3, dan ditulis $C_{3 \times 3}$

Gambar 4.11 Tampilan Contoh Soal pada LKPD

g) Rangkuman

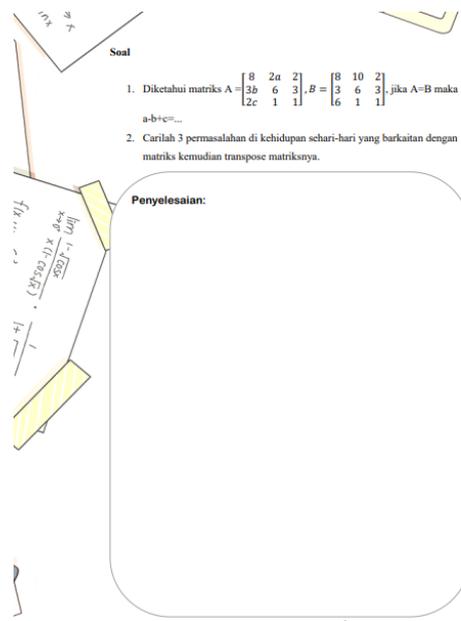
Rangkuman memberikan kesempatan terhadap peserta didik untuk merangkum materi yang sudah dibahas.



Gambar 4.12 Tampilan Rangkuman LKPD

h) Soal

Soal yang diberikan di setiap kegiatan bertujuan untuk melatih kemampuan pemahaman terhadap materi yang diberikan peserta didik.



Gambar 4.13 Tampilan soal LKPD

Desain bagian akhir

a) Daftar pustaka

Menyajikan sumber-sumber yang digunakan oleh penulis dalam menyusun LKPD sehingga apabila siswa ingin mempelajari materi secara lebih dalam dapat mencari materi lebih lanjut dari sumber-sumber yang tercantum di daftar pustaka.



Gambar 4.14 Tampilan Daftar Pustaka

3) Penyusunan instrumen penilaian LKPD

a) Lembar penilaian LKPD oleh Dosen Ahli

1. Dosen ahli materi

Lembar penilaian dari ahli materi meliputi aspek kelayakan isi dan penyajian materi diadaptasi oleh wahyu kurniawan tahun 2013. Berikut rician aspek penilaian LKPD oleh ahli materi:

Tabel 4.2 Rincian Aspek Penilaian Ahli Materi

Aspek	Banyak butir
Kelayakan isi	13
Penyajian materi	6
Jumlah	19

2. Dosen ahli media

Lembar penilaian dari ahli media meliputi aspek kebahasaan dan kegrafikan diadaptasi oleh wahyu kurniawan tahun 2013. Berikut rician aspek penilaian LKPD oleh ahli materi:

Tabel 4.3 Rincian Aspek Penilaian Ahli Media

Aspek	Banyak butir
Kebahasaan	4
kegrafikan	9
Jumlah	13

- b) Lembar penilaian LKPD oleh Teman Sejawat

Lembar penilaian dari ahli media meliputi aspek kemudahan dan keterbantuan. Berikut rician aspek penilaian LKPD oleh Guru Matematika:

Tabel 4.4 Rincian Aspek Penilaian Teman Sejawat

Aspek	Banyak butir
Desain LKPD	6
Kebahasaan	5
Isi	2
Penyajian materi	14
Jumlah	27

- c) Menyusun angket Respon guru

Angket respon Guru berdasarkan kemudahan dan keterbantuan meliputi aspek kemudahan dan keterbantuan. Berikut rician aspek angket respon Guru Matematika:

Tabel 4.5 Rincian Aspek Angket Respon Guru Matematika

Aspek	Banyak butir
Kemudahan	5
Keterbantuan	5
Jumlah	10

- d) Menyusun angket siswa

Angket respon siswa berdasarkan kemudahan dan keterbantuan meliputi aspek kemudahan dan keterbantuan. Berikut rician aspek angket respon Guru Matematika:

Tabel 4.6 Rincian Aspek Angket Respon Siswa

Aspek	Banyak butir
Kelayakan isi	6
Penyajian materi	7
kebahasaan	3
kegrafikan	4
Jumlah	20

e) Menyusun tes hasil belajar

Hasil belajar siswa dalam penelitian ini adalah: 1) Menjelaskan pengertian matriks, 2) Menjelaskan transpose matriks, kesamaan dua matriks, 3) Menjelaskan transpose matriks, kesamaan dua matriks, 4) Melakukan prosedur untuk melakukan operasi pada matriks, 5) Menggunakan prosedur untuk menyelesaikan masalah yang berkaitan dengan matriks dan operasinya, 6) Menyelesaikan determinan dan invers matriks berordo 2×2 dan 3×3 , 7) Mampu menjelaskan sifat-sifat determinan dan invers matriks berordo 2×2 dan 3×3 , 8) Menggunakan prosedur untuk menyelesaikan masalah yang berkaitan dengan matriks determinan dan invers matriks berordo 2×2 dan 3×3 . Soal tes hasil belajar berbentuk pilihan ganda.

3. Tahap pengembangan (*develop*)

Tujuan dari tahap ini adalah memodifikasi dan mengembangkan LKPD dan RPP yang telah dibuat pada tahap sebelumnya, LKPD dan RPP terus disempurnakan berdasarkan penilaian dan saran dari ahli, teman sejawat. Tahap pengembangan akan dijelaskan sebagai berikut:

a. Analisis Uji Validitas

a) Validasi Instrumen

Instrumen penilaian LKPD harus divalidkan terlebih dahulu oleh dosen untuk mengetahui kevalidan serta kelayakan sebelum digunakan untuk mengukur kualitas LKPD yang akan dikembangkan. Dalam penelitian ini instrumen penilaian yang digunakan sudah dinyatakan valid dalam penelitian sebelumnya yang dilakukan oleh Safrani Rizkia Nasution

2019. Selain itu, instrumen tes hasil belajar dilakukan oleh dosen di UIN Sumatra Utara dan guru matematika di SMA MUHAMMADIYAH 4 BABALAN.

Tabel 4.9 Validasi Instrumen Tes Hasil Belajar Siswa oleh Guru

No Soal	Validasi Isi				Bahasa Soal				Kesimpulan			
	V	CV	KV	TV	SDP	DP	KDP	TDP	TR	RK	RB	PK
1	✓				✓				✓			
2	✓				✓				✓			
3	✓				✓				✓			
4	✓				✓				✓			
5	✓				✓				✓			
6	✓				✓				✓			
7	✓				✓				✓			
8	✓				✓				✓			
9	✓				✓				✓			
10	✓				✓				✓			
11	✓				✓				✓			
12	✓				✓				✓			
13	✓				✓				✓			
14	✓				✓				✓			
15	✓				✓				✓			

Dari hasil validasi hasil belajar siswa oleh dosen ahli diperoleh hasil “valid” dari nomor soal 1 sampai 15, untuk aspek bahasa soal diperoleh “sangat dapat dipahami”, dan untuk aspek kesimpulan diperoleh “Tidak revisi”.

Tabel 4.10 Validasi Instrumen Tes Hasil Belajar Siswa oleh Dosen Ahli

No Soal	Validasi Isi				Bahasa Soal				Kesimpulan			
	V	CV	KV	TV	SDP	DP	KDP	TDP	TR	RK	RB	PK
1	✓					✓			✓			
2	✓					✓			✓			
3	✓					✓			✓			
4	✓					✓			✓			
5	✓					✓			✓			
6	✓					✓			✓			
7	✓					✓			✓			
8	✓					✓			✓			

9	✓					✓			✓			
10	✓					✓			✓			
11	✓					✓			✓			
12	✓					✓			✓			
13	✓					✓			✓			
14	✓					✓			✓			
15	✓					✓			✓			

Dari hasil validasi hasil belajar siswa oleh dosen ahli diperoleh hasil “valid” dari nomor soal 1 sampai 15, untuk aspek bahasa soal diperoleh “dapat dipahami”, dan untuk aspek kesimpulan diperoleh “Tidak revisi”.

b) Validasi LKPD berbasis *Reciprocal Teaching*

Data hasil penilaian kuantitatif dan kualitatif dari dosen ahli:

1) Penilaian RPP oleh Dosen Ahli

Tabel 4.11 Penilaian RPP oleh Dosen Ahli

No	Kriteria	Validasi I	Validasi II
Kejelasan identitas RPP			
1	Mencantumkan satuan pendidikan	5	5
2	Mencantumkan kelas	5	5
3	Mencantumkan semester	5	5
4	Mencantumkan nama mata pelajaran	4	5
5	Mencantumkan pokok bahasan	5	5
6	Mencantumkan Alokasi Waktu	4	5
Kelengkapan identitas			
7	Mencantumkan kompetensi inti (KI)	5	5
8	Mencantumkan kompetensi dasar (KD)	4	5
9	Mencantumkan indikator pencapaian kompetensi	4	5
Isi			
10	Kesesuaian indikator pembelajaran dengan komponen dasar	4	5
11	Kesesuaian materi prasyarat	4	5

	dengan materi yang diajarkan		
12	Kesesuaian kegiatan pembelajaran dengan tahapan metode Reciprocal Teaching	4	5
13	Langkah-langkah pembelajaran dijabarkan dengan jelas	4	5
14	Kesesuaian alokasi waktu dengan kegiatan pembelajaran	4	5
15	Ketepatan kegiatan penutup dalam pembelajaran	4	5
Bahasa			
16	Penggunaan bahasa sesuai dengan kaidah bahasa yang baik dan benar	4	5
17	Bahasa yang digunakan singkat, jelas, dan tidak menimbulkan pengertian ganda	4	5

Setelah mengetahui skor para validator ahli materi terhadap masing-masing aspek yang ingin dinilai maka selanjutnya skor yang diperoleh dari validator akan dianalisis untuk mengetahui dari RPP berbasis *Reciprocal Teaching* yang telah dikembangkan, berikut analisis penilaian dari validator.

Tabel 4.12 Penilaian RPP oleh Dosen Ahli

No	I	II	S1	S2	$\sum s$	V
1	5	5	4	4	8	1,00
2	5	5	4	4	8	1,00
3	5	5	4	4	8	1,00
4	4	5	3	4	7	0,86
5	5	5	4	4	8	1,00
6	4	5	3	4	7	0,86
7	5	5	4	4	8	1,00
8	4	5	3	4	7	0,86
9	4	5	3	4	7	0,86
10	4	5	3	4	7	0,86
11	4	5	3	4	7	0,86
12	4	5	3	4	7	0,86
13	4	5	3	4	7	0,86
14	4	5	3	4	7	0,86
15	4	5	3	4	7	0,86

16	4	5	3	4	7	0,86
17	4	5	3	4	7	0,86
Rata-rata	4,2	5	3,2	4	7,2	0,901

Dari hasil tabel diatas, diketahui bahwa kualitas RPP berdasarkan penilaian dari dua validator menunjukkan kategori sangat valid dengan diperoleh indeks Aiken untuk materi LKPD sebesar 0,901 dengan kategori tinggi atau sangat valid.

2) Penilaian LKPD oleh Dosen Ahli Materi

Berikut adalah penilaian kelayakan oleh ahli media dapat disajikan sebagai berikut:

Tabel 4.13 Penilaian Ahli Materi

No	Kriteria	Skor
Aspek Kelayakan Isi		
1	Kesesuaian Indikator dengan Kompetensi Inti (KI) dan Kompetensi Dasar (KD)	4
2	Kesesuaian materi dengan tujuan pembelajaran	4
3	Keakuratan materi	4
4	Keakuratan fakta	4
5	Keakuratan penggunaan simbol dan notasi matematika	5
6	Keakuratan gambar dan grafik	4
7	Keakuratan istilah	4
8	Kegiatan yang disajikan dalam LKPD mengorientasikan siswa pada masalah	4
9	Kegiatan yang disajikan dalam LKPD dapat mengorganisasi siswa	4
10	Kegiatan yang disajikan dalam LKPD dapat memfasilitasi penyelidikan individu maupun kelompok	4
11	Kegiatan yang disajikan dalam LKPD dapat memfasilitasi siswa untuk menyajikan hasil karya	4
12	Kegiatan yang disajikan dalam LKPD dapat digunakan untuk mengevaluasi hasil belajar	4
13	Kesesuaian pendekatan yang digunakan dengan karakteristik materi	4
Aspek kelayakan isi		
14	Keruntutan isi LKPD	5
15	Konsistensi penyajian LKPD	5
16	Kegunaan LKPD dalam mendorong siswa untuk	4

	memahami masalah	
17	Kegunaan LKPD dalam mendorong siswa untuk merencanakan mengevaluasi dan mengaplikasikan keputusan	4
18	Kegunaan LKPD dalam mendorong siswa untuk melaksanakan rencana	4
19	Kegunaan LKPD dalam mendorong siswa melakukan analisis terhadap cara dan memunculkan suatu ide baru	4

Setelah mengetahui skor para validator ahli materi terhadap masing-masing aspek yang ingin dinilai maka selanjutnya skor yang diperoleh dari validator akan dianalisis untuk mengetahui dari materi bahan ajar LKPD berbasis *Reciprocal Teaching* yang telah dikembangkan, berikut analisis penilaian ahli materi

Tabel 4.14 Analisis Penilaian Ahli Materi

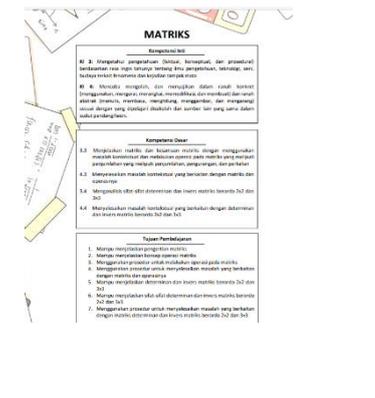
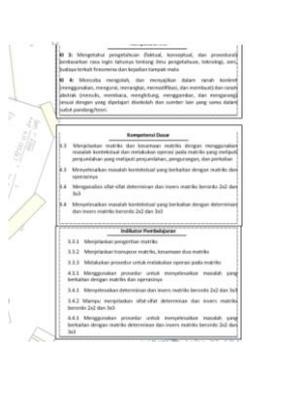
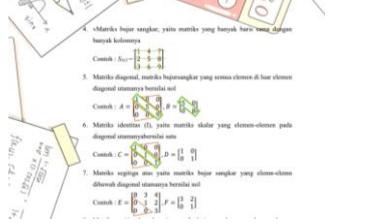
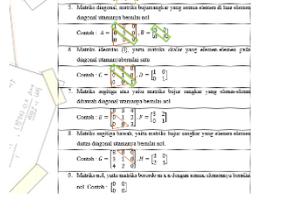
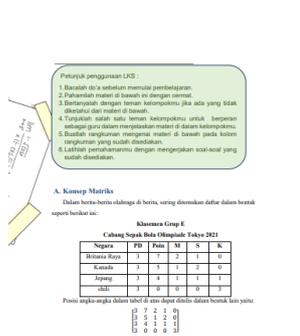
No	Aspek yang Dinilai	Butir	S	$\sum s$	V
1	Kelayakan Isi	1	3	3	0,75
		2	3	3	0,75
		3	3	3	0,75
		4	3	3	0,75
		5	4	4	1,00
		6	3	3	0,75
		7	3	3	0,75
		8	3	3	0,75
		9	3	3	0,75
		10	3	3	0,75
		11	3	3	0,75
		12	3	3	0,75
		13	3	3	0,75
2	Penyajian Materi	14	4	4	1,00
		15	4	4	1,00
		16	3	3	0,75
		17	3	3	0,75
		18	3	3	0,75
		19	3	3	0,75
			60	60	0,79

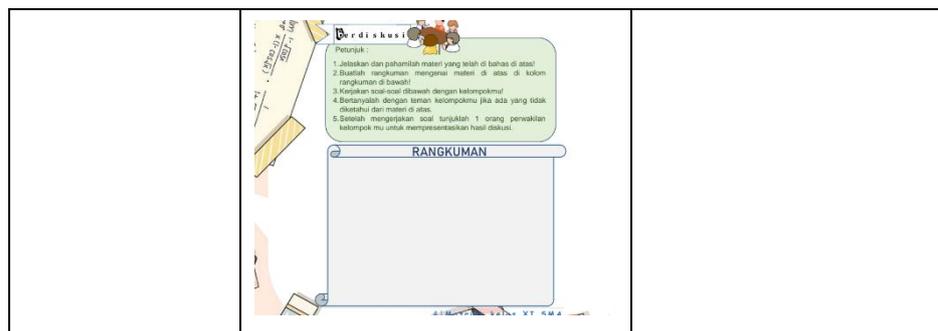
Dari hasil tabel diatas, diketahui bahwa kualitas LKPD berdasarkan penilaian dosen ahli materi menunjukkan kategori valid dengan

diperoleh indeks Aiken untuk materi LKPD sebesar 0,79 dengan kategori sedang atau valid.

Berikut data kualitatif penilaian dari saran dan komentar yang diberikan oleh ahli materi.

Tabel 4.15 Data Penilaian Kualitatif LKPD oleh Dosen Ahli Materi

Saran Validator	LKPD awal	LKPD revisi
<p>Tambahkan indikator pembelajaran</p>		
<p>Perbaiki kata-kata yang salah</p>		
<p>Petunjuk letakkan di awal dan perbaiki kalimat-kalimat dan susunannya</p>		



3) Penilaian LKPD oleh Dosen Ahli Media

Tabel 4.16 Penilaian Kuantitatif LKPD oleh Ahli Media

No	Kriteria	skor
Aspek Kebahasaan		
1	Kesesuaian bahasa dengan tingkat perkembangan kognitif siswa	5
2	Kalimat yang digunakan jelas dan tidak menimbulkan multitafsir	5
3	Penggunaan ejaan sesuai dengan EYD	5
4	Konsistensi penggunaan istilah dalam LKPD	5
Aspek Kegrifikaan		
5	Kesesuaian ukuran kertas yang digunakan	5
6	Desain cover LKPD menunjukkan isi LKPD	4
7	Kemenarikan desain setiap halaman	4
8	Warna latar belakang serasi dan Menarik	4
9	Keterbacaan huruf yang digunakan	5
10	Kerapian tata letak tulisan yang digunakan	5
11	Kesesuaian perbandingan antara huruf dan gambar	5
12	Kesesuaian pemberian gambar dan ilustrasi pada LKPD dengan materi	5
13	Spasi yang digunakan normal	5

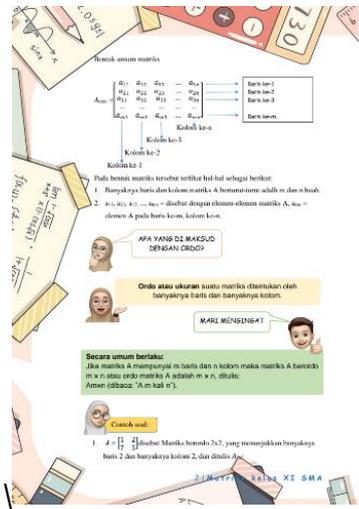
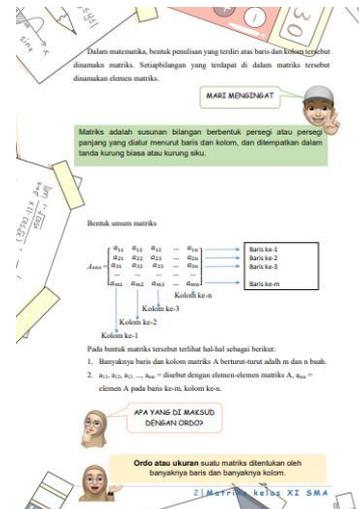
Setelah mengetahui skor para validator ahli media terhadap masing-masing aspek yang ingin dinilai maka selanjutnya skor yang diperoleh dari validator akan dianalisis untuk mengetahui dari media bahan ajar LKPD berbasis *Reciprocal Teaching* yang telah dikembangkan, berikut analisis penilaian ahli materi

Tabel 4.17 Analisis Penilaian Ahli Media

No	Aspek yang Dinilai	Butir	S	$\sum S$	V
1	Kebahasaan	1	4	4	1,00
		2	4	4	1,00
		3	4	4	1,00
		4	4	4	1,00
2	Kegrafikan	5	4	4	1,00
		6	3	3	0,75
		7	3	3	0,75
		8	3	3	0,75
		9	4	4	1,00
		10	4	4	1,00
		11	4	4	1,00
		12	4	4	1,00
		13	4	4	1,00
			49	49	0.94

Dari hasil tabel diatas, diketahui bahwa kualitas LKPD berdasarkan penilaian dosen ahli media menunjukkan kategori sangat valid dengan diperoleh indeks Aiken untuk LKPD sebesar 0,94 dengan kategori tinggi atau sangat valid.

Tabel 4.18 Data Penilaian Kualitatif LKPD oleh Dosen Ahli Media

Saran Validator	LKPD awal	LKPD revisi
<p>Tambahkan nama penulis dan logo uinsu di cover LKPD</p>		
<p>Warna pada ackground di setiap halaman terlalu mencolok.</p>		

4) Penilaian LKPD oleh Teman Sejawat

Tabel 4.19 Penilaian Kuantitatif oleh Teman Sejawat

No	Pernyataan	Skor
1	Tampilan halaman cover LKPD menarik	4 4
2	Setiap judul LKPD ditampilkan dengan jelas sehingga dapat menggambarkan isi LKPD	4
3	Penempatan tata letak (Judul, subjudul, teks, gambar, nomor halaman) LKPD konsisten sesuai dengan pola tertentu	5
4	Pemilihan jenis huruf, ukuran serta spasi yang digunakan sesuai sehingga mempermudah siswa dalam membaca LKPD	4
5	Keberadaan gambar dalam LKPD dapat menyampaikan isi materi	4
6	Perpaduan antara gambar dan tulisan dalam LKPD menarik perhatian	5
7	LKPD menggunakan bahasa sesuai dengan tingkat kedewasaan siswa	4
8	LKPD menggunakan bahasa komunikatif	5
9	LKPD menggunakan struktur kalimat yang jelas	4
10	LKPD menggunakan kalimat yang tidak menimbulkan makna ganda	4
11	LKPD menggunakan kalimat yang sederhana dan mudah dipahami siswa	4
12	Petunjuk kegiatan-kegiatan dalam LKPD jelas sehingga mempermudah siswa melakukan semua kegiatan yang ada dalam LKPD	5
13	Materi yang disajikan dalam LKPD mencakup semua materi yang terkandung dalam standar Kompetensi, Kompetensi Dasar. indikator pembelajaran pada LKPD sesuai SK dan KD	4
14	Materi yang disajikan dalam LKPD membantu siswa untuk mencapai tujuan pembelajaran yang telah diisyaratkan dalam indikator pencapaian kompetensi dasar	4
15	Materi yang disajikan dalam LKPD sesuai dengan tingkatan kemampuan siswa LKPD memfasilitasi siswa untuk membangun pemahaman berdasarkan pengetahuan yang telah dimiliki sebelumnya	4
16	LKPD memfasilitasi siswa untuk menggali informasi yang dibutuhkan untuk menyelesaikan masalah	4
17	Keberadaan gambar dalam LKPD dapat menyampaikan ini materi	5

18	Perpaduan antara gambar dan tulisan dalam LKPD manarik perhatian	5
19	LKPD memfasilitasi siswa untuk menyelesaikan permasalahan matematika dengan cara sendiri	5
20	LKPD mendorong siswa untuk berdiskusi atau bekerja saman dengan orang laian dalam satu kelompok	4
21	Konsep yang disajikan dalam LKPD tidak menimbulkan banyak tafsir dan sesuai dengan konsep yang berlaku dalam bidang geometri	4
22	Gambar dan ilustrasi dalam LKPD yang disajikan berdasarkan masalah sehari-hari dan efesien bagi siswa untuk memahami	4
23	Notasi, simbol, dan ikon dalam LKPD disajikan secara benar menurut kelaziman yang berlaku di bidang geometri	4
24	LKPD membantu siswa untuk menemukan konsep materi	5
25	LKPD mudah dipahami siswa	5
26	LKPD mudah diimplementasikan pada pembelajaran	5
27	Msalah-masalah yang diberikan mudah dipahami	4

Setelah mengetahui skor teman sejawat terhadap masing-masing aspek yang ingin dinilai maka selanjutnya skor yang diperoleh dari

Dapat dilihat pada lampiran 12.

Penilaian dari validator akan dianalisis untuk mengetahui dari bahan ajar LKPD berbasis *Reciprocal Teaching* yang telah dikembangkan, berikut analisis penilaian teman sejawat.

Tabel 4.20 Analisis Pennilaian Teman Sejawat

Butir	S	$\sum s$	V
1	3	3	0,75
2	3	3	0,75
3	3	3	0,75
4	4	4	1,00
5	3	3	0,75
6	3	3	0,75
7	4	4	1,00
8	3	3	0,75
9	4	4	1,00
10	3	3	0,75
11	3	3	0,75
12	3	3	0,75
13	4	4	1,00
14	3	3	0,75

15	3	3	0,75
16	3	3	0,75
17	4	4	1,00
18	4	4	1,00
19	4	4	1,00
20	3	3	0,75
21	3	3	0,75
22	3	3	0,75
23	3	3	0,75
25	4	4	1,00
24	4	4	1,00
26	4	4	1,00
27	4	4	1,00
	52	52	0,85

Dari hasil tabel diatas, diketahui bahwa kualitas LKPD berdasarkan penilaian dosen ahli media menunjukkan kategori sangat valid dengan diperoleh indeks Aiken untuk materi LKPD sebesar 0,85 dengan kategori tinggi atau sangat valid

Berdasarkan analisis nilai dari para validator di atas diperoleh indeks sebesar 0,75 untuk ahli materi memiliki kategori sedang atau valid. Nilai indeks dari ahli media sebesar 0,94 dengan kategori tinggi atau sangat valid. Dan nilai indeks dari teman sejawat sebesar 0,85 dengan kategori tinggi atau sangat valid.

b. Uji coba lapangan

Tahap selanjutnya uji coba lapangan yang dilakukan di SMA MUHAMMADIYAH 4 BABALAN kelas XI MIPA 1. Uji coba lapangan dilakukan pada tanggal 6 September sampai 27 September 2021. Uji coba lapangan ini diikuti oleh 30 siswa. Berikut jadwal uji coba lapangan yang dilakukan oleh peneliti:

Tabel 4.21 Jadwal Pelaksanaan Uji Coba Lapangan

No	Pelaksanaan	Kegiatan	Alokasi Waktu
1	Senin, 6 September 2021	Pre-Test LKPD 1	2x45 menit
2	Senin, 13 September 2021	LKPD 2 dan LKPD 3	2x45 menit
3	Senin, 20 September 2021	LKPD 4	2x45 menit
4	Senin, 27 September 2021	Angket Respon	2x45 menit

		Peserta Didik dan tes hasil belajar	
--	--	-------------------------------------	--

1. Kepraktisan LKPD

LKPD berbasis *Reciprocal Teaching* ini dikategorikan praktis atau layak digunakan, terlihat dari angket respon guru dan peserta didik terhadap LKPD berbasis *Reciprocal Teaching*.

a) Kepraktisan dari angket respon guru

Tabel 4.22 Hasil Angket Respon Guru

No	Aspek penilaian	Rata-rata	Kategori
1	Kemudahan	4,4	Sangat baik
2	keterbantuan	4,2	Baik
Rata-rata		4,3	Sangat baik

Dari respon guru mengenai kemudahan dan keterbantuan pembelajaran menggunakan LKPD berbasis *Reciprocal Teaching* menunjukkan kategori sangat baik dengan skor rata-rata 4,3 dari skor maksimal 5,00. Lembar penilaian dapat dilihat di lampiran 13.

b) Kepraktisan dari angket peserta didik

Tabel 4.23 Hasil Angket Respon Peserta Didik

No	Aspek penilaian	Rata-rata	Kategori
1	Kelayakan Isi	3,79	Baik
2	Penyajian Materi	3,93	Baik
3	Kebahasaan	3,74	Baik
4	Kegrafikan	3,83	Baik
Rata-rata		3,83	Baik

Dari respon siswa setelah menggunakan LKPD menunjukkan kategori baik dengan skor rata-rata 3,83 dari skor maksimal 5,00.

Kalsifikasi angket guru dan hasil angket peserta didik memenuhi kriteria baik dengan presentase 82,8% yang menunjukkan bahwa LKPD berbasis *Reciprocal Teaching* memiliki kualitas praktis.

2. Analisi Tes Hasil Belajar Siswa

Dari uji coba produk yang dilakukan peneliti dengan jumlah siswa 30 siswa, maka diperoleh hasil pretest dan posttest untuk melihat keefektifan LKPD berbasis reciprocal teaching. Berikut hasil tes yang diperoleh siswa kelas XI SMA MUHAMMADIYAH 4 BABALAN.

Tabel 4.24 Hasil Penilaian Peserta Didik Berupa Pretest dan Posttest

No	Responden	Nilai				N-gain
		Pretest	Ket	Posttes	Ket	
1	R1	80	Lulus	93	Lulus	0,65
2	R2	26	Tidak Lulus	80	Lulus	0,73
3	R3	80	Lulus	93	Lulus	0,65
4	R4	40	Tidak Lulus	86	Lulus	0,77
5	R5	86	Tidak Lulus	93	Lulus	0,5
6	R6	60	Lulus	80	Lulus	0,5
7	R7	80	Lulus	86	Lulus	0,3
8	R8	53	Tidak Lulus	86	Lulus	0,7
9	R9	40	Tidak Lulus	86	Lulus	0,77
10	R10	80	Lulus	93	Lulus	0,65
11	R11	66	Tidak Lulus	86	Lulus	0,59
12	R12	40	Tidak Lulus	53	Tidak Lulus	0,21
13	R13	33	Tidak Lulus	80	Lulus	0,7
14	R14	80	Lulus	93	Lulus	0,65
15	R15	66	Tidak Lulus	86	Lulus	0,59
16	R16	80	Lulus	86	Lulus	0,3
17	R17	46	Tidak Lulus	66	Tidak Lulus	0,37
18	R18	40	Tidak Lulus	53	Tidak Lulus	0,21

19	R19	80	Lulus	93	Lulus	0,65
20	R20	26	Tidak Lulus	66	Tidak Lulus	0,54
21	R21	46	Tidak Lulus	80	Lulus	0,63
22	R22	26	Tidak Lulus	46	Tidak Lulus	0,27
23	R23	60	Tidak Lulus	80	Lulus	0,5
24	R24	80	Lulus	93	Lulus	0,65
25	R25	80	Lulus	93	Lulus	0,65
26	R26	53	Tidak Lulus	80	Lulus	0,58
27	R27	26	Tidak Lulus	80	Lulus	0,73
28	R28	13	Tidak Lulus	47	Tidak Lulus	0,39
29	R29	86	Lulus	93	Lulus	0,5
30	R30	26	Tidak Lulus	86	Lulus	0,81
Jumlah		1678		2416		
Rata-rata		55,93		80,53		0,56

Presentase ketuntasan *pretest* siswa secara klasikal yaitu:

$$p = \frac{\text{banyaknya siswa yang mendapat skor} \geq 75}{\text{banyaknya siswa}} \times 100\%$$

$$p = \frac{11}{30} \times 100\% = 36\%$$

Presentase ketuntasan *posttest* siswa secara klasikal yaitu:

$$p = \frac{\text{banyaknya siswa yang mendapat skor} \geq 75}{\text{banyaknya siswa}} \times 100\%$$

$$p = \frac{24}{30} \times 100\% = 80\%$$

3. Keefektifan LKPD berbasis *Reciprocal Teaching*

Berdasarkan perhitungan diatas, diperoleh hasil ketuntasan belajar siswa secara klasikal setelah menggunakan LKPD sangat efektif sebesar 80% (siswa yang mendapatkan skor ≥ 75) dimana hasil belajar siswa mengalami peningkatan 44%, sehingga penggunaan LKPD berbasis

Reciprocal Teaching sangat efektif digunakan dalam pembelajaran. Kemudian dilakukan uji t didapat nilai t-hitung = 7,57 dan nilai t-tabel = 2,045 yang berarti bahwa ada perbedaan signifikan pada data *pretest* dan *posttest*, selanjutnya dari tabel diatas setelah dilakukan perhitungan N-gain diperoleh rata-rata sebesar 0,56 dengan kategori sedang sehingga penggunaan LKPD berbasis *reciprocal teaching* efektif digunakan untuk meningkatkan hasil belajar siswa. Beberapa hasil tes belajar siswa dan perhitungan uji-t dapat dilihat di lampiran

b. Pembahasan

Berdasarkan deskripsi hasil penelitian yang telah diuraikan di atas pada hasil penelitian diperoleh LKPD *Berbasis Reciprocal Teaching*. Pada penelitian ini menghasilkan produk berupa LKPD yang sesuai dengan pengembangan menggunakan prosedur 4-D akan tetapi karena keterbatasan peneliti, penelitian ini hanya melakukan 3-D dengan tahapan pendefinisian, (*define*), perencanaan (*desain*), dan pengembangan (*develop*). Pada penelitian ini melakukan uji validitas, kepraktisan dan keefektifan pada produk.

Tahap awal yang dilakukan yaitu pendefinisian (*define*), kegiatan yang dilakukan pada tahapan ini yakni analisis awal-akhir meliputi analisis kurikulum untuk disesuaikan dengan RPP agar proses pembelajaran menjadi lebih baik. Analisis peserta didik dilakukan dengan cara melihat karakteristik dan kemampuan awal peserta didik sebelum penelitian dilaksanakan. Dengan melihat karakter peserta didik, peneliti dapat mengambil langkah lebih lanjut pada proses pembelajaran Analisis tugas dilakukan untuk mengetahui kemampuan dan ketidakmampuan peserta didik sehingga dapat diambil tindakan selanjutnya. Analisis konsep dilakukan dengan cara mengidentifikasi komponen materi yang akan diajarkan kepada peserta didik, yang disajikan dalam bentuk peta konsep untuk memudahkan peserta didik dalam memahami pembelajaran. Analisis tujuan pembelajaran adalah rumusan tujuan pembelajaran yang ingin dicapai dalam proses pembelajaran dan

diharapkan peserta didik dapat menguasai materi yang telah diajarkan oleh pendidik.

Tahap yang kedua yang dilakukan yaitu design (Perancangan), tujuan pada tahap ini merancang LKPD berbasis *Reciprocal Teaching*. Kegiatan pada tahap ini adalah pemilihan media, pemilihan format, dan rancangan awal. Pemilihan media Pemilihan media pembelajaran sangat diperlukan untuk menarik perhatian para peserta didik. Pemilihan media yang tepat akan membuat peserta didik menjadi lebih aktif, percaya diri, dan pembelajaran tidak hanya berpusat pada pendidik. Pemilihan format Pemilihan format yang dimaksud disini adalah pemilihan metode pembelajaran yang dapat membuat peserta didik lebih mudah dalam memahami materi yang disampaikan oleh pendidik. Rancangan awal yang dimaksud disini adalah peneliti melakukan reancangan seluruh perangkat pembelajaran sbeleum ujicoba dilakukan untuk mendapatkan hasil yang memuaskan saat perangkat pembelajaran dilaksanakan.

Tahap yang ketiga yang dilakukan yaitu Tahap Develop (Pengembangan) bertujuan untuk menghasilkan kevalidan LKPD yang dikembangkan dan RPP yang digunakan dalam proses pembelajaran. LKPD dan RPP diuji kevalidan dengan validator yang terdiri dari ahli media, ahli materi, dan teman sejawat.

1. Validitas

a. Validasi RPP

Kualitas RPP berdasarkan penilaian dari dua validator menunjukkan kategori sangat valid dengan diperoleh indeks Aiken untuk materi LKPD sebesar 0,9 dengan kategori tinggi atau sangat valid.

b. Validasi LKPD

Berdasarkan analisis nilai dari para validator di atas diperoleh indeks sebesar 0,75 untuk ahli materi memiliki kategori sedang atau valid. Nilai indeks dari ahli media sebesar 0,94 dengan kategori tinggi atau sanagat valid. Dan nilai indeks dari teman sejawat sebesar 0,85 dengan kategori tinggi atau sangat valid. Dari keterangan diatas yang menyatakan

bahwa klasifikasi RPP yang memenuhi kriteria baik dan klasifikasi LKPD sangat baik menunjukkan bahwa RPP dan LKPD memenuhi kualifikasi valid, oleh karena itu RPP dan LKPD yang telah dikembangkan layak digunakan dalam pembelajaran di sekolah

2. Kepraktisan

Analisis kepraktisan diperoleh dari angket respon guru dan angket respon peserta didik. Praktis dapat dikatakan bahwa LKPD yang dikembangkan dapat membantu dan memberi kemudahan bagi penggunaannya. Dari hasil angket respon guru diperoleh skor rata-rata 4,3 dari skor rata-rata 5,00 dengan klasifikasi sangat baik. Klasifikasi angket guru dan hasil angket peserta didik memenuhi kriteria baik dengan presentase 82,8% yang menunjukkan bahwa LKPD berbasis *Reciprocal Teaching* memiliki kualitas praktis.

3. Keefektifan

Diperoleh hasil ketuntasan belajar siswa secara klasikal setelah menggunakan LKPD sangat efektif sebesar 80% (siswa yang mendapatkan skor ≥ 75) dimana hasil belajar siswa mengalami peningkatan 44%, sehingga penggunaan LKPD berbasis *Reciprocal Teaching* sangat efektif digunakan dalam pembelajaran. Kemudian dilakukan uji t didapat nilai t-hitung = 7,57 dan nilai t-tabel = 2,045 yang berarti bahwa ada perbedaan signifikan pada data *pretest* dan *posttest*, selanjutnya dari tabel diatas setelah dilakukan perhitungan N-gain diperoleh rata-rata sebesar 0,56 dengan kategori sedang sehingga penggunaan LKPD berbasis *reciprocal teaching* efektif digunakan untuk meningkatkan hasil belajar siswa.

3 Keterbatasan Penelitian

Keterbatasan yang dialami peneliti ialah dalam pelaksanaan uji coba produk dalam kelas tidak sepenuhnya terlaksana dikarenakan proses pembelajaran tatap muka di sekolah SMA MUHAMMADIYAH 4 BABALAN terbatas, sehingga sebagian pekerjaan dari Lembar Kerja Peserta Didik (LKPD) dikerjakan di rumah.

BAB V

KESIMPULAN DAN SARAN

A. Kesimpulan

Berdasarkan hasil penelitian, kesimpulan yang dapat ditasrik adalah sebagai berikut:

1. Penelitian pengembnagan ini menghasilkan Lembar Kerja Peserta Didik (LKPD) berbasis *Reciprocal Teaching* pada materi matriks. Penelitian ini menggunakan model pengmbnagn 4-D akan tetapi karena keterbatasan peneliti, penelitian ini hanya melakukan 3-D dengan tahapan pendefinisian, (*define*), perencanaan (*desain*), dan pengembangan (*develop*). Pada penelitian ini melakukan uji validitas, kepraktisan dan keefektifan pada produk.
2. Kualitas RPP berdasarkan penilaian dari dua validator menunjukkan kategori sangat valid dengan diperoleh indeks Aiken untuk materi LKPD sebesar 0,901 dengan kategori tinggi atau sangat valid. Berdasarkan analisis nilai dari para validator di atas diperoleh indeks sebesar 0,75 untuk ahli materi memiliki kategori sedang atau valid. Nilai indeks dari ahli media sebesar 0,94 dengan kategori tinggi atau sanagat valid. Dan nilai indeks dari teman sejawat sebesar 0,85 dengan kategori tinggi atau sangat valid.
3. Kepraktisan LKPD berbasis *Reciprocal Teaching* terlihat pada angket respon guru dan peserta didik setelah menggunakan LKPD pada proses pembelajaran. Diperoleh dari angket respon guru mengenai kemudahan dan keterbantuan pembelajaran menggunakan LKPD berbasis *Reciprocal Teaching* menunjukkan kategori sangat baik dengan skor rata-rata 4,3 dari skor maksimal 5,00. Dari angket respon peserta didik mengenaik kelayakan isi, penyajian materi, kebahasaan, dan kegrafikan menunjukkan kategori baik dengan skor rata-rata 3,83 dari skor maksimaml 5,00. Kalsifikasi angket guru dan hasil angket peserta didik memenuhi riteria

baik dengan presentase 82,8% yang menunjukkan bahwa LKPD berbasis *Reciprocal Teaching* memiliki kualitas praktis.

4. Diperoleh hasil ketuntasan belajar siswa secara klasikal setelah menggunakan LKPD sangat efektif sebesar 80% (siswa yang mendapatkan skor ≥ 75) dimana hasil belajar siswa mengalami peningkatan 44%, sehingga penggunaan LKPD berbasis *Reciprocal Teaching* sangat efektif digunakan dalam pembelajaran. Kemudian dilakukan uji t didapat nilai t-hitung = 7,57 dan nilai t-tabel = 2,045 yang berarti bahwa ada perbedaan signifikan pada data *pretest* dan *posttest*, selanjutnya dari tabel diatas setelah dilakukan perhitungan N-gain diperoleh rata-rata sebesar 0,56 dengan kategori sedang sehingga penggunaan LKPD berbasis *reciprocal teaching* efektif digunakan untuk meningkatkan hasil belajar siswa.

B. Saran

Saran yang dapat diberikan dari hasil penelitian ini ini adalah:

1. Diharapkan Lembar Kerja Peserta Didik (LKPD) berbasis *Reciprocal Teaching* dapat digunakan di sekolah-sekolah yang mempunyai karakteristik yang sama dengan sekolah yang menjadi tempat dilakukannya uji coba lapangan.
2. Penelitian dan pengembangan LKPD berbasis *Reciprocal Teaching* ini merupakan penelitian yang terbatas dan hanya pada pembelajaran matematika dengan materi matriks. Diharapkan untuk peneliti selanjutnya dapat mengembangkan LKPD berbasis *Reciprocal Teaching* dengan materi pembelajaran lainnya.

DAFTAR PUSTAKA

- Abdul Majid. 2012. Perencanaan Pembelajaran Mengembangkan Standar Kompetensi Guru. Bandung: PT Remaja Rosdakarya.
- Agus Dwi Kurniawan. 2013. Pengembangan Buku Peserta didik untuk Meningkatkan Proses dan Hasil Belajar Kompetensi Dasar Cornflake Cookies pada Peserta didik Tunagrahita SMA-LB Negeri Gedangan, Sidoarjo. FT: Universitas Negeri Surabaya. e-journal boga, Vol. 2 No. 1,
- Aizikovits-Udi & Cheng, “Developing Critical Thinking Skills from Disposition to Abilities: Mathematics Education from Early Childhood to High School”. *Creative Education*, 6
- Albert Efendi. 2020. Konsep Pembelajaran Daring Berbasis Pendekatan Ilmiah. Jawa Tengah: CV Sarnu Utama
- Alim Sumarno. 2012. Hakikat pengembangan. Jakarta; PT Raja Grafindo Persada
- Amirono dan Daryanto, (2016), *Evaluasi dan Penilaian Pembelajaran Kurikulum 2013*, Yogyakarta: Gava Media.
- Andi Prastowo. 2011. *Panduan Kreatif Membuat Bahan Ajar Inovatif* . Yogyakarta: Diva Press.
- Andi Prastowo. 2017. Pengembangan Sumber Belajar, Cet 1, Yogyakarta: PEDAGOGIA, h. 77
- Anita Lie. 2010. Cooperative Learning Mempraktikkan Cooperative Learning di Ruang-Ruang Kelas. Jakarta: Grasindo
- Arifin, Zainal (ED). 2013. *Evaluasi Pembelajaran*. Bandung. PT Remaja Rosdakarya.
- Arikunto, S. 2013. Prosedur Penelitian Suatu Pendekatan Praktik. Edisi Revisi. Jakarta: PT. Rineka Cipta
- Aris Shoimin. 2016. *68 Model Pembelajaran Innovative dalam Kurikulum 2013*. Yogyakarta: Ar-Ruzz Media
- Astuti dan Nurhidayah. 2017. *Pengembangan Lembar Kerja Peserta Didik (LKPD) Pada Mata Pelajaran Matematika Siswa Kelas X SMA. Pendidikan Matematika. E-ISSN 2579-9258. Vol 1, No 2, pp. 13-24.*
- Azwar, S. *Tes Fungsi dan Pengembangan Pengukuran Prestasi Belajar*, (Yogyakarta: Pustaka Belajar, 2010)

- Cut Morina dan Bambang. 2017. *Perencanaan Pembelajaran Matematika*. Aceh: Syah Kuala Universitas Press.
- Emzir. (2017). *Metodologi Penelitian Kuantitatif dan Kualitatif*. cet X Depok ;rajawali pers
- Fany Khairu Putri Apertha, dkk. 2018. *Pengembangan LKPD Berbasis Open Ended Problem Pada Materi Segiempat kelas VII*. Jurnal Pendidikan Matematika. Vol 12. No 2.
- Hamdani. 2011. *Strategi belajar mengajar*. Bandung; CV Pustaka Setia
- Henra. *Pengembangan Perangkat Pembelajaran Matematika Berorientasi Model Pembelajaran Berbasis Masalah (PBM) Untuk Meningkatkan Kemampuan Berpikir Kritis Siswa SMA Se-Kuala Nagan Raya Aceh*. Vol IX No. 2, Tahun 2018
- Ira, Satrio. 2015. *Penerapan Pembelajaran Berbalik (Reciprocal Teaching) ditinjau dari Aktivitas dan Hasil Belajar Siswa*. Pendidikan Matematika FKIP Univ. Muhammadiyah Metro. ISSN 2442-5419 Vol. 4, No. 1, PP 59-66.
- Ishaq Madeamin, *Kelebihan dan Kekurangan Model Pengembangan*, Diakses pada tanggal 28 Februari 2017 dari situs <http://www.ishaqmadeamin.com/2012/12/kelebihan-dan-kekurangan-model.html>
- Istarani dan Muhammad Ridwan. 2014. *50 Tipe Pembelajaran Kooperatif*, Medan: media persada.
- Jumarniati, dkk. *Pengembangan perangkat pembelajaran matematika model kooperatif tipe jigsaw untuk melatih kemampuan berpikir kritis siswa*. Vol 2 no. 2
- Karunia dan M Ridwan. 2015. *Penelitian Pendidikan Matematika*. Bandung:PT Refika.
- Lefudin. 2017. *Belajar dan Pembelajaran*. Yogyakarta: DEEPUBLISH
- M. Maulana. *Konsep Dasar Matematika dan Pengembangan Kemampuan Berpikir Kritis*. Cet I. Sumedang:UPI Sumedang Press 2017
- Maulana Arafat. 2020. *Pembelajaran Tematik SD/MI*, cet 1, Jakarta: KENCANA,
- Muh. Nasir, dkk. 2015. *Pengembangan perangkat pembelajaran model 5E untuk meningkatkan kemampuan berpikir kritis siswa*”, Journal penelitian pendidikan IPA Vol 1, No. 2
- Muhammad Arif Hidayat, (2017), *The Evaluation Of Learning (Evaluasi Pembelajaran)*, Medan: Perdana Publishing.

- Munirah. Petunjuk Al-Qur'an Tentang Belajar dan Pembelajaran. Jurnal Lentera Pendidikan., vol 19, No 1 2016
- Nismalasari, (2016), *Penerapan Model Pembelajaran Learning Cycle Terhadap Keterampilan Proses Sains dan Hasil Belajar Siswa Pada Pokok Bahasan Getaran Harmonis*, Jurnal Edusains, Vol4 No.2.
- Normaya Karim, Kemampuan Berpikir Kritis siswa dalam pembelajaran matematika dengan Menggunakan Model Jucama di Sekolah Menengah Pertama, Jurnal Pendidikan Matematika, Vol.4, No.1, April 2015
- Rachmayani, Dwi. 2014. *Penerapan Pembelajaran Reciprocal Teaching Untuk Meningkatkan Kemampuan Komunikasi Matematis dan Kemandirian Belajar Matematika Siswa*. Unsika. ISSN: 2338-2996. Vol. 2, No1, PP13-23.
- Retnawati, H. *analisis kuantitatif instrumen penelitian (panduan penelitian, mahasiswa, dan psikometrian)*. yogyakarta: parama publishing, 2016.
- Ria. 2010. Penerapan Model Pembelajaran Terbalik (Reciprocal Teaching) Untuk meningkatkan aktivitas belajar matematika siswa, Skripsi. Jakarta: UIN Syarif Hidayatullah Jakarta
- rihantini. 2020. *Strategi Pembelajaran SD*. Jakarta: Bumi Aksara.
- Rito Arie Pratama, Antoni Saregar. 2019. *Pengembangan Lembar Kerja Peserta Didik (LKPD) Berbasis Scaffolding Untuk Melatih Pemahaman Konsep*. Jurnal Pendidikan Sains Dan Matematika. Vol 2. No 1.
- Sudjana, Nana. 2016. Penilaian Hasil Proses Belajar Mengajar. Bandung: PT REMAJA ROSDAKARYA,
- Sugiyono, *metode penelitian kualitatif, kuantitatif, dan R&D* , cet 27, bandung:Alfabeta, 2018.
- Suparni. 2016. Model Pembelajaran Reciprocal Teaching dengan Kemampuan Komunikasi Matematika Siswa. Jurnal, vol. 4, No. 1. Januari 2016
- Trianto. 2011. Model Pembelajaran Terpadu Konsep Strategi Dan Implementasinya Dalam Kurikulum Tingkat Satuan Pendidikan. Jakarta: Bumi Aksara
- Trianto. 2014. Mendesain Model Pembelajaran Inovatif, Progresif, Dan Kontekstual. Jakarta: Prenadamedia
- Wulandari. 2013. *Pengembangan Lembar Kerja Peserta Didik berbasis cerita bergambar pada materi sistem pencernaan di SMP*. Jurnal Biologi

LAMPIRAN

Lampiran 1

LEMBAR VALIDASI HASIL BELAJAR SISWA

Satuan Pendidikan : SMA/MA
 Kelas/ Semester : XI/I
 Mata Pelajaran : Matematika
 Materi Pokok : Matriks

Diharapkan kepada bapak/ibu untuk melingkari jawaban yang sesuai dengan pendapat bapak/ibu

7. Sebagai pedoman bapak/ibu untuk mengisi kolom-kolom validasi isi, bahasa soal, dan kesimpulan, perlu di pertimbangkan hal-hal berikut:

e. Validasi Isi

5) Apakah soal sudah sesuai dengan indicator pembelajaran ?

Jawab: a. ya b. tidak

6) Apakah maksud soal dirumuskan dengan singkat dan jelas ?

Jawab: a. ya b. tidak

f. Bahasa Soal

7) Apakah soal menggunakan bahasa yang sesuai dengan kaidah bahasa Indonesia ?

Jawab: a. ya b. tidak

8) Apakah kalimat soal tidak mengandung arti ganda ?

Jawab: a. ya b. tidak

9) Rumusan kalimat soal komunikatif, menggunakan bahasa yang sederhana bagi siswa, dan mudah di pahami

Jawab: a. ya b. tidak

8. Berilah tanda checklist dalam kolom penilaian menurut pendapat bapak/ibu

No Soal	Validasi Isi				Bahasa Soal				Kesimpulan			
	V	CV	KV	TV	SDP	DP	KDP	TDP	TR	RK	RB	PK
1	✓				✓				✓			
2	✓				✓				✓			
3	✓				✓				✓			
4	✓				✓				✓			
5	✓				✓				✓			
6	✓				✓				✓			
7	✓				✓				✓			
8	✓				✓				✓			
9	✓				✓				✓			
10	✓				✓				✓			
11	✓				✓				✓			
12	✓				✓				✓			
13	✓				✓				✓			
14	✓				✓				✓			
15	✓				✓				✓			

Keterangan:

V : Valid

CV : Cukup Valid

KV : Kurang Valid

TV : Tidak Valid

SDP : Sangat Dapat Dipahami

DP : Dapat Dipahami

KDP : Kurang Dapat Dipahami

TDP : Tidak Dapat Dipahami

TR : Dapat Digunakan Tanpa Revisi

RK : Dapat Digunakan Dengan Revisi Kecil

RB : Dapat Digunakan Dengan Tanpa Besar

PK : Belum Dapat Digunakan, Masih Perlu Konsultasi

Lampiran 2

LEMBAR VALIDASI HASIL BELAJAR SISWA

Satuan Pendidikan : SMA/MA
 Kelas/ Semester : XI/I
 Mata Pelajaran : Matematika
 Materi Pokok : Matriks

Diharapkan kepada bapak/ibu untuk melingkari jawaban yang sesuai dengan pendapat bapak/ibu

1. Sebagai pedoman bapak/ibu untuk mengisi kolom-kolom validasi isi, bahasa soal, dan kesimpulan, perlu di pertimbangkan hal-hal berikut:

a. Validasi Isi

1) Apakah soal sudah sesuai dengan indicator pembelajaran ?

Jawab (a.) ya b. tidak

2) Apakah maksud soal dirumuskan dengan singkat dan jelas ?

Jawab (a.) ya b. tidak

b. Bahasa Soal

1) Apakah soal menggunakan bahasa yang sesuai dengan kaidah bahasa Indonesia ?

Jawab (a.) ya b. tidak

2) Apakah kalimat soal tidak mengandung arti ganda ?

Jawab (a.) ya b. tidak

3) Rumusan kalimat soal komunikatif, menggunakan bahasa yang sederhana bagi siswa, dan mudah di pahami

Jawab (a.) ya b. tidak

2. Berilah tanda checklist dalam kolom penilaian menurut pendapat bapak/ibu

No Soal	Validasi Isi				Bahasa Soal				Kesimpulan			
	V	CV	KV	TV	SDP	DP	KDP	TDP	TR	RK	RB	PK
1	✓					✓			✓			
2	✓					✓			✓			
3	✓					✓			✓			
4	✓					✓			✓			
5	✓					✓			✓			
6	✓					✓			✓			
7	✓					✓			✓			
8	✓					✓			✓			
9	✓					✓			✓			
10	✓					✓			✓			
11	✓					✓			✓			
12	✓					✓			✓			
13	✓					✓			✓			
14	✓					✓			✓			
15	✓					✓			✓			

Keterangan:

V : Valid

CV : Cukup Valid

KV : Kurang Valid

TV : Tidak Valid

SDP : Sangat Dapat Dipahami

DP : Dapat Dipahami

KDP : Kurang Dapat Dipahami

TDP : Tidak Dapat Dipahami

TR : Dapat Digunakan Tanpa Revisi

RK : Dapat Digunakan Dengan Revisi Kecil

RB : Dapat Digunakan Dengan Tanpa Besar

3. Jika ada yang perlu dikomentari, mohon bapak/ibu untuk menuliskan pada kolom saran dibawah ini:

Medan, 5 Agustus 2021

Validator



(Irfan Harahap, M.Pd)

Lampiran 3

**INSTRUMEN PENILAIAN RENCANA PELAKSANAAN PEMBELAJARAN
(RPP) BERBASIS RECIPROCAL TEACHING PADA MATERI Matriks**

Mata Pelajaran/Materi : Matematika/Matriks
 Judul : PENGEMBANGAN LEMBAR KERJA PESERTA DIDIK
 (LKPD) BERBASIS RECIPROCAL TEACHING PADA MATERI Matriks KELAS
 XI
 Hal yang dinilai : RPP
 Sasaran : SMA/MA
 Nama validator : IRFAN HARAHAHAP S.Ag M.Pd
 Hari, Tanggal : 2 September 2021

A. Petunjuk Pengisian Angket

- Mohon kesediaan Bapak/Ibuk untuk memberi penilaian terhadap RPP dengan meliputi aspek-aspek yang diberikan.
- Mohon Bapak/Ibu memberi skor nilai dengan cara mengisi tanda ceklis (✓) pada kolom yang tersedia sesuai dengan pendapat Bapak/Ibu.
- Penilaian didasarkan pada skala penilaian sebagai berikut:
 5 = sangat Baik
 4 = Baik
 3 = Cukup Baik
 2 = Kurang Baik
 1 = Sangat Kurang Baik
- Komentar dan saran mohon diberikan pada kolom yang telah disediakan
- Bapak/Ibu dimohon untuk melingkari pin yang dianggap sesuai LKPD yang dinilai pada bagian kesimpulan

Saya ucapkan terima kasih atas kesediaan Bapak/Ibu mengisi lembar penilaian ini.

B. Komponen Penilaian

No	Kriteria	5	4	3	2	1	Komentar
Kejelasan identitas RPP							
1	Mencantumkan satuan pendidikan	✓					
2	Mencantumkan kelas	✓					

3	Mencantumkan semester	✓					
4	Mencantumkan nama mata pelajaran	✓					
5	Mencantumkan pokok bahasan	✓					
7	Mencantumkan alokasi waktu	✓					
Kelengkapan identitas							
8	Mencantumkan kompetensi inti (KI)	✓					
9	Mencantumkan kompetensi dasar (KD)	✓					
10	Mencantumkan indikator pencapaian kompetensi	✓					
Isi							
11	Kesesuaian indikator pembelajaran dengan komponen dasar	✓					
12	Kesesuaian materi prasyarat dengan materi yang diajarkan	✓					
13	Kesesuaian kegiatan pembelajaran dengan tahapan Model Reciprocal Teaching	✓					
14	Langkah-langkah pembelajaran dijabarkan dengan jelas	✓					
15	Kesesuaian alokasi waktu dengan kegiatan pembelajaran	✓					
16	Ketepatan kegiatan penutup dalam pembelajaran	✓					
Bahasa							
17	Penggunaan bahasa sesuai dengan kaidah bahasa yang baik dan benar	✓					
18	Bahasa yang digunakan singkat, jelas, dan tidak menimbulkan pengertian ganda	✓					

Standar penulisan untuk RPP sudah terpenuhi, sehingga RPP sudah bisa dipergunakan

D. Kesimpulan Kelayakan :

- Layak digunakan
2. Layak digunakan dengan revisi
3. Tidak layak digunakan

Medan,

Validator



IRFAN HARAHAHAP S.Ag M.Pd

Aspek Kelayakan Isi						
1	Kesesuaian Indikator dengan Kompetensi Inti (KI) dan Kompetensi Dasar (KD)	✓	✓			
2	Kesesuaian materi dengan tujuan pembelajaran	✓	✓			
3	Keakuratan materi	✓	✓			
4	Keakuratan fakta		✓			
5	Keakuratan penggunaan simbol dan notasi matematika	✓				
6	Keakuratan gambar dan grafik		✓			
7	Keakuratan istilah		✓			
8	Kegiatan yang disajikan dalam LKPD mengorientasikan siswa pada masalah		✓			
9	Kegiatan yang disajikan dalam LKPD dapat mengorganisasi siswa		✓			
10	Kegiatan yang disajikan dalam LKPD dapat memfasilitasi penyelidikan individu maupun kelompok		✓			
11	Kegiatan yang disajikan dalam LKPD dapat memfasilitasi siswa untuk menyajikan hasil karya		✓			
12	Kegiatan yang disajikan dalam LKPD dapat digunakan untuk mengevaluasi hasil belajar		✓			
13	Kesesuaian pendekatan yang digunakan dengan karakteristik materi		✓			
Aspek Kelayakan Isi						
14	Keruntutan isi LKPD	✓				

15	Konsistensi penyajian LKPD	✓					
16	Kegunaan LKPD dalam mendorong siswa untuk memahami masalah	✓					
17	Kegunaan LKPD dalam mendorong siswa untuk merencanakan mengevaluasi dan mengaplikasikan keputusan	✓					
18	Kegunaan LKPD dalam mendorong siswa untuk melaksanakan rencana	✓					
19	Kegunaan LKPD dalam mendorong siswa melakukan analisis terhadap cara dan memunculkan suatu ide baru	✓					

C. Catatan/Saran

Perbaiki sesuai saran.

D. Kesimpulan Kelayakan :

1. Layak digunakan
2. Layak digunakan dengan revisi
3. Tidak layak digunakan

Medan,

Validator



Ade Rahiman Martandaz, M. Pd.

**INSTRUMEN PENILAIAN LEMBAR KERJA PESERTA DIDIK (LKPD)
BERBASIS RECIPROCAL TEACHING PADA MATERI MATRIKS
OLEH AHLI MEDIA**

Mata Pelajaran/Materi: Matematika/Matriks

Judul : PENGEMBANGAN LEMBAR KERJA PESERTA DIDIK (LKPD) BERBASIS RECIPROCAL TEACHING PADA MATERI MATRIKS KELAS XI

Hal yang dinilai : LKPD

Sasaran : SMA/MA

Nama validator : IRFAN HARAHAHAP S.Ag M.Pd

Hari, Tanggal :

A. Petunjuk Pengisian Angket

1. Mohon kesediaan Bapak/Ibuk untuk memberi penilaian terhadap LKPD dengan meliputi aspek-aspek yang diberikan.
2. Mohon Bapak/Ibu memberi skor nilai dengan cara mengisi tanda ceklis (✓) pada kolom yang tersedia sesuai dengan pendapat Bapak/Ibu.
3. Penilaian didasarkan pada skala penilaian sebagai berikut:
 - 5 = sangat Baik
 - 4 = Baik
 - 3 = Cukup Baik
 - 2 = Kurang Baik
 - 1 = Sangat Kurang Baik
4. Komentar dan saran mohon diberikan pada kolom yang telah disediakan
5. Bapak/Ibu dimohon untuk melingkari pin yang dianggap sesuai LKPD yang dinilai pada bagian kesimpulan

Saya ucapkan terima kasih atas kesediaan Bapak/Ibu mengisi lembar penilaian ini.

A. Komponen Penilaian

No	Kriteria	5	4	3	2	1	Komentar
Aspek Kebahasaan							
1	Kesesuaian bahasa dengan tingkat perkembangan kognitif siswa	✓					
2	Kalimat yang digunakan jelas dan tidak menimbulkan multitafsir	✓					
3	Penggunaan ejaan sesuai dengan EYD	✓					
4	Konsistensi penggunaan istilah dalam LKPD	✓					
Aspek Kegrafikaan							
5	Kesesuaian ukuran kertas yang digunakan	✓					
6	Desain cover LKPD menunjukkan isi LKPD		✓				
7	Kemenarikan desain setiap halaman		✓				
8	Warna latar belakang serasi dan menarik		✓				
9	Keterbacaan huruf yang digunakan	✓					
10	Kerapian tata letak tulisan yang digunakan	✓					
11	Kesesuaian perbandingan antara huruf dan gambar	✓					
12	Kesesuaian pemberian gambar dan ilustrasi pada LKPD dengan materi	✓					
13	Spasi yang digunakan normal	✓					

B. Catatan/Saran

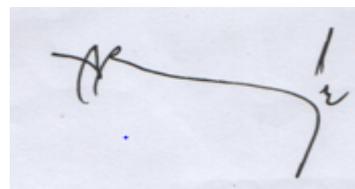
LKPD nya sudah bagus dan sangat menarik, mudah untuk dibaca dan rapi

C. Kesimpulan Kelayakan :

1. Layak digunakan
2. Layak digunakan dengan revisi
3. Tidak layak digunakan

Medan, 2021

Validator



IRFAN HARAHAHAP S.Ag M.Pd

Lampiran 6

**ANGKET TEMAN SEJAWAT “Lembar Kerja Peserta Didik (LPD) Berbasis
Reciprocal Teaching Pada Materi Matriks Kelas XI”**

Mata Pelajaran/Materi : Matematika/Matriks
Hal yang dinilai : LKS
Sasaran : SMA/MA
Oleh : Mayang Vita Sara
Nama Mahasiswa : Alfauzan Ramadhanny Simangunsong
Hari, Tanggal :

PETUNJUK

1. Angket respon ini diisi oleh Mahasiswa
 2. Pada angket ini terdapat 27 pernyataan. Berikanlah jawaban yang cocok dengan pilihan Bapak/Ibu!
 3. Mohon Bapak/Ibu memberi skor nilai dengan cara mengisi tanda ceklis (✓) pada kolom yang tersedia sesuai dengan pendapat Bapak/Ibu.
 4. Penilaian didasarkan pada skala penilaian sebagai berikut:
5 = sangat Baik
4 = Baik
3 = Cukup Baik
2 = Kurang Baik
1 = Sangat Kurang Baik
 5. Komentar dan saran mohon diberikan secara singkat dan jelas pada halaman terakhir.
-

ASPEK PENILAIAN

No	Pernyataan	Pilihan Jawaban				
		1	2	3	4	5
1	Tampilan halaman cover LKPD menarik				✓	
2	Setiap judul LKPD ditampilkan dengan jelas sehingga dapat menggambarkan isi LKPD				✓	
3	Penempatan tata letak (Judul, subjudul, teks, gambar, nomor halaman) LKPD konsisten sesuai dengan pola tertentu					✓
4	Pemilihan jenis huruf, ukuran serta spasi yang digunakan sesuai sehingga mempermudah siswa dalam membaca LKPD				✓	
5	Keberadaan gambar dalam LKPD dapat menyampaikan isi materi				✓	
6	Perpaduan antara gambar dan tulisan dalam LKPD menarik perhatian					✓
7	LKPD menggunakan bahasa sesuai dengan tingkat kedewasaan siswa				✓	
8	LKPD menggunakan bahasa komunikatif					✓
9	LKPD menggunakan struktur kalimat yang jelas				✓	
10	LKPD menggunakan kalimat yang tidak menimbulkan makna ganda				✓	
11	LKPD menggunakan kalimat yang sederhana dan mudah dipahami siswa				✓	
12	Petunjuk kegiatan-kegiatan dalam LKPD jelas sehingga mempermudah siswa melakukan semua kegiatan yang ada dalam LKPD					✓
13	Materi yang disajikan dalam LKPD mencakup semua materi yang terkandung dalam standar Kompetensi, Kompetensi Dasar, indikator pembelajaran pada LKPD sesuai SK dan KD				✓	
14	Materi yang disajikan dalam LKPD membantu siswa untuk mencapai tujuan pembelajaran yang				✓	

	telas diisyaratkan dalam indikator pencapaian kompetensi dasar					
15	Materi yang disajikan dalam LKPD sesuai dengan tingkatan kemampuan siswa LKPD memfasilitasi siswa untuk membangun pemahaman berdasarkan pengetahuan yang telah dimiliki sebelumnya				✓	
16	LKPD memfasilitasi siswa untuk menggali informasi yang dibutuhkan untuk menyelesaikan masalah				✓	
17	Keberadaan gambar dalam LKPD dapat menyampaikan ini materi					✓
18	Perpaduan antara gambar dan tulisan dalam LKPD menarik perhatian					✓
19	LKPD memfasilitasi siswa untuk menyelesaikan permasalahan matematika dengan cara sendiri					✓
20	LKPD mendorong siswa untuk berdiskusi atau bekerja saman dengan orang laian dalam satu kelompok				✓	
21	Konsep yang disajikan dalam LKPD tidak menimbulkan banyak tafsir dan sesuai dengan konsep yang berlaku dalam bidang geometri				✓	
22	Gambar dan ilustrasi dalam LKPD yang disajikan berdasarkan masalah sehari-hari dan efisien bagi siswa untuk memahami				✓	
23	Notasi, simbol, dan ikon dalam LKPD disajikan secara benar menurut kelaziman yang berlaku di bidang geometri				✓	
24	LKPD membantu siswa untuk menemukan konsep materi					✓
25	LKPD mudah dipahami siswa					✓
26	LKPD mudah diimplementasikan pada pembelajaran					✓

**ANGKET RESPON GURU "Lembar Kerja Peserta Didik (LKPD) Berbasis Reciprocal
Teaching Pada Materi Matriks Kelas XI"**

Mata Pelajaran/Materi: Matematika/Matriks

Hal yang dinilai : LKPD

Sasaran : SMA/MA

Oleh : Mayang Vita Sara

Nama Guru : SRI WIDYAWATI, S.Pd

Hari, Tanggal : 27 September 2021

PETUNJUK

1. Angket respon ini diisi oleh Guru
2. Pada angket ini terdapat 10 pernyataan. Berikanlah jawaban yang cocok dengan pilihan Bapak/Ibu!
3. Mohon Bapak/Ibu memberi skor nilai dengan cara mengisi tanda cekdis (✓) pada kolom yang tersedia sesuai dengan pendapat Bapak/Ibu.
4. Penilaian didasarkan pada skala penilaian sebagai berikut:
 - 5 = sangat Baik
 - 4 = Baik
 - 3 = Cukup Baik
 - 2 = Kurang Baik
 - 1 = Sangat Kurang Baik
5. Komentar dan saran mohon diberikan secara singkat dan jelas pada halaman terakhir.

ASPEK PENILAIAN

NO	ASPEK	INDIKATOR	PENILAIAN				
			1	2	3	4	5
1	Kemudahan	LKPD ini membantu Bapak/Ibu dalam menyampaikan materi pelajaran selain memakai buku lainnya		✓			
		LKPD ini menurut Bapak/Ibu dapat membantu siswa dalam belajar secara mandiri	✓				

		LKPD ini dapat mempermudah Bapak/Ibu untuk mengontrol perkembangan belajar siswa dalam kelas	✓				
		LKPD ini dapat mempermudah Bapak/Ibu dalam menyampaikan materi pelajaran	✓				
		LKPD ini membantu Bapak/Ibu mencapai tujuan pembelajaran	✓				
2	Keterbantuan	Menggunakan LKPD ini waktu yang dibutuhkan dalam mengajar lebih efektif dan efisien	✓				
		Menggunakan LKPD ini interaksi siswa/i dalam belajar matematika meningkat	✓				
		Menggunakan LKPD ini siswa/i lebih semangat dalam belajar matematika	✓				
		Menggunakan LKPD ini membuat siswa/i lebih tertarik dalam mengikuti pembelajaran	✓				
		Menggunakan LKPD ini siswa/i lebih antusias dalam belajar matematika	✓				

Pkl.Brandan, September 2021

Guru Mata Pelajaran


SRI WIDYANINGRUM S.Pd

Lampiran 8

Tabulasi Kualitas LKPD oleh Guru Matematika

Kriteria Penilaian	No.Butir	Penilaian	Skor tiap aspek	Rata-rata tiap aspek	Klasifikasi
Kemudahan	1	4	22	4,4	Sangat baik
	2	5			
	3	4			
	4	5			
	5	4			
Keterbantuan	6	4	21	4,2	Sangat baik
	7	4			
	8	4			
	9	5			
	10	4			
Jumlah				8,6	
Rata-rata				4,3	Sangat baik

Lampiran 9

Tabulasi Kualitas LKPD oleh Siswa

no	nama siswa	Kelayakan isi					Penyajian Materi							Kebahasaan			Kegrafikan				
		No.Butir																			
		1	2	3	4	5	6	7	8	9	10	11	12	13	14	15	16	17	18	19	20
1	R1	4	4	3	4	4	3	3	4	3	4	3	3	3	4	3	4	3	4	3	3
2	R2	3	4	1	4	5	3	5	4	5	3	1	2	5	4	2	2	5	4	4	5
3	R3	4	4	4	4	5	4	4	5	5	4	4	5	5	4	4	4	5	4	4	5
4	R4	3	4	4	4	4	4	2	5	4	4	4	4	4	5	4	3	5	3	3	4
5	R5	5	5	4	5	5	2	5	5	5	5	4	4	5	2	4	5	5	5	5	1
6	R6	3	4	4	4	2	3	4	4	5	5	5	3	4	5	5	4	4	4	5	4
7	R7	5	5	1	5	5	5	5	5	5	5	1	1	5	5	1	5	5	5	5	1
8	R8	5	5	3	3	4	3	5	3	3	5	3	3	3	5	1	5	5	5	5	3
9	R9	4	4	2	4	4	4	4	4	4	4	2	2	4	4	2	4	4	4	4	4

10	R10	4	4	3	3	3	4	2	4	4	3	3	3	4	4	3	3	4	4	3	2
11	R11	3	4	4	4	3	4	2	4	3	3	4	4	4	4	3	2	1	3	4	4
12	R12	4	5	3	3	2	3	3	5	5	5	5	5	4	4	5	5	5	3	3	5
13	R13	5	5	3	4	4	3	4	5	5	4	4	4	3	5	3	3	5	5	3	4

14	R14	4	4	5	5	5	4	5	5	4	5	4	4	4	5	5	5	4	4	4	5
15	R15	4	5	1	5	3	4	5	3	5	3	3	3	3	3	4	5	3	3	3	4
16	R16	5	4	3	4	4	3	3	4	3	4	3	3	3	2	3	3	2	2	3	3
17	R17	4	4	4	5	5	4	4	4	4	5	4	4	4	4	4	3	3	3	3	3
18	R18	5	4	2	4	3	3	4	5	5	4	1	1	4	3	1	5	5	4	5	2
19	R19	5	4	2	4	4	2	4	5	4	5	5	1	5	5	2	4	4	4	4	2
20	R20	4	5	5	5	4	5	4	5	4	5	5	5	5	5	5	4	4	4	4	5
21	R21	5	4	4	4	4	4	4	4	4	3	4	4	4	4	2	3	5	4	4	2
22	R22	5	4	4	1	4	1	4	4	4	5	5	2	4	5	4	2	4	4	5	4

23	R23	4	5	5	4	5	4	5	4	5	5	4	5	4	5	5	5	4	5	4	5	
24	R24	4	4	4	4	4	4	4	5	4	4	4	4	4	4	4	4	3	3	3	4	
25	R25	3	4	3	4	4	3	4	4	3	3	4	4	4	4	4	4	4	4	4	4	
26	R26	5	4	4	4	4	5	5	4	5	5	5	4	5	4	5	5	4	4	4	5	
27	R27	4	5	4	1	5	5	5	5	5	4	1	2	5	4	1	5	5	5	4	2	
28	R28	5	4	3	2	1	1	5	4	2	5	1	2	4	5	1	4	5	5	3	2	
29	R29	4	4	1	4	3	3	3	4	5	3	4	3	4	3	4	3	4	4	5	3	
30	R30	3	4	2	4	4	3	4	2	4	4	4	4	4	4	4	3	5	3	3	1	
	Rata-rata tiap butir	4,2	4,3	3,2	3,8	3,9	3,4	4	4,3	4,2	4,2	3,4	3,3	4,1	4,1	3	3,9	4,1	4	3,9	3,4	
	Rata-rata tiap aspek	3,79						3,93						3,74			3,83					
	Kualifikasi tiap aspek	Baik						Baik						Baik			Baik					
	Rata-rata keseluruhan	3,83																				
	Kualifikasi keseluruhan	Baik																				

Lampiran 10

Tabulasi Hasil Belajar Siswa Pretest

No	Respon den	Butir Pertanyaan															Jumlah	Skor
		1	2	3	4	5	6	7	8	9	10	11	12	13	14	15		
		D	E	C	D	A	E	D	B	A	C	A	C	C	B	D		
1	R1	1	1	1	1	0	0	1	1	1	0	1	1	1	1	1	12	80
2	R2	0	1	0	0	0	1	0	1	0	0	0	1	0	0	0	4	26
3	R3	0	0	0	1	1	1	1	1	1	1	1	1	1	1	1	12	80
4	R4	0	1	1	0	0	1	0	0	1	1	0	0	0	1	0	6	40
5	R5	1	1	1	1	1	1	1	1	0	1	1	0	1	1	1	13	86
6	R6	0	0	1	1	0	1	1	0	1	0	0	1	1	1	1	9	60
7	R7	1	1	1	0	1	1	1	1	1	1	1	1	1	0	0	12	80
8	R8	1	1	1	1	1	1	0	1	1	0	0	0	0	0	0	8	53
9	R9	0	0	0	0	0	0	0	1	1	1	0	1	0	1	1	6	40
10	R10	0	1	1	1	0	1	1	1	1	1	1	0	1	1	1	12	80

11	R11	0	0	0	0	1	1	1	1	0	1	0	0	0	0	0	5	66
12	R12	1	1	1	1	1	1	0	1	1	0	1	0	1	1	0	11	40
13	R13	1	1	1	0	0	0	0	0	1	1	0	0	0	0	1	6	33
14	R14	1	1	1	1	0	1	1	1	1	1	0	1	0	0	0	10	80
15	R15	0	1	1	0	1	1	1	1	0	1	1	0	1	1	1	11	66
16	R16	1	0	1	1	1	1	1	1	1	1	1	1	0	0	1	12	80
17	R17	1	0	0	1	0	0	0	0	1	1	1	1	0	0	1	7	46
18	R18	0	1	0	1	0	1	1	0	0	1	0	1	0	0	0	6	40
19	R19	1	1	1	0	1	1	0	1	1	1	1	1	1	1	0	12	80
20	R20	0	1	0	1	0	1	0	0	0	0	1	0	0	0	0	4	26
21	R21	1	0	1	1	0	0	1	0	1	0	0	1	0	0	1	7	46
22	R22	0	1	0	0	0	0	0	1	0	1	0	0	1	0	0	4	26
23	R23	1	0	1	1	1	0	1	1	1	1	0	1	0	0	0	9	60

24	R24	1	1	0	1	1	1	1	1	1	1	1	1	1	1	1	1	14	80
25	R25	1	0	1	0	0	1	1	1	1	1	1	1	1	1	1	1	12	80
26	R26	0	1	1	1	0	1	0	1	0	1	1	1	0	0	0	0	8	53
27	R27	0	0	0	0	0	1	1	0	0	1	0	0	1	0	0	0	4	26
28	R28	1	1	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	2	13
29	R29	1	1	1	0	1	1	1	1	1	1	1	1	0	1	1	0	13	86
30	R30	1	0	1	0	0	1	0	0	0	0	0	0	1	0	0	0	4	26

Lampiran 11

Tabulasi Hasil Belajar Siswa Post-Test

No	Respon den	Butir Pertanyaan															Jumlah	Skor
		1	2	3	4	5	6	7	8	9	10	11	12	13	14	15		
		D	E	C	D	A	E	D	B	A	C	A	C	C	B	D		
1	R1	1	1	1	1	1	1	1	1	1	1	1	1	1	0	1	14	93
2	R2	1	1	1	1	0	1	1	0	1	1	1	1	0	1	1	12	80
3	R3	1	1	1	1	1	1	1	1	1	1	1	1	1	0	1	14	93
4	R4	1	1	0	1	1	1	1	1	1	1	1	1	1	0	1	13	86
5	R5	1	1	1	1	1	1	1	1	1	1	1	1	0	1	1	14	93
6	R6	1	1	0	1	0	1	1	1	0	1	1	1	1	1	1	12	80
7	R7	1	1	1	1	1	1	1	1	1	0	1	1	0	1	1	13	86
8	R8	1	1	1	0	1	1	1	1	1	1	1	1	1	0	1	13	86
9	R9	1	0	1	1	1	1	1	1	1	1	0	1	1	1	1	13	86

10	R10	1	1	1	1	1	1	1	1	1	1	1	1	1	0	1	1	14	93
11	R11	1	1	1	1	1	1	1	0	1	1	1	1	1	1	0		13	86
12	R12	0	1	1	1	0	0	0	0	0	1	1	0	1	1	1		8	53
13	R13	1	1	0	1	1	0	1	1	1	1	1	0	1	1	1		12	80
14	R14	1	1	1	1	1	1	1	0	1	1	1	1	1	0	1		13	93
15	R15	1	1	1	1	1	1	1	1	1	1	1	1	0	1	0		13	86
16	R16	0	1	1	1	1	1	1	0	1	1	1	1	1	1	1		13	86
17	R17	0	1	1	0	1	1	0	1	1	1	1	1	0	1	0		10	66
18	R18	1	1	1	1	0	1	1	0	1	0	1	0	0	0	0		8	53
19	R19	1	1	1	1	1	1	1	1	1	1	1	1	0	1	1		14	93
20	R20	1	1	1	1	0	1	0	1	1	0	1	1	0	0	1		10	66
21	R21	1	1	1	1	1	1	1	1	0	1	1	0	0	1	1		12	80
22	R22	1	1	0	0	1	0	1	0	1	0	1	0	0	1	0		7	46

23	R23	1	1	1	1	1	0	1	1	1	1	1	1	0	1	0	12	80
24	R24	1	1	1	1	1	1	1	1	1	1	1	1	0	1	1	14	93
25	R25	1	1	1	1	1	1	1	1	1	1	1	1	1	1	0	14	93
26	R26	1	1	1	1	1	1	1	1	0	1	1	0	1	0	1	12	80
27	R27	1	1	0	0	1	1	1	1	1	1	1	1	0	1	1	12	80
28	R28	0	1	0	0	1	1	0	1	0	0	1	0	0	1	1	7	46
29	R29	1	1	1	0	1	1	1	1	1	1	1	1	1	1	1	14	93
30	R30	1	1	1	0	1	1	1	1	1	1	1	1	0	1	1	13	86

Nama : alwi akbar nasution
Kelas : XI MIPA 1

Soal-soal Pilihan ganda

Berilah tanda silang pada huruf A, B, C, D dan E sesuai dengan pilihan jawaban yang paling tepat!

1. Diketahui matriks $A = \begin{pmatrix} 1 & 5 & 3 \\ 0 & -2 & -4 \\ 0 & 0 & 6 \end{pmatrix}$, $B = \begin{pmatrix} 1 & 0 \\ 0 & 1 \end{pmatrix}$, $C = \begin{pmatrix} 1 & 0 & 0 \\ 0 & 7 & 0 \\ 0 & 0 & 6 \end{pmatrix}$.

Dari ketiga matriks di atas yang merupakan matriks identitas adalah...

- a. A dan B c. A e. C
b. B dan C ~~B~~

2. Diketahui matriks $A = \begin{pmatrix} 1 & 5 & 3 \\ 6 & -2 & -4 \\ 7 & 2 & 6 \end{pmatrix}$. Perhatikan pernyataan-pernyataan berikut!

berikut!

- (i) Elemen baris pertama pada matriks A adalah ~~1, 5, 3~~ 1, 6, 7
(ii) Elemen baris kedua pada matriks A adalah ~~6, -2, -4~~ 5, -2, 2
(iii) Elemen baris ketiga pada matriks A adalah ~~7, 2, 6~~ 7, 2, 6
(iv) Elemen kolom pertama pada matriks A adalah ~~1, 6, 7~~ 1, 6, 7

Pernyataan yang benar adalah...

- a. (i) dan (ii) c. (i) dan (iv) ~~(iii) dan (iv)~~
b. (i) dan (iii) d. (ii) dan (iii)

3. Diketahui $\begin{pmatrix} 4 & 2 \\ 5p+q & 5 \end{pmatrix} = \begin{pmatrix} 4 & 2 \\ 2 & q+3 \end{pmatrix}$ maka...

- a. $p = 1$ dan $q = -2$ d. $p = 1$ dan $q = 8$
b. $p = 1$ dan $q = 2$ e. $p = 5$ dan $q = 2$
~~p = -1 dan q = 2~~

4. Diketahui matriks $A = \begin{pmatrix} a & 4 \\ 2b & 3c \end{pmatrix}$ dan $B = \begin{pmatrix} 2c-3b & 2a+1 \\ a & b+7 \end{pmatrix}$ jika $A = 2B^t$

maka nilai $c = \dots$

- ~~2~~ b. 3 c. 5 d. 8 e. 10

5. Diketahui $A = \begin{pmatrix} 3 & -9 \\ -6 & 3 \end{pmatrix}$ dan $A = 3B$ jika $B = \begin{pmatrix} p & q \\ r & s \end{pmatrix}$, nilai q adalah...

- ~~-3~~ b. -2 c. -1 d. 1 e. 2

6. Jika $P \cdot \begin{bmatrix} 6 & 7 \\ 8 & 9 \end{bmatrix} = \begin{bmatrix} 2 & 3 \\ 4 & 5 \end{bmatrix}$ maka besarnya nilai P adalah...

- a. $\begin{bmatrix} 3 & 2 \\ 2 & 1 \end{bmatrix}$ c. $\begin{bmatrix} 1 & 2 \\ 2 & 3 \end{bmatrix}$ ~~$\begin{bmatrix} 3 & -2 \\ 2 & -1 \end{bmatrix}$~~

b. $\begin{pmatrix} -3 & 2 \\ -2 & 1 \end{pmatrix}$

d. $\begin{pmatrix} 2 & 3 \\ 1 & 2 \end{pmatrix}$

7. Diketahui $A = \begin{pmatrix} 1 & 2 \\ 3 & 4 \end{pmatrix}$, maka nilai dari $A^2 - A$ adalah ...

a. $\begin{pmatrix} 0 & 2 \\ 6 & 12 \end{pmatrix}$

c. $\begin{pmatrix} 6 & 8 \\ 12 & 16 \end{pmatrix}$

e. $\begin{pmatrix} 0 & 8 \\ 16 & 12 \end{pmatrix}$

b. $\begin{pmatrix} 0 & 6 \\ 2 & 12 \end{pmatrix}$

~~d.~~ $\begin{pmatrix} 6 & 8 \\ 12 & 18 \end{pmatrix}$

8. Bu Ami seorang pengusaha makanan kecil yang menyetorkan dagangannya ke tiga kantin sekolah. Tabel banyaknya makan yang disetorkan setiap harinya sebagai berikut:

	Kacang	Keripik	Permen
Kantin A	10	10	5
Kantin B	20	15	8
Kantin C	15	20	10

Harga sebungkus kacang adalah Rp.2.000, keripik adalah Rp.3.000, dan permen adalah Rp. 1.000. pemasukan total harian yang diterima ibu Ani adalah. . .

~~a.~~ Rp.235.000

d. Rp256.000

b. Rp.248.000

e.Rp.325.000

c. Rp.254.000

9. Diketahui matriks $A = \begin{pmatrix} 3 & 2 \\ 4 & 1 \end{pmatrix}$ matriks $B = \begin{pmatrix} 1 & -4 \\ -2 & 3 \end{pmatrix}$ dan matriks $C = \begin{pmatrix} 5 & -3 \\ -3 & 2 \end{pmatrix}$ maka $AB-C$ adalah ...

~~a.~~ $\begin{pmatrix} 12 & 4 \\ 7 & 6 \end{pmatrix}$

d. $\begin{pmatrix} 7 & 0 \\ 0 & 7 \end{pmatrix}$

b. $\begin{pmatrix} 0 & 7 \\ 7 & 0 \end{pmatrix}$

e. $\begin{pmatrix} 7 & 7 \\ 0 & 0 \end{pmatrix}$

c. $\begin{pmatrix} 0 & -7 \\ -7 & 0 \end{pmatrix}$

10. Invers matriks $A = \begin{pmatrix} 4 & -8 \\ 1 & -3 \end{pmatrix}$ adalah A^{-1} yaitu...

a. $\begin{pmatrix} \frac{3}{4} & -2 \\ \frac{1}{4} & -\frac{1}{4} \end{pmatrix}$

~~b.~~ $\begin{pmatrix} \frac{3}{4} & -2 \\ \frac{1}{4} & -1 \end{pmatrix}$

e. $\begin{pmatrix} -1 & 2 \\ \frac{1}{4} & \frac{3}{4} \end{pmatrix}$

b. $\begin{pmatrix} \frac{3}{4} & \frac{1}{4} \\ \frac{1}{4} & -1 \end{pmatrix}$

d. $\begin{pmatrix} 3 & -2 \\ 1 & -1 \end{pmatrix}$

Nama : *Alvi ramadani*
 Kelas : *XI MIPA 1*

Soal-soal Pilihan ganda

Berilah tanda silang pada huruf A, B, C, D dan E sesuai dengan pilihan jawaban yang paling tepat !

1. Diketahui matriks $A = \begin{pmatrix} 1 & 5 & 3 \\ 0 & -2 & -4 \\ 0 & 0 & 6 \end{pmatrix}$, $B = \begin{pmatrix} 1 & 0 \\ 0 & 1 \end{pmatrix}$, $C = \begin{pmatrix} 1 & 0 & 0 \\ 0 & 7 & 0 \\ 0 & 0 & 6 \end{pmatrix}$.

Dari ketiga matriks di atas yang merupakan matriks identitas adalah . . .

- a. A dan B c. A e. C
 b. B dan C d. B

2. Diketahui matriks $A = \begin{pmatrix} 1 & 5 & 3 \\ 6 & -2 & -4 \\ 7 & 2 & 6 \end{pmatrix}$. Perhatikan pernyataan-pernyataan berikut!

berikut!

- (i) Elemen baris pertama pada matriks A adalah ~~1, 5, 3~~ 1, 6, 7
 (ii) Elemen baris kedua pada matriks A adalah ~~6, -2, -4~~ 5, -2, -4
 (iii) Elemen baris ketiga pada matriks A adalah ~~7, 2, 6~~ 7, 2, 6
 (iv) Elemen kolom pertama pada matriks A adalah ~~1, 6, 7~~ 1, 6, 7

Pernyataan yang benar adalah . . .

- a. (i) dan (ii) c. (i) dan (iv) (iii) dan (iv)
 b. (i) dan (iii) d. (ii) dan (iii)

3. Diketahui $\begin{pmatrix} 4 & 2 \\ 5p+q & 5 \end{pmatrix} = \begin{pmatrix} 4 & 2 \\ 2 & q+3 \end{pmatrix}$ maka . . .

- a. $p = 1$ dan $q = -2$ d. $p = 1$ dan $q = 8$
 b. $p = 1$ dan $q = 2$ e. $p = 5$ dan $q = 2$
 $p = -1$ dan $q = 2$

4. Diketahui matriks $A = \begin{pmatrix} a & 4 \\ 2b & 3c \end{pmatrix}$ dan $B = \begin{pmatrix} 2c-3b & 2a+1 \\ a & b+7 \end{pmatrix}$ jika $A = 2B^t$

maka nilai $c = \dots$

- a. 2 b. 3 c. 5 8 e. 10

5. Diketahui $A = \begin{pmatrix} 3 & -9 \\ -6 & 3 \end{pmatrix}$ dan $A = 3B$ jika $B = \begin{pmatrix} p & q \\ r & s \end{pmatrix}$, nilai q adalah . . .

- a. -3 -2 c. -1 d. 1 e. 2

6. Jika $P \cdot \begin{bmatrix} 6 & 7 \\ 8 & 9 \end{bmatrix} = \begin{bmatrix} 2 & 3 \\ 4 & 5 \end{bmatrix}$ maka besarnya nilai P adalah

- a. $\begin{bmatrix} 3 & 2 \\ 2 & 1 \end{bmatrix}$ c. $\begin{bmatrix} 1 & 2 \\ 2 & 3 \end{bmatrix}$ $\begin{bmatrix} 3 & -2 \\ 2 & -1 \end{bmatrix}$

66

11. Diketahui matriks $P = \begin{pmatrix} 2 & 5 \\ 1 & 10 \end{pmatrix}$ dan $Q = \begin{pmatrix} 5 & 4 \\ 1 & 1 \end{pmatrix}$, maka determinan dari matriks QP adalah ...
~~a. 15~~ b. 10 c. 1 d. -1 e. -15
12. Diketahui $A = \begin{pmatrix} 2x & 3 \\ 3 & x \end{pmatrix}$ dan $B = \begin{pmatrix} x & -1 \\ 3 & 10 \end{pmatrix}$. Jika $|A| = |B|$, maka nilai x sama dengan ...
 a. 6 atau -1 ~~b. 2 atau 3~~ e. -2 atau -3
 b. 1 atau 6 d. -2 atau 3
13. Diketahui matriks $P = \begin{pmatrix} 2 & 5 \\ 1 & 3 \end{pmatrix}$ dan $Q = \begin{pmatrix} 2 & 5 \\ 1 & 3 \end{pmatrix}$, jika P^{-1} adalah invers matriks P dan Q^{-1} adalah invers matriks Q maka determinan matriks $Q^{-1} P^{-1}$ adalah ...
~~a. 209~~ b. 10 c. 1 d. -1 e. -209
14. Diberikan matriks $A = \begin{pmatrix} 2 & 0 \\ 0 & 1 \end{pmatrix}$ dan matriks $B = \begin{pmatrix} 2 & 1 \\ -3 & 1 \end{pmatrix}$. Jika matriks $C = \begin{pmatrix} 4 & 2 \\ -3 & 1 \end{pmatrix}$, maka determinan matriks $AB-C$ adalah ...
 a. 4 ~~b. 6~~ c. 1 d. -1 e. -2
15. Diketahui matriks $A = \begin{pmatrix} 3 & -2 \\ 4 & -2 \end{pmatrix}$, $B = \begin{pmatrix} 4 & 4 \\ -2 & -1 \end{pmatrix}$, dan $C = \begin{pmatrix} 9 & 10 \\ 9 & 12 \end{pmatrix}$. Nilai determinan dari matriks $(AB-C)$ adalah ...
 a. -7 b. -5 c. -2 ~~d. 3~~ e. 12

90

Nama : ahrajam Rahman
Kelas : MIPA 1. X1

Soal-soal Pilihan ganda

Berilah tanda silang pada huruf A, B, C, D dan E sesuai dengan pilihan jawaban yang paling tepat!

1. Diketahui matriks $A = \begin{pmatrix} 1 & 5 & 3 \\ 0 & -2 & -4 \\ 0 & 0 & 6 \end{pmatrix}$, $B = \begin{pmatrix} 1 & 0 \\ 0 & 1 \end{pmatrix}$, $C = \begin{pmatrix} 1 & 0 & 0 \\ 0 & 7 & 0 \\ 0 & 0 & 6 \end{pmatrix}$.

Dari ketiga matriks di atas yang merupakan matriks identitas adalah . . .

- a. A dan B c. A e. C
b. B dan C ~~d. B~~

2. Diketahui matriks $A = \begin{pmatrix} 1 & 5 & 3 \\ 6 & -2 & -4 \\ 7 & 2 & 6 \end{pmatrix}$. Perhatikan pernyataan-pernyataan berikut!

berikut!

- (i) Elemen baris pertama pada matriks A adalah ~~1, 5, 3~~ 1, 6, 7
(ii) Elemen baris kedua pada matriks A adalah ~~6, -2, -4~~ 5, -2, -4
(iii) Elemen baris ketiga pada matriks A adalah ~~7, 2, 6~~ 7, 2, 6
(iv) Elemen kolom pertama pada matriks A adalah ~~1, 6, 7~~ 1, 6, 7

Pernyataan yang benar adalah . . .

- a. (i) dan (ii) c. (i) dan (iv) ~~d. (iii) dan (iv)~~
b. (i) dan (iii) d. (ii) dan (iii)

3. Diketahui $\begin{pmatrix} 4 & 2 \\ 5p+q & 5 \end{pmatrix} = \begin{pmatrix} 4 & 2 \\ 2 & q+3 \end{pmatrix}$ maka . . .

- a. $p = 1$ dan $q = -2$ d. $p = 1$ dan $q = 8$
b. $p = 1$ dan $q = 2$ e. $p = 5$ dan $q = 2$
~~c. $p = -1$ dan $q = 2$~~

4. Diketahui matriks $A = \begin{pmatrix} a & 4 \\ 2b & 3c \end{pmatrix}$ dan $B = \begin{pmatrix} 2c-3b & 2a+1 \\ a & b+7 \end{pmatrix}$ jika $A = 2B^t$

maka nilai $c = \dots$

- a. 2 b. 3 c. 5 ~~d. 8~~ e. 10

5. Diketahui $A = \begin{pmatrix} 3 & -9 \\ -6 & 3 \end{pmatrix}$ dan $A = 3B$ jika $B = \begin{pmatrix} p & q \\ r & s \end{pmatrix}$, nilai q adalah . . .

- ~~a. -3~~ b. -2 c. -1 d. 1 e. 2

6. Jika $P \cdot \begin{bmatrix} 6 & 7 \\ 8 & 9 \end{bmatrix} = \begin{bmatrix} 2 & 3 \\ 4 & 5 \end{bmatrix}$ maka besarnya nilai P adalah . . .

- a. $\begin{bmatrix} 3 & 2 \\ 2 & 1 \end{bmatrix}$ c. $\begin{bmatrix} 1 & 2 \\ 2 & 3 \end{bmatrix}$ ~~d. $\begin{bmatrix} 3 & -2 \\ 2 & -1 \end{bmatrix}$~~

$$b. \begin{bmatrix} -3 & 2 \\ -2 & 1 \end{bmatrix}$$

$$d. \begin{bmatrix} 2 & 3 \\ 1 & 2 \end{bmatrix}$$

7. Diketahui $A = \begin{pmatrix} 1 & 2 \\ 3 & 4 \end{pmatrix}$, maka nilai dari $A^2 - A$ adalah ...

$$a. \begin{pmatrix} 0 & 2 \\ 6 & 12 \end{pmatrix}$$

$$c. \begin{pmatrix} 6 & 8 \\ 12 & 16 \end{pmatrix}$$

$$e. \begin{pmatrix} 0 & 8 \\ 16 & 12 \end{pmatrix}$$

$$b. \begin{pmatrix} 0 & 6 \\ 2 & 12 \end{pmatrix}$$

$$\text{X} \begin{pmatrix} 6 & 8 \\ 12 & 18 \end{pmatrix}$$

8. Bu Ami seorang pengusaha makanan kecil yang menyetorkan dagangannya ke tiga kantin sekolah. Tabel banyaknya makan yang disetorkan setiap harinya sebagai berikut:

	Kacang	Keripik	Permen
Kantin A	10	10	5
Kantin B	20	15	8
Kantin C	15	20	10

Harga sebungkus kacang adalah Rp.2.000, keripik adalah Rp.3.000, dan permen adalah Rp. 1.000. pemasukan total harian yang diterima ibu Ani adalah ...

a. Rp.235.000

d. Rp256.000

~~X~~ b. Rp.248.000

e. Rp.325.000

c. Rp.254.000

9. Diketahui matriks $A = \begin{pmatrix} 3 & 2 \\ 4 & 1 \end{pmatrix}$ matriks $B = \begin{pmatrix} 1 & -4 \\ -2 & 3 \end{pmatrix}$ dan matriks $C = \begin{pmatrix} 5 & -3 \\ -3 & 2 \end{pmatrix}$ maka $AB-C$ adalah ...

$$\text{X} \begin{pmatrix} 12 & 4 \\ 7 & 6 \end{pmatrix}$$

$$d. \begin{pmatrix} 7 & 0 \\ 0 & 7 \end{pmatrix}$$

$$b. \begin{pmatrix} 0 & 7 \\ 7 & 0 \end{pmatrix}$$

$$e. \begin{pmatrix} 7 & 7 \\ 0 & 0 \end{pmatrix}$$

$$c. \begin{pmatrix} 0 & -7 \\ -7 & 0 \end{pmatrix}$$

10. Invers matriks $A = \begin{pmatrix} 4 & -8 \\ 1 & -3 \end{pmatrix}$ adalah A^{-1} yaitu...

$$a. \begin{pmatrix} \frac{3}{4} & -2 \\ \frac{1}{4} & -\frac{1}{4} \end{pmatrix}$$

$$\text{X} \begin{pmatrix} \frac{3}{4} & -2 \\ \frac{1}{4} & -1 \end{pmatrix}$$

$$e. \begin{pmatrix} -1 & 2 \\ \frac{1}{4} & \frac{3}{4} \end{pmatrix}$$

$$b. \begin{pmatrix} \frac{3}{4} & \frac{1}{4} \\ \frac{1}{2} & -1 \end{pmatrix}$$

$$d. \begin{pmatrix} 3 & -2 \\ 1 & -1 \end{pmatrix}$$

11. Diketahui matriks $P = \begin{pmatrix} 2 & 5 \\ 1 & 10 \end{pmatrix}$ dan $Q = \begin{pmatrix} 5 & 4 \\ 1 & 1 \end{pmatrix}$, maka determinan dari matriks QP adalah ...
~~a.~~ 15 b. 10 c. 1 d. -1 e. -15
12. Diketahui $A = \begin{pmatrix} 2x & 3 \\ 3 & x \end{pmatrix}$ dan $B = \begin{pmatrix} x & -1 \\ 3 & 10 \end{pmatrix}$. Jika $|A| = |B|$, maka nilai x sama dengan ...
~~a.~~ 6 atau -1 c. 2 atau 3 e. -2 atau -3
 b. 1 atau 6 d. -2 atau 3
13. Diketahui matriks $P = \begin{pmatrix} 2 & 5 \\ 1 & 3 \end{pmatrix}$ dan $Q = \begin{pmatrix} 2 & 5 \\ 1 & 3 \end{pmatrix}$, jika P^{-1} adalah invers matriks P dan Q^{-1} adalah invers matriks Q maka determinan matriks $Q^{-1} P^{-1}$ adalah ...
 a. 209 b. 10 ~~c.~~ 1 d. -1 e. -209
14. Diberikan matriks $A = \begin{pmatrix} 2 & 0 \\ 0 & 1 \end{pmatrix}$ dan matriks $B = \begin{pmatrix} 2 & 1 \\ -3 & 1 \end{pmatrix}$. Jika matriks $C = \begin{pmatrix} 4 & 2 \\ -3 & 1 \end{pmatrix}$, maka determinan matriks $AB-C$ adalah ...
 a. 4 ~~b.~~ 6 c. 1 d. -1 e. -2
15. Diketahui matriks $A = \begin{pmatrix} 3 & -2 \\ 4 & -2 \end{pmatrix}$, $B = \begin{pmatrix} 4 & 4 \\ -2 & -1 \end{pmatrix}$, dan $C = \begin{pmatrix} 9 & 10 \\ 9 & 12 \end{pmatrix}$. Nilai determinan dari matriks $(AB-C)$ adalah ...
 a. -7 b. -5 c. -2 ~~d.~~ 3 e. 12

Lampiran 12

Dokumentasi





Lampiran 13

Surat Izin Penelitian/Riset



KEMENTERIAN AGAMA REPUBLIK INDONESIA
UNIVERSITAS ISLAM NEGERI SUMATERA UTARA MEDAN
FAKULTAS ILMU TARBIYAH DAN KEGURUAN
Jl. Williem Iskandar Pasar V Medan Estate 20371
Telp. (061) 6615683-6622925 Fax. 6615683

Nomor : B-16004/ITK/ITK.V.3/PP.00.9/08/2021

10 Agustus 2021

Lampiran : -

Hal : **Izin Riset**

Yth. Bapak/Ibu Kepala SMA MUHAMMADIYAH 4 BABALAN

Assalamualaikum Wr. Wb.

Dengan Hormat, diberitahukan bahwa untuk mencapai gelar Sarjana Strata Satu (S1) bagi Mahasiswa Fakultas Ilmu Tarbiyah dan Keguruan adalah menyusun Skripsi (Karya Ilmiah), kami tugaskan mahasiswa:

Nama : Mayang Vita Sara
NIM : 0305173145
Tempat/Tanggal Lahir : Pkl. Brandan, 13 September 1999
Program Studi : Pendidikan Matematika
Semester : VIII (Delapan)
Alamat : DUSUN V MEDAN 2 DESA TELUK MEKUP PANGKALAN
BERANDAN KECAMATAN BABALAN

untuk hal dimaksud kami mohon memberikan Izin dan bantuannya terhadap pelaksanaan Riset di SMA MUHAMMADIYAH 4 BABALAN di Jl. Kalimantan Babalan No.5, Sei Bilah, Sei Lapan, Kabupaten Langkat, guna memperoleh informasi/keterangan dan data-data yang berhubungan dengan Skripsi (Karya Ilmiah) yang berjudul:

PENGEMBANGAN LEMBAR KERJA SISWA (LKS) BERBASIS RECIPROCAL TEACHING PADA MATERI MATRIKS KELAS XI

Demikian kami sampaikan, atas bantuan dan kerjasamanya diucapkan terima kasih.

Medan, 10 Agustus 2021
a.n. DEKAN
Ketua Program Studi Pendidikan
Matematika



Digitally Signed
Dr. Yahfizham, S.T., M.Cs
NIP. 197804182005011005

Tembusan:
- Dekan Fakultas Ilmu Tarbiyah dan Keguruan UIN Sumatera Utara Medan

info : Silahkan scan QRCode diatas dan klik link yang muncul, untuk mengetahui keaslian surat

Surat Balasan Penelitian/Riset



**Majelis Pendidikan Dasar dan Menengah
Daerah Muhammadiyah Kabupaten Langkat
SMA MUHAMMADIYAH P. BERANDAN**

AKREDITASI : **B** (Baik)

NDS. G : 03132002 NSS : 304070215007 NIS : 300470

Alamat : Jl. Kalimantan P. Berandan 20857 Telp. (0620) 20811 Kec. Babalan Kab. Langkat Prop. S. Utara

S U R A T K E T E R A N G A N

No. 487/S.Ket/III.4/A/IX/2021

Sehubung dengan Surat dari Fakultas Ilmu Tarbiyah dan Keguruan Universitas Islam Sumatera Utara, Nomor : **B-16004/ITK/ITK.V.3/PP.00.9/08/2021** Hal : Izin Riset , maka Kepala SMA Muhammadiyah 4 Babalan dengan ini menerangkan Nama Mahasiswi di bawah ini :

Nama : **Mayang Vita Sara**
N I M : **0305173145**
Fakultas : **Ilmu Tarbiyah dan Keguruan**
Prodi : **Pendidikan Matematika**
Jenjang : **S1**

Benar telah mengadakan Magang di SMA Muhammadiyah 4 Babalan pada tanggal 6 September sampai 27 September 2021 guna melengkapi data untuk skripsi di Universitas Islam Negeri Medan dengan judul " *Pengembangan Lembar Kerja Siswa (LKS) Berbasis Reciprocal Teaching Pada Materi Matriks Kelas XI* "

Demikian Surat keterangan ini diperbuat untuk dapat dipergunakan seperlunya.

P. Berandan, 28 September 2021

Ka. SMA Muhammadiyah 4 Babalan





Universitas Islam Negeri
Sumatra Utara

MAYANG VITA SARA

LEMBAR KERJA PESERTA DIDIK (LKPD)

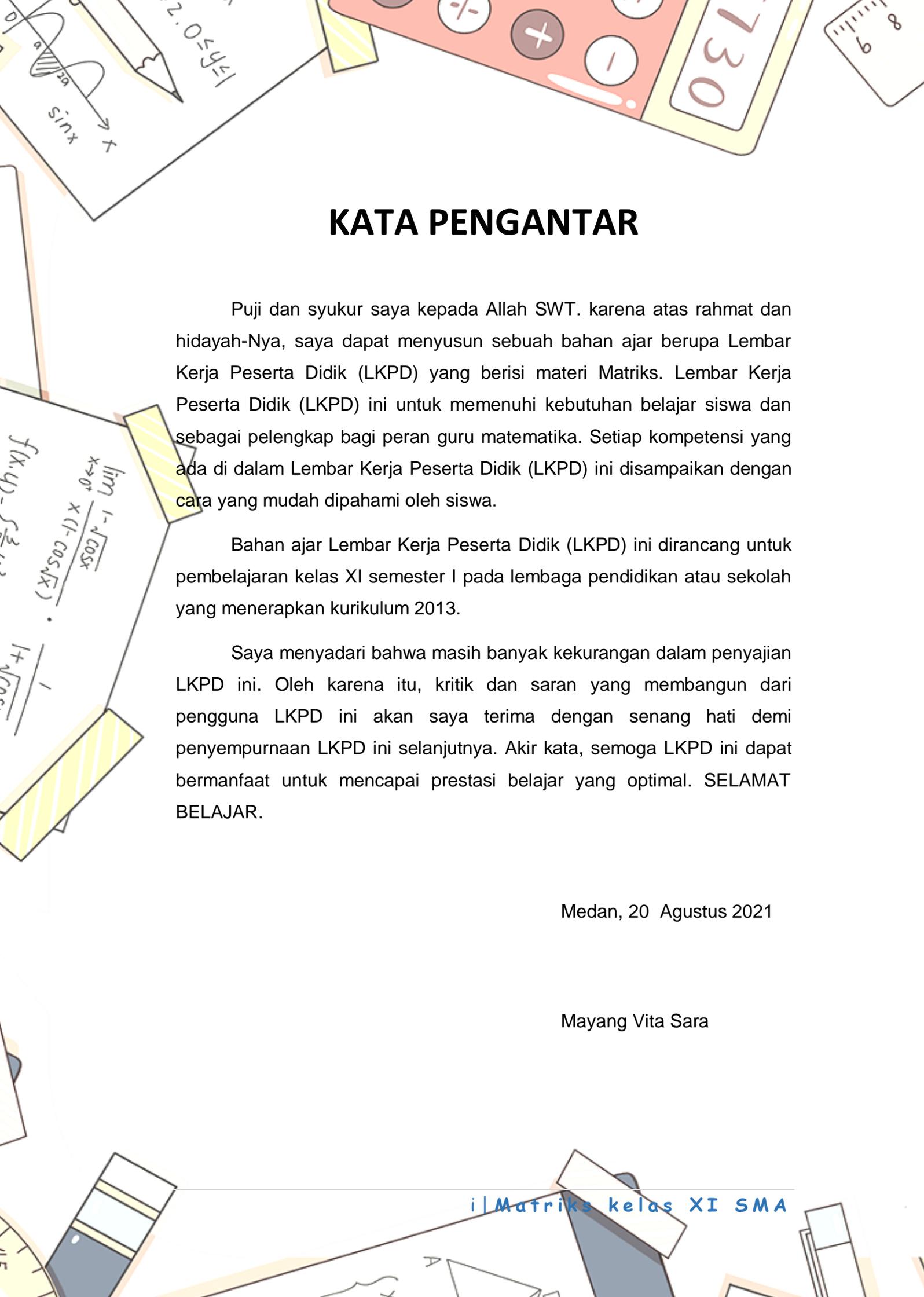
Berbasis Reciprocal Teaching

MATRIKS

MATEMATIKA KELAS XI SMA

NAMA:

KELAS:



KATA PENGANTAR

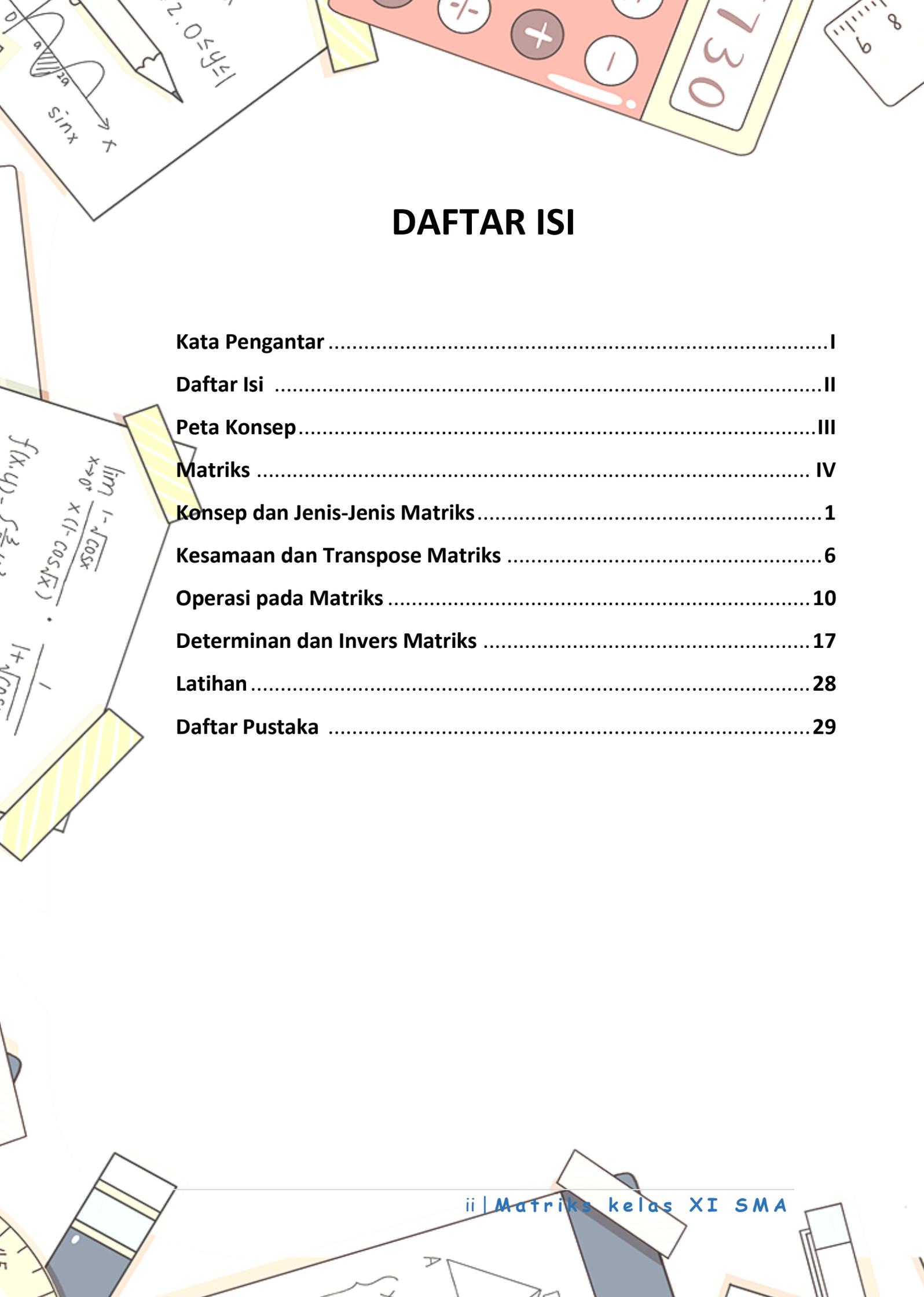
Puji dan syukur saya kepada Allah SWT. karena atas rahmat dan hidayah-Nya, saya dapat menyusun sebuah bahan ajar berupa Lembar Kerja Peserta Didik (LKPD) yang berisi materi Matriks. Lembar Kerja Peserta Didik (LKPD) ini untuk memenuhi kebutuhan belajar siswa dan sebagai pelengkap bagi peran guru matematika. Setiap kompetensi yang ada di dalam Lembar Kerja Peserta Didik (LKPD) ini disampaikan dengan cara yang mudah dipahami oleh siswa.

Bahan ajar Lembar Kerja Peserta Didik (LKPD) ini dirancang untuk pembelajaran kelas XI semester I pada lembaga pendidikan atau sekolah yang menerapkan kurikulum 2013.

Saya menyadari bahwa masih banyak kekurangan dalam penyajian LKPD ini. Oleh karena itu, kritik dan saran yang membangun dari pengguna LKPD ini akan saya terima dengan senang hati demi penyempurnaan LKPD ini selanjutnya. Akir kata, semoga LKPD ini dapat bermanfaat untuk mencapai prestasi belajar yang optimal. SELAMAT BELAJAR.

Medan, 20 Agustus 2021

Mayang Vita Sara



DAFTAR ISI

Kata Pengantar	I
Daftar Isi	II
Peta Konsep.....	III
Matriks	IV
Konsep dan Jenis-Jenis Matriks.....	1
Kesamaan dan Transpose Matriks	6
Operasi pada Matriks	10
Determinan dan Invers Matriks	17
Latihan.....	28
Daftar Pustaka	29

PETA KONSEP

MATRIKS

KONSEP DAN JENIS-JENIS MATRIKS

OPERASI PADA MATRIKS

DETERMINAN DAN INVERS MATRIKS

KESAMAAN DAN TRANSPOSE MATRIKS

PENJUMLAHAN

PERKALIAN SKALAR

DETERMINAN 2x2

INVERS

PENGURANGAN

PERKALIAN DUA MATRIKS

DETERMINAN 3x3

MATRIKS

Kompetensi Inti

KI 3: Mengetahui pengetahuan (faktual, konseptual, dan prosedural) berdasarkan rasa ingin tahunya tentang ilmu pengetahuan, teknologi, seni, budaya terkait fenomena dan kejadian tampak mata

KI 4: Mencoba mengolah, dan menyajikan dalam ranah konkret (menggunakan, mengurai, merangkai, memodifikasi, dan membuat) dan ranah abstrak (menulis, membaca, menghitung, menggambar, dan mengarang) sesuai dengan yang dipelajari di sekolah dan sumber lain yang sama dalam sudut pandang/teori.

Kompetensi Dasar

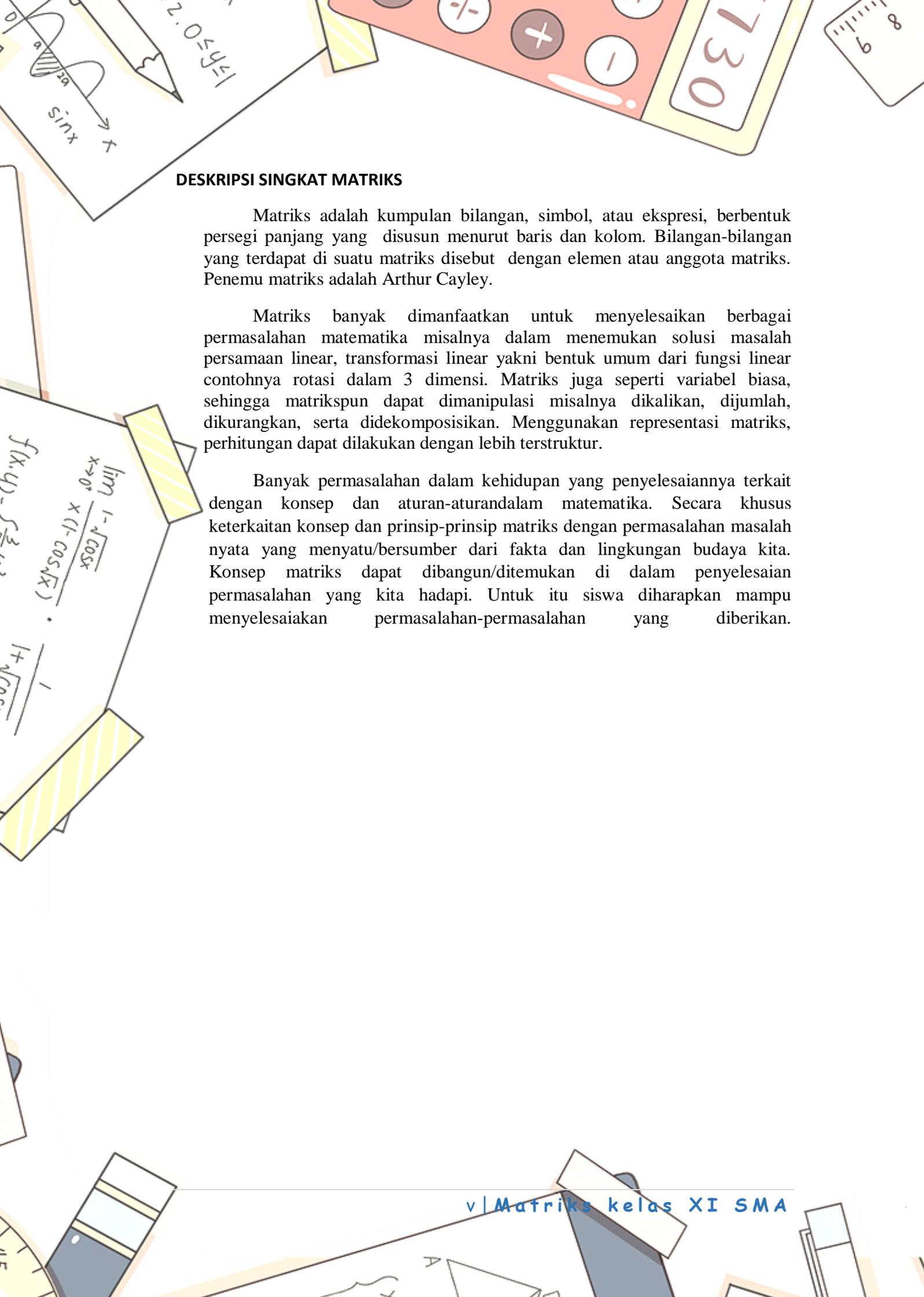
- 3.3 Menjelaskan matriks dan kesamaan matriks dengan menggunakan masalah kontekstual dan melakukan operasi pada matriks yang meliputi penjumlahan yang meliputi penjumlahan, pengurangan, dan perkalian
- 4.3 Menyelesaikan masalah kontekstual yang berkaitan dengan matriks dan operasinya
- 3.4 Menganalisis sifat-sifat determinan dan invers matriks berordo 2x2 dan 3x3
- 4.4 Menyelesaikan masalah kontekstual yang berkaitan dengan determinan dan invers matriks berordo 2x2 dan 3x3

Indikator Pembelajaran

- 3.3.1 Menjelaskan pengertian matriks
- 3.3.2 Menjelaskan transpose matriks, kesamaan dua matriks
- 3.3.3 Melakukan prosedur untuk melakukan operasi pada matriks
- 4.3.1 Menggunakan prosedur untuk menyelesaikan masalah yang berkaitan dengan matriks dan operasinya
- 3.4.1 Menyelesaikan determinan dan invers matriks berordo 2x2 dan 3x3
- 3.4.2 Mampu menjelaskan sifat-sifat determinan dan invers matriks berordo 2x2 dan 3x3
- 4.4.1 Menggunakan prosedur untuk menyelesaikan masalah yang berkaitan dengan matriks determinan dan invers matriks berordo 2x2 dan 3x3

Tujuan Pembelajaran

1. Mampu menjelaskan pengertian matriks
2. Mampu menjelaskan konsep operasi matriks
3. Menggunakan prosedur untuk melakukan operasi pada matriks
4. Menggunakan prosedur untuk menyelesaikan masalah yang berkaitan dengan matriks dan operasinya
5. Mampu menjelaskan determinan dan invers matriks berordo 2x2 dan 3x3
6. Mampu menjelaskan sifat-sifat determinan dan invers matriks berordo 2x2 dan 3x3
7. Menggunakan prosedur untuk menyelesaikan masalah yang berkaitan dengan matriks determinan dan invers matriks berordo 2x2 dan 3x3



DESKRIPSI SINGKAT MATRIKS

Matriks adalah kumpulan bilangan, simbol, atau ekspresi, berbentuk persegi panjang yang disusun menurut baris dan kolom. Bilangan-bilangan yang terdapat di suatu matriks disebut dengan elemen atau anggota matriks. Penemu matriks adalah Arthur Cayley.

Matriks banyak dimanfaatkan untuk menyelesaikan berbagai permasalahan matematika misalnya dalam menemukan solusi masalah persamaan linear, transformasi linear yakni bentuk umum dari fungsi linear contohnya rotasi dalam 3 dimensi. Matriks juga seperti variabel biasa, sehingga matriks pun dapat dimanipulasi misalnya dikalikan, dijumlah, dikurangkan, serta didekomposisikan. Menggunakan representasi matriks, perhitungan dapat dilakukan dengan lebih terstruktur.

Banyak permasalahan dalam kehidupan yang penyelesaiannya terkait dengan konsep dan aturan-aturan dalam matematika. Secara khusus keterkaitan konsep dan prinsip-prinsip matriks dengan permasalahan masalah nyata yang menyatu/bersumber dari fakta dan lingkungan budaya kita. Konsep matriks dapat dibangun/ditemukan di dalam penyelesaian permasalahan yang kita hadapi. Untuk itu siswa diharapkan mampu menyelesaikan permasalahan-permasalahan yang diberikan.

KEGIATAN BELAJAR SISWA 1

Konsep dan Jenis-Jenis Matriks

Indikator : 3.3.1 Menjelaskan pengertian matriks

Petunjuk penggunaan LKS :

1. Bacalah do'a sebelum memulai pembelajaran.
2. Pahami materi di bawah ini dengan cermat.
3. Lakukan diskusi dengan teman kelompok mu dan bertanyalah dengan teman kelompokmu jika ada yang tidak diketahui dari materi di bawah.
4. Tunjukkan salah satu teman kelompokmu untuk berperan sebagai guru dalam menjelaskan materi di dalam kelompokmu.
5. Buatlah kesimpulan mengenai materi di bawah pada kolom yang sudah disediakan.
6. Latihlah pemahamanmu dengan mengerjakan soal-soal yang sudah disediakan.

A. Konsep Matriks

Dalam berita-berita olahraga di berita, sering ditemukan daftar dalam bentuk seperti berikut ini:

Klasemen Grup E

Cabang Sepak Bola Olimpiade Tokyo 2021

Negara	PD	Poin	M	S	K
Britania Raya	3	7	2	1	0
Kanada	3	5	1	2	0
Jepang	3	4	1	1	1
chili	3	0	0	0	3

Posisi angka-angka dalam tabel di atas dapat ditulis dalam bentuk lain yaitu:

$$\begin{bmatrix} 3 & 7 & 2 & 1 & 0 \\ 3 & 5 & 1 & 2 & 0 \\ 3 & 4 & 1 & 1 & 1 \\ 3 & 0 & 0 & 0 & 3 \end{bmatrix}$$

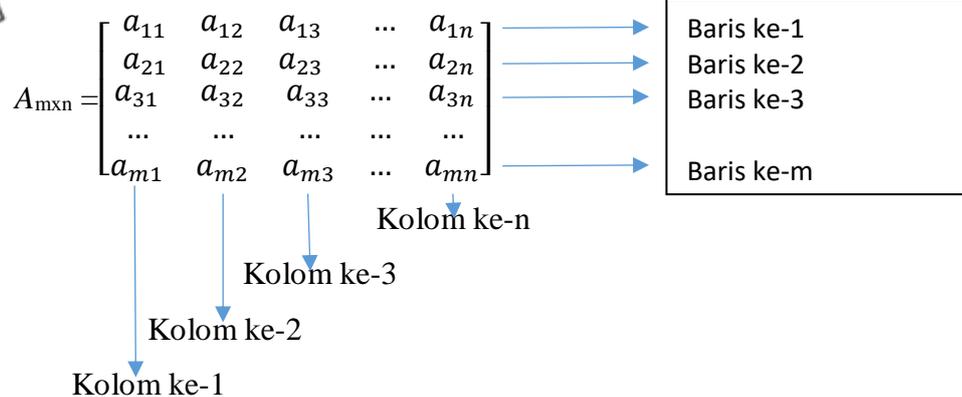
Dalam matematika, bentuk penulisan yang terdiri atas baris dan kolom tersebut dinamakan matriks. Setiap bilangan yang terdapat di dalam matriks tersebut dinamakan elemen matriks.

MARI MENINGAT



Matriks adalah susunan bilangan berbentuk persegi atau persegi panjang yang diatur menurut baris dan kolom, dan ditempatkan dalam tanda kurung biasa atau kurung siku.

Bentuk umum matriks



Pada bentuk matriks tersebut terlihat hal-hal sebagai berikut:

3. Banyaknya baris dan kolom matriks A berturut-turut adalah m dan n buah.
4. $a_{11}, a_{12}, a_{13}, \dots, a_{mn}$ = disebut dengan elemen-elemen matriks A, a_{mn} = elemen A pada baris ke-m, kolom ke-n.

APA YANG DI MAKSUD DENGAN ORDO?



Ordo atau ukuran suatu matriks ditentukan oleh banyaknya baris dan banyaknya kolom.



MARI MENINGAT



Secara umum berlaku:

Jika matriks A mempunyai m baris dan n kolom maka matriks A berordo $m \times n$ atau ordo matriks A adalah $m \times n$, ditulis: $A_{m \times n}$ (dibaca: "A m kali n").



C Contoh soal:

1. $A = \begin{bmatrix} 1 & 2 \\ 7 & 5 \end{bmatrix}$ disebut Matriks berordo 2×2 , yang menunjukkan banyaknya baris 2 dan banyaknya kolom 2, dan ditulis $A_{2 \times 2}$
2. $B = (-1 \ 0 \ 2)$ disebut Matriks berordo 1×3 , yang berarti menunjukkan banyaknya baris 1 dan banyaknya kolom 3, dan ditulis $B_{1 \times 3}$
3. $C = \begin{bmatrix} 3 & 4 & 5 \\ 7 & 3 & 7 \\ 0 & 6 & 5 \end{bmatrix}$ disebut Matriks berordo 3×3 , yang berarti menunjukkan banyaknya baris 3 dan banyaknya kolom 3, dan ditulis $C_{3 \times 3}$

B. Jenis-Jenis Matriks

1. Matriks Baris, yaitu matriks yang hanya mempunyai satu baris saja dan banyaknya kolom n , mempunyai ordo $1 \times n$

Contoh : $P_{1 \times 3} = \begin{bmatrix} 1 & 2 & 3 \end{bmatrix}$

2. Matriks Kolom, yaitu matriks yang hanya mempunyai satu kolom saja dan banyaknya baris m , mempunyai ordo $m \times 1$

Contoh : $Q_{3 \times 1} = \begin{bmatrix} 1 \\ 2 \\ 3 \end{bmatrix}$

3. Matriks persegi panjang, yaitu matriks yang banyaknya baris tidak sama dengan banyaknya kolom, mempunyai ordo $m \times n$

Contoh : $R_{3 \times 2} = \begin{bmatrix} 2 & 5 \\ 3 & 6 \\ 4 & 7 \end{bmatrix}$

4. Matriks bujur sangkar, yaitu matriks yang banyak baris sama dengan banyak kolomnya

Contoh : $S_{3 \times 3} = \begin{bmatrix} 1 & 4 & 7 \\ 2 & 5 & 8 \\ 3 & 6 & 9 \end{bmatrix}$

5. Matriks diagonal, matriks bujursangkar yang semua elemen di luar elemen diagonal utamanya bernilai nol

Contoh : $A = \begin{bmatrix} 1 & 0 & 0 \\ 0 & 5 & 0 \\ 0 & 0 & 9 \end{bmatrix}, B = \begin{bmatrix} 5 & 0 \\ 0 & 8 \end{bmatrix}$

6. Matriks identitas (I), yaitu matriks skalar yang elemen-elemen pada diagonal utamanya bernilai satu

Contoh : $C = \begin{bmatrix} 1 & 0 & 0 \\ 0 & 1 & 0 \\ 0 & 0 & 1 \end{bmatrix}, D = \begin{bmatrix} 1 & 0 \\ 0 & 1 \end{bmatrix}$

7. Matriks segitiga atas yaitu matriks bujur sangkar yang elemen-elemen dibawah diagonal utamanya bernilai nol

Contoh : $E = \begin{bmatrix} 8 & 3 & 4 \\ 0 & 1 & 2 \\ 0 & 0 & 3 \end{bmatrix}, F = \begin{bmatrix} 3 & 2 \\ 0 & 1 \end{bmatrix}$

8. Matriks segitiga bawah, yaitu matriks bujur sangkar yang elemen-elemen diatas diagonal utamanya bernilai nol.

Contoh : $G = \begin{bmatrix} 8 & 0 & 0 \\ 3 & 1 & 0 \\ 4 & 2 & 0 \end{bmatrix}, H = \begin{bmatrix} 3 & 0 \\ 2 & 1 \end{bmatrix}$

9. Matriks nol, yaitu matriks berordo $m \times n$ dengan semua elemennya bernilai nol. Contoh : $\begin{bmatrix} 0 & 0 \\ 0 & 0 \end{bmatrix}$



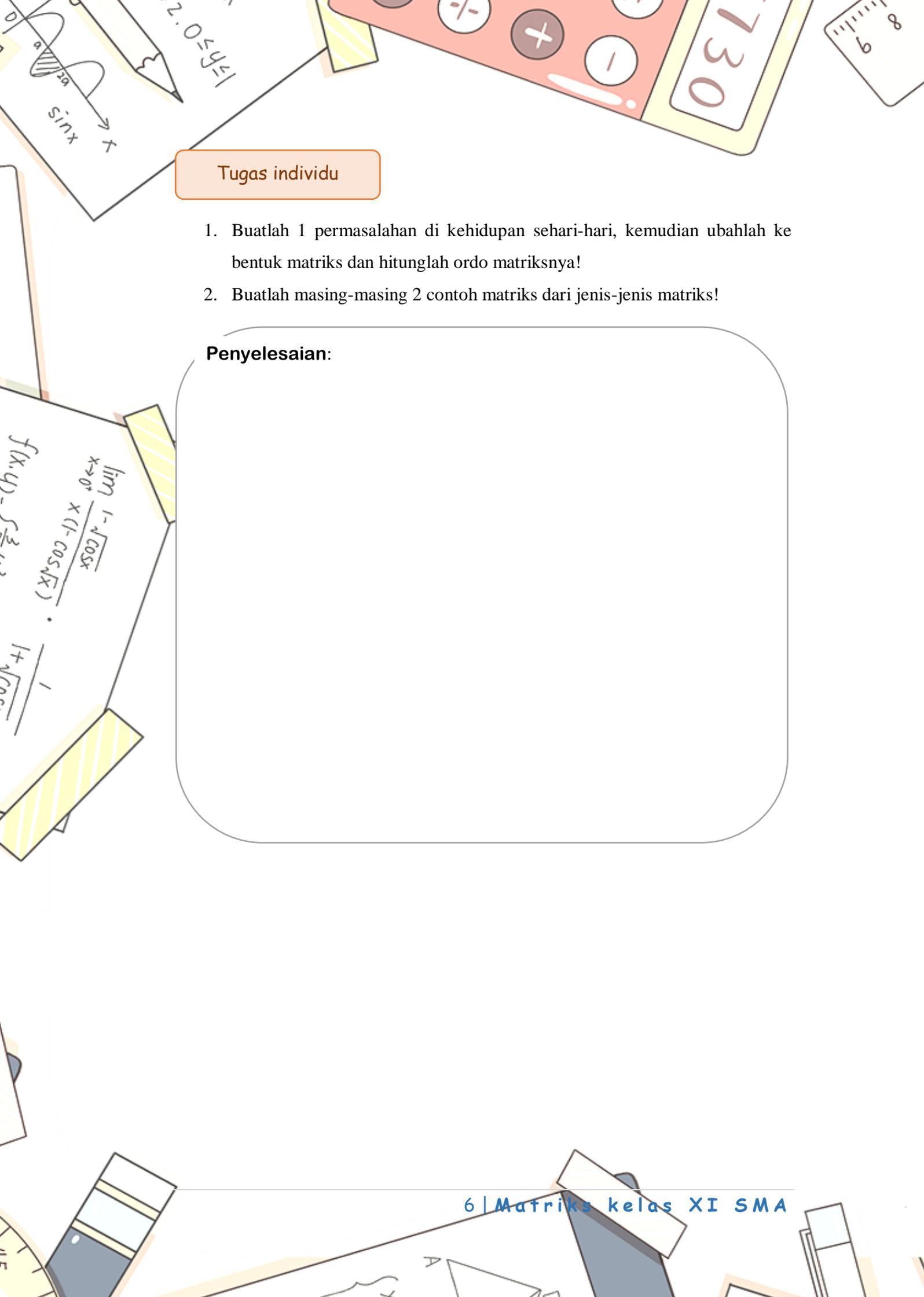
Mari Diskusi

1. Pahami materi tentang pengertian matriks dan jenis-jenis matriks
2. Tanyalah dengan teman sekelompokmu jika ada yang anda tidak ketahui mengenai materi tentang pengertian matriks dan jenis-jenis matriks.
3. Buatlah pernyataan dari matriks-matriks di bawah ini

$$A = \begin{bmatrix} 2 & 4 \\ 6 & 5 \end{bmatrix}, B = \begin{bmatrix} 3 & 4 & 5 \\ 8 & 6 & 7 \end{bmatrix}, C = \begin{pmatrix} 2 & 0 & 0 \\ 0 & 4 & 0 \\ 0 & 0 & 6 \end{pmatrix}, D = \begin{pmatrix} 6 & 4 & 8 \\ 0 & 4 & 4 \\ 0 & 0 & 7 \end{pmatrix}$$

4. Carilah dari kehidupan anda yang dapat disajikan dalam bentuk matriks!

Kesimpulan



Tugas individu

1. Buatlah 1 permasalahan di kehidupan sehari-hari, kemudian ubahlah ke bentuk matriks dan hitunglah ordo matriksnya!
2. Buatlah masing-masing 2 contoh matriks dari jenis-jenis matriks!

Penyelesaian:

KEGIATAN BELAJAR SISWA 2

KESAMAAN DUA MATRIKS

Indikator : 3.3.2 Menjelaskan transpose matriks, dan kesamaan dua matriks

Petunjuk penggunaan LKS :

1. Bacalah do'a sebelum memulai pembelajaran.
2. Pahami materi di bawah ini dengan cermat.
3. Lakukan diskusi dengan teman kelompok mu dan bertanyalah dengan teman kelompokmu jika ada yang tidak diketahui dari materi di bawah.
4. Tunjukkan salah satu teman kelompokmu untuk berperan sebagai guru dalam menjelaskan materi di depan kelas.
5. Buatlah kesimpulan mengenai materi di bawah pada kolom rangkuman yang sudah disediakan.
6. Latihlah pemahamanmu dengan mengerjakan soal-soal yang sudah disediakan.

A. Kesamaan Dua Matriks

Matriks A dan matriks B dikatakan sama jika dan hanya jika ordo matriks A dengan ordo matriks B dan elemen-elemen yang seletak dari kedua matriks tersebut juga sama.

MARI MENINGAT



Matriks $A = (a_{ij})$ dan matriks $B = (b_{ij})$ dikatakan sama ($A=B$) jika dan hanya jika $a_{ij} = b_{ij}$ untuk semua $i = 1, 2, 3, \dots, m$ dan $j = 1, 2, 3, \dots, n$.

Perhatikan untuk matriks dibawah ini.

f. $\begin{bmatrix} 3 & 5 \\ 7 & 9 \end{bmatrix} = \begin{bmatrix} 3 & 5 \\ 7 & 9 \end{bmatrix}$

g. $\begin{bmatrix} 3 & 4+1 \\ 7 & 9 \end{bmatrix} = \begin{bmatrix} \sqrt{9} & 5 \\ 7 & 3^2 \end{bmatrix} \longrightarrow$

3 seletak dengan $\sqrt{9}$
4+1 seletak dengan 5
9 seletak dengan 3^2

$$h. \begin{bmatrix} \sqrt{9} & 5 \\ 7 & 3^2 \end{bmatrix} = \begin{bmatrix} 3 & 4+1 \\ 7 & 9 \end{bmatrix}$$

$$i. \begin{bmatrix} 9 & 4+1 \\ 7 & 3 \end{bmatrix} \neq \begin{bmatrix} \sqrt{9} & 5 \\ 7 & 3^2 \end{bmatrix}$$

$$j. \begin{bmatrix} 2a & 7 \\ 8 & 3b \end{bmatrix} = \begin{bmatrix} 2 & 3 \\ 8 & -6 \end{bmatrix}$$

$$\text{Maka : } 2a = 2$$

$$3b = -6$$

$$a = \frac{2}{2} = 1$$

$$b = \frac{3}{-6} = -2$$



Contoh soal:

Diketahui matriks $A = \begin{bmatrix} 5a & 9 & 4 \\ 5 & -2 & -2b \\ 6 & 3c & 9 \end{bmatrix}$ dan $B = \begin{bmatrix} 15 & 9 & 4 \\ 5 & -2 & -2a \\ 6 & b & 9 \end{bmatrix}$ jika $A = B$,

maka $a+b+c=...$

$$\text{Jawaban : } 5a = 15$$

$$-2b = -2a$$

$$3c = b$$

$$a = \frac{15}{5} = 3$$

$$-2b = -2(3)$$

$$3c = 3$$

$$b = \frac{-6}{-2} = 3$$

$$c = \frac{3}{3} = 1$$

B. Transpose Matriks

Transpose matriks adalah matriks yang elemen-elemennya berubah dari baris menjadi kolom, atau sebaliknya. Lambang transpose matriks A adalah A^T atau dibaca A' (dibaca A aksen). Secara singkat dapat ditulis:

MARI MENGINGAT



$$A = (a_{ij})_{m \times n} \rightarrow A^T = (a_{ij})_{m \times n}$$

$$A_{2 \times 2} = \begin{bmatrix} a & b \\ c & d \end{bmatrix} \text{ Transpose matriks } A \text{ dinotasikan dengan } A_{2 \times 2}^T = \begin{bmatrix} a & c \\ b & d \end{bmatrix}$$

$A_{3 \times 2} = \begin{bmatrix} a & b \\ c & d \\ e & f \end{bmatrix}$ Transpose matriks A dinotasikan dengan $A_{2 \times 3}^T = \begin{bmatrix} a & c & e \\ b & d & f \end{bmatrix}$

Contoh soal

1. Jika matriks $A_{2 \times 3} = \begin{bmatrix} 2 & 4 & 6 \\ 1 & 3 & 5 \end{bmatrix}$ maka matriks transposenya adalah $A_{3 \times 2}^T =$

$$\begin{bmatrix} 2 & 1 \\ 4 & 3 \\ 6 & 5 \end{bmatrix}$$



Mari Diskusi

1. Pahami materi tentang pengertian matriks dan jenis-jenis matriks
2. Tanyalah dengan teman sekelompokmu jika ada yang anda tidak ketahui mengenai materi tentang kesamaan dan transpose matriks.

Kesimpulan

Tugas individu

1. Diketahui matriks $A = \begin{bmatrix} 8 & 2a & 2 \\ 3b & 6 & 3 \\ 2c & 1 & 1 \end{bmatrix}$, $B = \begin{bmatrix} 8 & 10 & 2 \\ 3 & 6 & 3 \\ 6 & 1 & 1 \end{bmatrix}$, jika $A=B$ maka $a-b+c=...$
2. Carilah 2 permasalahan di kehidupan sehari-hari yang berkaitan dengan matriks kemudian transpose matriksnya.

Penyelesaian:

KEGIATAN BELAJAR SISWA 2

OPERASI PADA MATRIKS

Indikator : 3.3.3. Menjelaskan konsep operasi matriks

4.3.1. Menggunakan prosedur untuk melakukan operasi pada matriks

4.3.2 Menggunakan prosedur untuk menyelesaikan masalah yang berkaitan dengan operasi matriks

Petunjuk penggunaan LKS :

1. Bacalah do'a sebelum memulai pembelajaran.
2. Pahami materi di bawah ini dengan cermat.
3. Bertanyalah dengan teman kelompokmu jika ada yang tidak diketahui dari materi di bawah.
4. Tunjukkan salah satu teman kelompokmu untuk berperan sebagai guru dalam menjelaskan materi di depan kelas.
5. Buatlah kesimpulan mengenai materi di bawah pada kolom rangkuman yang sudah disediakan.
6. Latihlah pemahamanmu dengan mengerjakan soal-soal yang sudah disediakan.

A. Penjumlahan Matriks

Jika A dan B dua matriks yang berordo sama, maka jumlah antara matriks A dan matriks B, ditulis $A + B$ merupakan suatu matriks yang elemen-elemennya diperoleh dengan menjumlahkan setiap unsur matriks A dengan unsur matriks B yang seletak.



MARI MENGINGAT

Apabila dua buah matriks memiliki **ordo yang sama**, penjumlahan dua matriks itu adalah **penjumlahan elemen-elemen yang seletak** pada kedua matriks itu.



Contoh soal:

$$A = \begin{bmatrix} 1 & 3 \\ 5 & 2 \end{bmatrix}; B = \begin{bmatrix} 1 & 3 \\ 5 & 2 \\ 0 & 0 \end{bmatrix}; C = \begin{bmatrix} 5 & 3 \\ 6 & 3 \end{bmatrix}; D = \begin{bmatrix} 1 & 2 & 4 \\ 5 & 3 & 2 \end{bmatrix}; \text{ dan } E = \begin{bmatrix} 2 & 1 \\ 3 & 5 \\ 6 & 0 \end{bmatrix}$$

Maka

$$2. A + C = \begin{bmatrix} 1 & 3 \\ 5 & 2 \end{bmatrix} + \begin{bmatrix} 5 & 3 \\ 6 & 3 \end{bmatrix} = \begin{bmatrix} 1+5 & 3+3 \\ 5+6 & 2+3 \end{bmatrix} = \begin{bmatrix} 6 & 6 \\ 11 & 5 \end{bmatrix}$$

3. $A + B =$ tidak terdefinisi karena ordo matriks A (yaitu 2×2) sedangkan ordo matriks B (yaitu 3×2)

4. $A + D =$ tidak terdefinisi karena ordo matriks A (yaitu 2×2) sedangkan ordo matriks D (yaitu 2×3)

5. $B + D =$ tidak terdefinisi karena ordo matriks A (yaitu 3×2) sedangkan ordo matriks B (yaitu 2×3)

$$6. B + E = \begin{bmatrix} 1 & 3 \\ 5 & 2 \\ 0 & 0 \end{bmatrix} + \begin{bmatrix} 2 & 1 \\ 3 & 5 \\ 6 & 0 \end{bmatrix} = \begin{bmatrix} 1+2 & 3+1 \\ 5+3 & 2+5 \\ 0+6 & 0+0 \end{bmatrix} = \begin{bmatrix} 3 & 4 \\ 8 & 7 \\ 6 & 0 \end{bmatrix}$$

B. Pengurangan Matriks



MARI MENINGAT

Pengurangan dua matriks secara prinsip sama dengan penjumlahan antara dua matriks, apabila dua buah matriks memiliki **ordo yang sama**, pengurangan dua matriks itu adalah **pengurangan elemen-elemen yang seletak** pada kedua matriks itu. Atau penjumlahan dua matriks dengan lawannya



Contoh soal:

$$A = \begin{bmatrix} 1 & 3 \\ 5 & 2 \end{bmatrix}; B = \begin{bmatrix} 1 & 3 \\ 5 & 2 \\ 0 & 0 \end{bmatrix}; C = \begin{bmatrix} 5 & 3 \\ 6 & 3 \end{bmatrix}; D = \begin{bmatrix} 1 & 2 & 4 \\ 5 & 3 & 2 \end{bmatrix}; \text{ dan } E = \begin{bmatrix} 2 & 1 \\ 3 & 5 \\ 6 & 0 \end{bmatrix}$$

Maka

$$3. C - A = \begin{bmatrix} 5 & 3 \\ 6 & 3 \end{bmatrix} - \begin{bmatrix} 1 & 3 \\ 5 & 2 \end{bmatrix} = \begin{bmatrix} 5-1 & 3-3 \\ 6-5 & 3-2 \end{bmatrix} = \begin{bmatrix} 4 & 0 \\ 1 & 1 \end{bmatrix}$$

4. $A - B =$ tidak terdefinisi karena ordo matriks A (yaitu 2×2) sedangkan ordo matriks B (yaitu 3×2)

5. $A - D =$ tidak terdefinisi karena ordo matriks A (yaitu 2×2) sedangkan ordo matriks D (yaitu 2×3)

6. $B - D =$ tidak terdefinisi karena ordo matriks A (yaitu 3×2) sedangkan ordo matriks B (yaitu 2×3)

$$7. B - E = \begin{bmatrix} 1 & 3 \\ 5 & 2 \\ 0 & 0 \end{bmatrix} - \begin{bmatrix} 2 & 1 \\ 3 & 5 \\ 6 & 0 \end{bmatrix} = \begin{bmatrix} 1-2 & 3-1 \\ 5-3 & 2-5 \\ 0-6 & 0-0 \end{bmatrix} = \begin{bmatrix} -1 & 2 \\ 2 & -3 \\ -6 & 0 \end{bmatrix}$$

C. Perkalian Skalar Matriks

MARI MENINGAT



Jika matriks A dan B berordo sama, dan $k, m \in \mathbb{R}$ (bilangan Real), maka berlaku sifat-sifat:

1. $kA = Ak$
2. $(k + m)A = kA + mA$
3. $k(A + B) = kA + kB$
4. $k(mA) = (km)A$



Contoh soal:

1. Diketahui $A = \begin{bmatrix} 4 & 0 \\ 1 & -5 \\ -2 & 3 \end{bmatrix}$ dan $B = \begin{bmatrix} 2 & -6 \\ 3 & 8 \\ 2 & 7 \end{bmatrix}$

a. $3A$

$$3A = 3 \begin{bmatrix} 4 & 0 \\ 1 & -5 \\ -2 & 3 \end{bmatrix} = \begin{bmatrix} 3.4 & 3.0 \\ 3.1 & (3).-5 \\ (3).-2 & 3.3 \end{bmatrix} = \begin{bmatrix} 12 & 0 \\ 3 & -15 \\ -6 & 9 \end{bmatrix}$$

b. $4A + B = 3 \begin{bmatrix} 4 & 0 \\ 1 & -5 \\ -2 & 3 \end{bmatrix} + \begin{bmatrix} 2 & -6 \\ 3 & 8 \\ 2 & 7 \end{bmatrix} = \begin{bmatrix} 4.4 & 4.0 \\ 4.1 & (4).-5 \\ (4).-2 & 4.3 \end{bmatrix} + \begin{bmatrix} 2 & -6 \\ 3 & 8 \\ 2 & 7 \end{bmatrix}$

$$\begin{bmatrix} 16 & 0 \\ 4 & -20 \\ -8 & 12 \end{bmatrix} + \begin{bmatrix} 2 & -6 \\ 3 & 8 \\ 2 & 7 \end{bmatrix} = \begin{bmatrix} 16+2 & 0+(-6) \\ 4+3 & -20+8 \\ -8+2 & 12+7 \end{bmatrix} = \begin{bmatrix} 18 & -6 \\ 7 & -2 \\ -6 & 19 \end{bmatrix}$$

D. Perkalian Dua Matriks

Permasalahan



PT Melodi adalah sebuah perusahaan multinasional yang bergerak dibidang penjualan alat-alat musik. Perusahaan tersebut memiliki beberapa toko penjualan di beberapa kota besar di Indonesia. Persediaan alat-alat musik di setiap toko disajikan pada tabel berikut:

Sumber	Jenis alat musik			
	Piano	Gitar	Terompet	Seksopon
Medan	95	68	85	75
Surabaya	70	57	120	80
Makasar	85	60	56	90
Yogya	45	90	87	64

Tabel di bawah ini menyatakan harga satu buah untuk setiap jenis alat musik

Alat musik	Harga (Rp)
Piano	15.000.000
Gitar	1.500.000
Terompet	5.000.000
seksopon	5.000.000

Kita misalkan matriks $A_{4 \times 4} = \begin{bmatrix} 95 & 68 & 85 & 75 \\ 70 & 57 & 120 & 80 \\ 85 & 60 & 56 & 90 \\ 45 & 90 & 87 & 64 \end{bmatrix}$ yang menunjukkan jumlah

setiap alat musik di setiap daerah, dan matriks $B_{4 \times 1} = \begin{bmatrix} 15.000.000 \\ 1.500.000 \\ 5.000.000 \\ 5.000.000 \end{bmatrix}$ yang

menunjukkan harga per unit alat musik.

Maka untuk menentukan total biaya alat musik di setiap kota di peroleh sebagai berikut:

- a. Medan = $(85 \text{ piano} \times 15.000.000) + (68 \text{ gitar} \times 1.500.000) + (85 \text{ terompet} \times 5.000.000) + (75 \times 5.000.000)$
 $= 2.327.000.000$
- b. Surabaya = $(70 \text{ piano} \times 15.000.000) + (57 \text{ gitar} \times 1.500.000) + (120 \text{ terompet} \times 5.000.000) + (80 \times 5.000.000)$
 $= 2.135.500.000$
- c. Makasar = $(85 \text{ piano} \times 15.000.000) + (60 \text{ gitar} \times 1.500.000) + (56 \text{ terompet} \times 5.000.000) + (90 \times 5.000.000)$
 $= 2.805.00.000$
- d. Yogya = $(45 \text{ piano} \times 15.000.000) + (90 \text{ gitar} \times 1.500.000) + (87 \text{ terompet} \times 5.000.000) + (64 \times 5.000.000)$
 $= 7.640.000.000$

MARI MENINGAT



Sehingga jika kita misalkan Matriks $A_{m \times n}$ dan Matriks $B_{n \times p}$, matriks A dapat dikalikandengan matriks B jika **banyaknya kolom pada matriks A sama dengan banyaknya baris pada matriks B**.

Hasil perkalian dua matriks $A \times B$ adalah sebuah matrik baru yang elemennya diperoleh dari penjumlahan hasil perkalian antara elemen baris pada matriks A dengan elemen kolom pada matriks B.

$$A_{2 \times 2} \times B_{2 \times 1} = A_{2 \times 1}$$

Banyaknya kolom harus sama dengan banyaknya baris
 Ordo hasil kali (2 x 1)

$$\text{sehingga } \begin{bmatrix} a & b \\ c & d \end{bmatrix} \begin{bmatrix} e \\ f \end{bmatrix} = \begin{bmatrix} ae + bf \\ ce + df \end{bmatrix}$$

Contoh soal

$$2. D = \begin{bmatrix} 1 & 2 & 4 \\ 5 & 3 & 2 \end{bmatrix}; \text{ dan } E = \begin{bmatrix} 2 & 1 \\ 3 & 5 \\ 6 & 0 \end{bmatrix}, D \times E = \dots$$

Penyelesaian : diketahui : $D = \begin{bmatrix} 1 & 2 & 4 \\ 5 & 3 & 2 \end{bmatrix}$; dan $E = \begin{bmatrix} 2 & 1 \\ 3 & 5 \\ 6 & 0 \end{bmatrix}$

Ditanya : $D \times E$

$$\text{Jawab : } D \times E = \begin{bmatrix} 1 & 2 & 4 \\ 5 & 3 & 2 \end{bmatrix} \times \begin{bmatrix} 2 & 1 \\ 3 & 5 \\ 6 & 0 \end{bmatrix}$$

=

$$\begin{bmatrix} (1.2) + (2.3) + (4.6) & (1.1) + (2.5) + (4.0) \\ (5.2) + (3.3) + (2.6) & (5.1) + (3.5) + (2.0) \end{bmatrix}$$

$$= \begin{bmatrix} 2 + 6 + 24 & 1 + 10 + 0 \\ 10 + 9 + 12 & 5 + 15 + 0 \end{bmatrix}$$

$$= \begin{bmatrix} 32 & 11 \\ 41 & 20 \end{bmatrix}$$



Mari Diskusi

1. Pahami materi tentang pengertian matriks dan jenis-jenis matriks
2. Tanyalah dengan teman sekelompokmu jika ada yang anda tidak ketahui mengenai materi operasi matriks

Kesimpulan

Tugas individu

buatlah 6 buah matriks yang mempunyai ordo 2×2 (2 matriks), 3×3 (2 matriks), 3×2 , 2×3 , kemudian kerjakanlah hasil dari:

1. Penjumlahan dari matriks 2×2 dan 3×3
2. Pengurangan dari matriks 2×2 dan 3×3
3. Perkalian matriks berordo 3×2 dengan skalar $k = 3$ dan matriks yang berordo 2×3 dengan skalar $k = -3$
4. Perkalian dua matriks 3×2 dengan 2×3

Penyelesaian:

KEGIATAN BELAJAR SISWA 3

DETERMINAN DAN INVERS MATRIKS ORDO 2X2 DAN 3X3

Indikator : 3.4.1 Menjelaskan determinan dan invers matriks berordo 2x2 dan 3x3
3.4.2. Menganalisis determinan dan invers matriks berordo 2x2 dan 3x3
4.4.1 Menggunakan prosedur untuk menyelesaikan masalah yang berkaitan dengan determinan dan invers matriks 2x2 dan 3x3.

Petunjuk penggunaan LKS :

1. Bacalah do'a sebelum memulai pembelajaran.
2. Pahami materi di bawah ini dengan cermat.
3. Bertanyalah dengan teman kelompokmu jika ada yang tidak diketahui dari materi di bawah.
4. Tunjukkan salah satu teman kelompokmu untuk berperan sebagai guru dalam menjelaskan materi di depan kelas.
5. Buatlah rangkuman mengenai materi di bawah pada kolom rangkuman yang sudah disediakan.
6. Latihlah pemahamanmu dengan mengerjakan soal-soal yang sudah disediakan.

E. Determinan Matriks

1. Determinan Matriks 2 x 2

Permasalahan



Pada hari Minggu Bella dan sisi pergi ke toko buah, mereka membeli dua jenis buah yang sama akan tetapi harganya berbeda.



Aku membeli 5 buah apel dan 3 buah semangka, kalau kamu beli berapa?

Aku membeli 4 buah apel dan 4 buah semangka, dengan harga Rp 46.000, kalau kamu Bella?





Aku membayar Rp.43.500.
Ayo berapa harga 1 buah
apel dan 1 buah
semangkanya ?.



Waaah...
berapa yaa

Alternatif Penyelesaian

Cara I

Ingat kembali materi sistem persamaan linear yang sudah kamu pelajari. Buatlah sistem persamaan linear dari masalah tersebut, lalu selesaikan dengan matriks.

Misalkan : x = harga satu buah apel

y = harga satu buah semangka

Sistem persamaan liniernya: $5x + 3y = 43.500$

$4x + 4y = 46.000$

Dalam bentuk matriks:

$$\begin{bmatrix} 5 & 3 \\ 4 & 4 \end{bmatrix} \begin{bmatrix} x \\ y \end{bmatrix} = \begin{bmatrix} 43.500 \\ 46.000 \end{bmatrix}$$

Ingat kembali bentuk Sistem Persamaan Dua Variabel

$$ax + by = p$$

$$cx + dy = q$$

Apabila disajikan dalam bentuk matriks sebagai berikut:

$\begin{bmatrix} a & b \\ c & d \end{bmatrix} \begin{bmatrix} x \\ y \end{bmatrix} = \begin{bmatrix} p \\ q \end{bmatrix}$ solusi persamaan tersebut adalah

$$x = \frac{dp-bq}{ad-bc} \text{ dan } y = \frac{aq-bc}{dp-bq}, ad \neq bc$$

Cara II

Dalam konsep matriks $ad-bc$ disebut dengan determinan matriks berordo 2×2 .

Apanbila matriks berordo 2×2 yaitu $\begin{bmatrix} a & b \\ c & d \end{bmatrix}$ maka determinan dari matriks A

didefinisikan: $|A| = \begin{vmatrix} a & b \\ c & d \end{vmatrix} = ad - bc$

MARI MENINGAT



Determinan dari suatu matriks persegi A dinotasikan **det A** atau $|A|$, oleh karena itu nilai x dan y pada persamaan di atas dapat di tulis menjadi:

$$x = \frac{\begin{vmatrix} p & b \\ q & d \end{vmatrix}}{\begin{vmatrix} a & b \\ c & d \end{vmatrix}} \text{ dan } y = \frac{\begin{vmatrix} a & p \\ c & q \end{vmatrix}}{\begin{vmatrix} a & b \\ c & d \end{vmatrix}} \text{ dengan syarat } \begin{vmatrix} a & b \\ c & d \end{vmatrix} \neq 0$$

satu buah apel dan nilai y = harga satu buah semangka dapat ditentukan dengan menggunakan rumus di atas, yaitu :

$$x = \frac{\begin{vmatrix} p & b \\ q & d \end{vmatrix}}{\begin{vmatrix} a & b \\ c & d \end{vmatrix}} = \frac{\begin{vmatrix} 43.500 & 3 \\ 46.000 & 4 \end{vmatrix}}{\begin{vmatrix} 5 & 3 \\ 4 & 4 \end{vmatrix}} = \frac{43.500(4) - 46.000(3)}{20 - 12} = \frac{174.000 - 138.000}{20 - 12} = \frac{36.000}{8} = 4.500$$

$$y = \frac{\begin{vmatrix} a & p \\ c & q \end{vmatrix}}{\begin{vmatrix} a & b \\ c & d \end{vmatrix}} = \frac{\begin{vmatrix} 5 & 43.500 \\ 4 & 46.000 \end{vmatrix}}{\begin{vmatrix} 5 & 3 \\ 4 & 4 \end{vmatrix}} = \frac{(5) 46.000 - (4) 43.500}{20 - 12} = \frac{230.000 - 174.000}{20 - 12} = \frac{56.000}{8} = 7.000$$

Jadi harga satuan buah yang mayang dan sisi beli adalah Rp4.500 untuk harga apel dan Rp7.000 untuk harga semangka

Sifat-sifat Determinan Matriks

MARI MENINGAT



Misalkan matriks A dan B berordo $m \times n$ dengan $m, n \in \mathbb{N}$

1. Jika $\det A = |A|$ dan $\det B = |B|$, maka $\det A \cdot \det B = \det AB$ atau $|A||B| = |AB|$
2. Jika $\det A = |A|$ dan $\det A^t = |A^t|$, maka $\det A = \det A^t$ atau $|A| = |A^t|$
3. Jika $\det A = |A|$ dan $\det A^{-1} = |A^{-1}|$, maka $|A^{-1}| = \frac{-1}{|A|}$

2. Determinan Matriks 3 x 3

Permasalahan



Agen perjalanan Sumatera Holidays menawarkan paket perjalanan ke Danau Toba, yaitu menginap di Inna Parapat Hotel, Transportasi ke tiap tempat wisata, dan makan di Singgalang Restaurant. Pket perjalanan yang ditawarkan yaitu paket I terdiri 4 malam menginap, 3 tempat wisata dan 5 kali makan dengan biaya Rp 2.030.0000. Paket II dengan 3 malam menginap, 4 tempat wisata, dan 7 kali makan dengan biaya Rp1.790.000. Paket III dengan 5 malam menginap, 5 tempat wisata dan 4 kali makan dengan biaya Rp2.500.000. maka biaya sewa hotel satu malam, satu kali transportasi, dan satu kali makan adalah?

Paket	Penginapan	Transpostasi	Makan	Biaya
I	4	3	5	Rp 2.030.0000
II	3	4	7	Rp1.790.000
III	5	5	4	Rp2.500.000

Dengan memisalkan paket I (x), paket II (y), paket III (z).

Maka sistem persamaannya:

$$4x + 3y + 5z = 2.030.000$$

$$3x + 4y + 7z = 1.790.000$$

$$5x + 5y + 4z = 2.500.000$$



Di tulis dalam bentuk matriks

$$\begin{bmatrix} 4 & 3 & 5 \\ 3 & 4 & 7 \\ 5 & 5 & 4 \end{bmatrix} \begin{bmatrix} x \\ y \\ z \end{bmatrix} = \begin{bmatrix} 2.030.000 \\ 1.790.000 \\ 2.500.000 \end{bmatrix}$$

Determinan ordo 3 x 3 dengan Metode Sarrus

$$\begin{bmatrix} a & b & c \\ d & e & f \\ g & h & i \end{bmatrix} \rightarrow \begin{bmatrix} a_{11} & a_{12} & a_{13} \\ a_{21} & a_{22} & a_{23} \\ a_{31} & a_{32} & a_{33} \end{bmatrix}$$

Untuk mencari determinan maka matriks di atas kita keluarkan menjadi dua kolom pertama yaitu kolom pertama dan kolom kedua kita keluarkan menjadi:

$$|A| = \begin{vmatrix} a & b & c & a & c \\ d & e & f & d & f \\ g & h & i & g & h \end{vmatrix}$$

+ + +

$$\text{Det } A = |A| = (aei + bfg + cdh) - (ceg + afh + cdi)$$

Atau

$$\text{Det } A = |A| = aei + bfg + cdh - ceg - afh - cdi$$

Mari kita selesaikan masalah di atas menggunakan metode sarrus

$$\begin{bmatrix} 4 & 3 & 5 \\ 3 & 4 & 7 \\ 5 & 5 & 4 \end{bmatrix} \begin{bmatrix} x \\ y \\ z \end{bmatrix} = \begin{bmatrix} 2.030.000 \\ 1.790.000 \\ 2.500.000 \end{bmatrix}$$

$$A = \begin{bmatrix} 4 & 3 & 5 \\ 3 & 4 & 7 \\ 5 & 5 & 4 \end{bmatrix} = \begin{vmatrix} 4 & 3 & 5 & 4 & 3 \\ 3 & 4 & 7 & 3 & 4 \\ 5 & 5 & 4 & 5 & 5 \end{vmatrix}$$

$$A = ((4.4.4) + (3.7.5) + (5.3.5)) - ((5.4.5) + (4.7.5) + (3.3.4))$$

$$A = (64 + 105 + 75) - (100 + 140 + 36)$$

$$A = 244 - 276$$

$$A = -32$$

Untuk menentukan nilai x, y, dan z kita akan menggunakan determinan matriks sebagai cara menyelesaikan permasalahan tersebut

$$\Delta X = \begin{vmatrix} 2.030.000 & 3 & 5 & 2.030.000 & 3 \\ 1.790.000 & 4 & 7 & 1.790.000 & 4 \\ 2.500.000 & 5 & 4 & 2.500.000 & 5 \end{vmatrix}$$

Lanjutkan penyelesaian di bawah ini dengan teman kelompok mu

$$\Delta X =$$

$$\Delta X =$$

$$\Delta X =$$

$$\Delta X =$$

$$\Delta Y = \begin{vmatrix} 4 & 2.030.000 & 5 \\ 3 & 1.790.000 & 7 \\ 5 & 2.500.000 & 4 \end{vmatrix} \begin{vmatrix} 4 & 2.030.000 \\ 3 & 1.790.000 \\ 5 & 2.500.000 \end{vmatrix}$$

$$\Delta Y =$$

$$\Delta Y =$$

$$\Delta Y =$$

$$\Delta Y =$$

$$\Delta Z = \begin{vmatrix} 4 & 3 & 2.030.000 \\ 3 & 4 & 1.790.000 \\ 5 & 5 & 2.500.000 \end{vmatrix} \begin{vmatrix} 4 & 3 \\ 3 & 4 \\ 5 & 5 \end{vmatrix}$$

$$\Delta Z =$$

$$\Delta Z =$$

$$\Delta Z =$$

$$\Delta Z =$$

$$X = \frac{\Delta X}{A} = \frac{\begin{vmatrix} 2.030.000 & 3 & 5 \\ 1.790.000 & 4 & 7 \\ 2.500.000 & 5 & 4 \end{vmatrix}}{\begin{vmatrix} 4 & 3 & 5 \\ 3 & 4 & 7 \\ 5 & 5 & 4 \end{vmatrix}} = - =$$

$$Y = \frac{\Delta Y}{A} = \frac{\begin{vmatrix} 4 & 2.030.000 & 5 \\ 3 & 1.790.000 & 7 \\ 5 & 2.500.000 & 4 \end{vmatrix}}{\begin{vmatrix} 4 & 3 & 5 \\ 3 & 4 & 7 \\ 5 & 5 & 4 \end{vmatrix}} = - =$$

$$Z = \frac{\Delta Z}{A} = \frac{\begin{vmatrix} 4 & 3 & 2.030.000 \\ 3 & 4 & 1.790.000 \\ 5 & 5 & 2.500.000 \end{vmatrix}}{\begin{vmatrix} 4 & 3 & 5 \\ 3 & 4 & 7 \\ 5 & 5 & 4 \end{vmatrix}} = - =$$

Sehingga dari hasil perhitungan dengan menggunakan determinan, diperoleh kesimpulan, penginapan/hari seharga Rp....., transportasi sekali jalan seharga Rp....., dan biaya sekali makan seharga Rp.....

3. Invers Matriks



APA YANG DI MAKSUD
INVERS MATRIKS?

Invers matriks A adalah sebuah matriks baru yang merupakan kebalikan dari matriks A dan apabila dikalikan antara matriks A dengan kebalikannya akan menghasilkan matriks Identitas. Invers matriks A dinotasikan dengan A^{-1}

MARI MENINGAT



✚ Invers dari matriks A yang mempunyai ordo 2×2 $A = \begin{bmatrix} a & b \\ c & d \end{bmatrix}$

adalah $A^{-1} = \frac{1}{\det A} \begin{bmatrix} -d & b \\ c & -a \end{bmatrix}$

✚ Invers dari matriks A yang mempunyai ordo 3×3

$A = \begin{bmatrix} a & b & c \\ d & e & f \\ g & h & i \end{bmatrix}$ adalah $A^{-1} = \frac{1}{\det A} \text{Adj } A$

$$\begin{bmatrix} 5 & 3 \\ 4 & 4 \end{bmatrix} \begin{bmatrix} x \\ y \end{bmatrix} = \begin{bmatrix} 43.500 \\ 46.000 \end{bmatrix} \rightarrow A \cdot X = B \leftrightarrow X = A^{-1}B$$

$$X = A^{-1}B \rightarrow A^{-1} = \frac{1}{\det A} \begin{bmatrix} -d & b \\ c & a \end{bmatrix} \\ = \frac{1}{ad-bc} \begin{bmatrix} -d & b \\ c & a \end{bmatrix}$$

$$= \frac{1}{20-12} \begin{bmatrix} -4 & 3 \\ 4 & -5 \end{bmatrix}$$

$$= \frac{1}{8} \begin{bmatrix} -4 & 3 \\ 4 & -5 \end{bmatrix}$$

$$= \begin{bmatrix} \frac{-4}{8} & \frac{3}{8} \\ \frac{4}{8} & \frac{-5}{8} \end{bmatrix}$$

$$X = A^{-1}B$$

$$\begin{bmatrix} x \\ y \end{bmatrix} = A^{-1} \begin{bmatrix} 43.500 \\ 46.000 \end{bmatrix} = \begin{bmatrix} \frac{-4}{8} & \frac{3}{8} \\ \frac{4}{8} & \frac{-5}{8} \end{bmatrix} \begin{bmatrix} 43.500 \\ 46.000 \end{bmatrix}$$

$$= \begin{bmatrix} \left(\frac{-4}{8}\right) 43.500 + \frac{3}{8}(46.000) \\ \frac{4}{8}(43.500) + \left(\frac{-5}{8}\right) 46.000 \end{bmatrix} = \begin{bmatrix} -21.750 + 17.250 \\ 21.750 + (-28.750) \end{bmatrix}$$

$$= \begin{bmatrix} 4.500 \\ 7.000 \end{bmatrix}$$

Jadi nilai $x = 4.500$ dan $y = 7.000$, dengan ini permasalahan yang dilakukan dengan dua cara yaitu determinan dan invers menghasilkan jawaban yang sama.

Invers 3 x 3

$$\begin{bmatrix} 4 & 3 & 5 \\ 3 & 4 & 7 \\ 5 & 5 & 4 \end{bmatrix} \begin{bmatrix} x \\ y \\ z \end{bmatrix} = \begin{bmatrix} 2.030.000 \\ 1.790.000 \\ 2.500.000 \end{bmatrix}$$

MARI MENINGAT



- Terlebih dahulu kita mencari minor matriks A
- Minor matriks A adalah : M_{11}
- M_{11} = artinya determinan matriks ordo 2x2 di peroleh dari menghilangkan elemen-elemen pada baris ke 1 dan kolom ke 1 pada matriks ordo 3x3

$$M_{11} = \begin{vmatrix} \cancel{4} & \cancel{3} & \cancel{5} \\ 3 & 4 & 7 \\ 5 & 5 & 4 \end{vmatrix} = \begin{vmatrix} 4 & 7 \\ 5 & 4 \end{vmatrix} = 4 \cdot 4 - 5 \cdot 7 = 16 - 35 = -19$$

Lanjutkan penyelesaian di bawah ini dengan teman kelompok mu

$$M_{12} = \begin{vmatrix} 4 & 3 & 5 \\ 3 & 4 & 7 \\ 5 & 5 & 4 \end{vmatrix} = \quad | \quad = \quad \underline{\hspace{1cm}} = \underline{\hspace{1cm}} = \underline{\hspace{1cm}}$$

$$M_{13} = \begin{vmatrix} 4 & 3 & 5 \\ 3 & 4 & 7 \\ 5 & 5 & 4 \end{vmatrix} = \quad | \quad = \quad \underline{\hspace{1cm}} = \underline{\hspace{1cm}} = \underline{\hspace{1cm}}$$

$$M_{21} = \begin{vmatrix} 4 & 3 & 5 \\ 3 & 4 & 7 \\ 5 & 5 & 4 \end{vmatrix} = \quad | \quad = \quad \underline{\hspace{1cm}} = \underline{\hspace{1cm}} = \underline{\hspace{1cm}}$$

$$M_{22} = \begin{vmatrix} 4 & 3 & 5 \\ 3 & 4 & 7 \\ 5 & 5 & 4 \end{vmatrix} = \quad | \quad = \quad \underline{\hspace{1cm}} = \underline{\hspace{1cm}} = \underline{\hspace{1cm}}$$

$$M_{23} = \begin{vmatrix} 4 & 3 & 5 \\ 3 & 4 & 7 \\ 5 & 5 & 4 \end{vmatrix} = \quad | \quad = \quad \underline{\hspace{1cm}} = \underline{\hspace{1cm}} = \underline{\hspace{1cm}}$$

$$M_{31} = \begin{vmatrix} 4 & 3 & 5 \\ 3 & 4 & 7 \\ 5 & 5 & 4 \end{vmatrix} = \quad | \quad = \quad \underline{\hspace{1cm}} = \underline{\hspace{1cm}} = \underline{\hspace{1cm}}$$

$$M_{32} = \begin{vmatrix} 4 & 3 & 5 \\ 3 & 4 & 7 \\ 5 & 5 & 4 \end{vmatrix} = \quad | \quad = \quad \underline{\hspace{1cm}} = \underline{\hspace{1cm}} = \underline{\hspace{1cm}}$$

$$M_{33} = \begin{vmatrix} 4 & 3 & 5 \\ 3 & 4 & 7 \\ 5 & 5 & 4 \end{vmatrix} = \quad | \quad = \quad \underline{\hspace{1cm}} = \underline{\hspace{1cm}} = \underline{\hspace{1cm}}$$

Minor Matriks A = $\begin{bmatrix} \quad & \quad & \quad \\ \quad & \quad & \quad \\ \quad & \quad & \quad \end{bmatrix}$

Kofaktor Matriks A = $\begin{bmatrix} (+)a_{11} & (-)a_{12} & (+)a_{13} \\ (-)a_{21} & (+)a_{22} & (-)a_{23} \\ (+)a_{31} & (-)a_{32} & (+)a_{33} \end{bmatrix}$

A = $\begin{bmatrix} \quad & \quad & \quad \\ \quad & \quad & \quad \\ \quad & \quad & \quad \end{bmatrix}$

Adjoin matriks A dicari dengan mencari transpose dari kofaktor matriks A, sehingga :

$$AdjA = \begin{bmatrix} (+)a_{11} & (-)a_{21} & (+)a_{31} \\ (-)a_{12} & (+)a_{22} & (-)a_{32} \\ (+)a_{13} & (-)a_{23} & (+)a_{33} \end{bmatrix}$$

$$\text{Adj } A = \begin{bmatrix} & & \\ & & \\ & & \end{bmatrix}$$

Dari matriks di atas, diperoleh invers dari matriks A adalah:

$$A^{-1} = \frac{1}{\det A} \text{Adj } A, \text{ sehingga}$$

$$A^{-1} = \frac{1}{\det A} \text{Adj } A = \frac{1}{\det A} \begin{bmatrix} & & \\ & & \\ & & \end{bmatrix}$$

Bentuk matriks A adalah

$$\begin{bmatrix} 4 & 3 & 5 \\ 3 & 4 & 7 \\ 5 & 5 & 4 \end{bmatrix} \begin{bmatrix} x \\ y \\ z \end{bmatrix} = \begin{bmatrix} 2.030.000 \\ 1.790.000 \\ 2.500.000 \end{bmatrix}$$

Bentuk tersebut dapat dinyatakan dalam bentuk persamaan $AX=B$, untuk memperoleh matriks X, yang elemen-elemennya merupakan harga penginapan/hari, harga transportasi, dan harga sekali makan. Kita kalikan dengan matriks A^{-1} ke ruas kiri dan ruas kanan persamaan $AX=B$, sehingga di peroleh:

$$A^{-1}AX = A^{-1}B$$

$$X = A^{-1}B$$

Lanjutkan penyelesaian di bawah ini dengan teman kelompok mu

$$X = \begin{bmatrix} & & \\ & & \\ & & \end{bmatrix} \begin{bmatrix} 2.030.000 \\ 1.790.000 \\ 2.500.000 \end{bmatrix}$$

$$X = \begin{bmatrix} & & \\ & & \\ & & \end{bmatrix}$$

$$X = \begin{bmatrix} & & \\ & & \\ & & \end{bmatrix}$$

$$X = \begin{bmatrix} & & \\ & & \\ & & \end{bmatrix} \rightarrow \begin{bmatrix} x \\ y \\ z \end{bmatrix} = \begin{bmatrix} & & \\ & & \\ & & \end{bmatrix}$$

Sehingga dari hasil perhitungan dengan menggunakan invers sama dengan determinan yaitu penginapan/hari seharga Rp....., transportasi sekali jalan seharga Rp....., dan biaya sekali makan seharga Rp.....

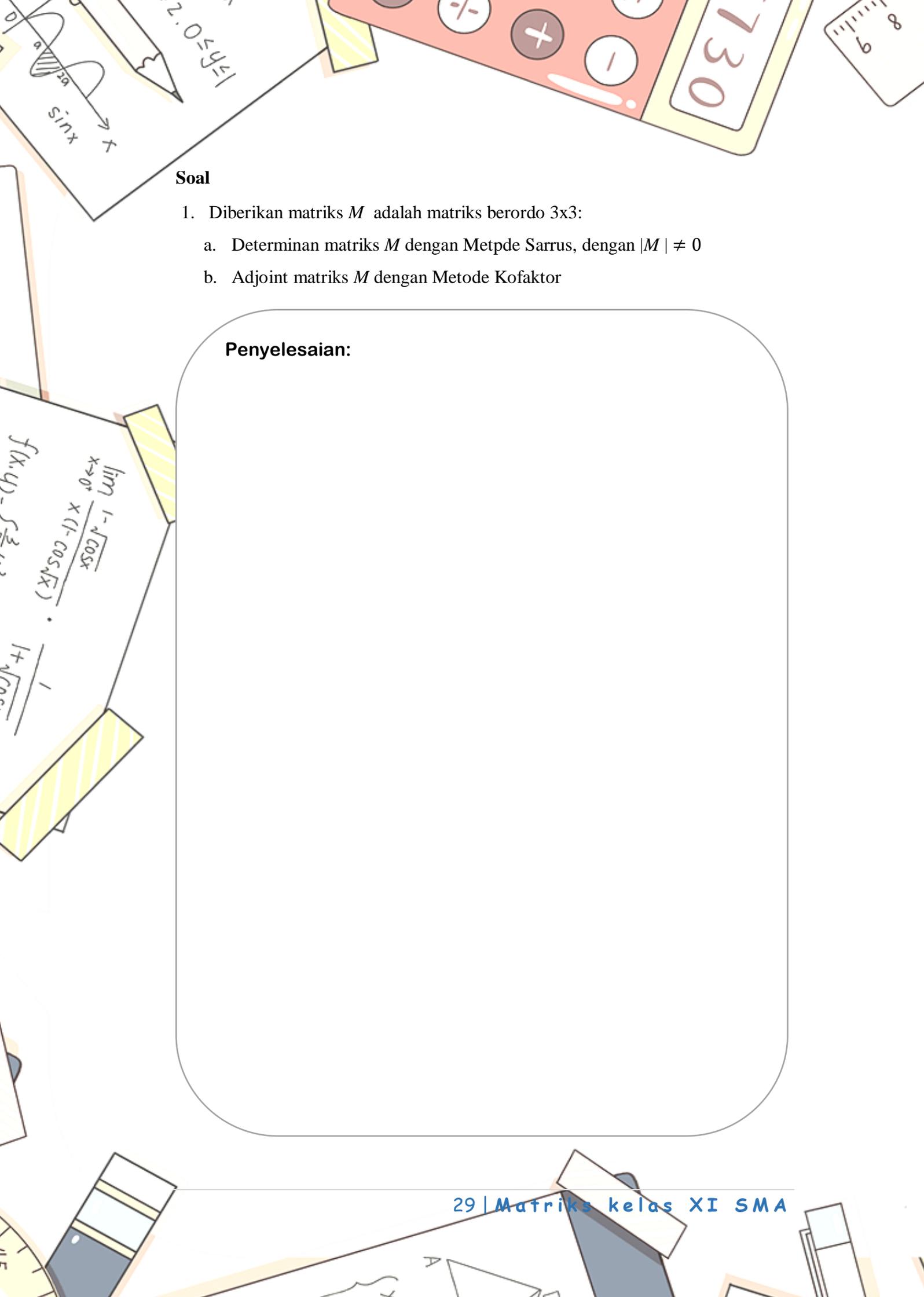
Sifat-sifat Invers Matriks

MARI MENINGAT



1. Misalkan matriks A berordo $n \times n$ dengan $n \in \mathbb{N}$, dan determinan A tidak sama dengan nol, jika A^{-1} adalah invers dari A , maka $(A^{-1})^{-1} = A$
2. Misalkan matriks A dan B berordo $n \times n$ dengan $n \in \mathbb{N}$, dan determinan A dan B tidak sama dengan nol, jika A^{-1} dan B^{-1} adalah invers dari matriks A dan B , maka $(AB)^{-1} = B^{-1}A^{-1}$

Rangkuman



Soal

1. Diberikan matriks M adalah matriks berordo 3×3 :
 - a. Determinan matriks M dengan Metode Sarrus, dengan $|M| \neq 0$
 - b. Adjoint matriks M dengan Metode Kofaktor

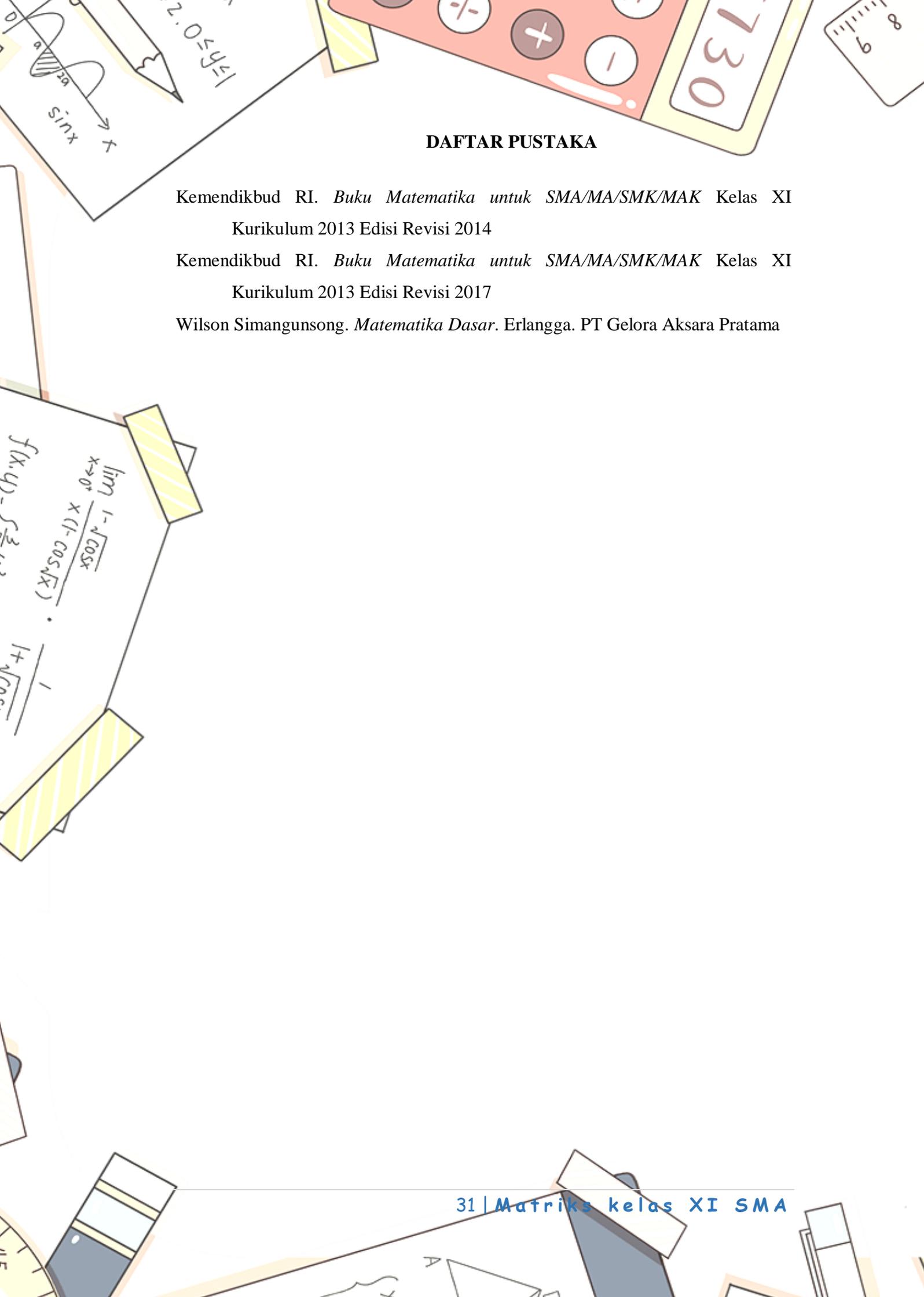
Penyelesaian:

LATIHAN

1. Masalah alokasi sumber daya

Agensi perjalanan menawarkan paket perjalanan ke Bali. Paket I terdiri dari 4 malam menginap, 3 tempat wisata dan 5 kali makan. Paket II dengan 3 malam menginap, 4 tempat wisata dan 7 kali makan. Paket III dengan 5 malam menginap, 4 tempat wisata dan tidak ada makan. Sewa hotel Rp400.000,00 per malam, transportasi ke tiap wisata Rp80.000,00, dan makan di restoran yang ditunjuk Rp90.000,00.

- Nyatakan matriks harga sewa hotel, transportasi dan makan
 - Nyatakan matriks paket yang ditawarkan.
 - Dengan menggunakan perkalian matriks, tentukan matriks biaya untuk tiap paket
 - Paket mana yang lebih menawarkan biaya termurah?
2. Misalkan A sebarang matriks persegi. Buktikan bahwa jika semua unsur dalam suatu matriks dalam suatu baris (atau kolom) matriks A dikalikan dengan sebuah bilangan $k \in \mathbb{R}$, maka determinannya juga dikalikan dengan bilangan itu.
3. Jika semua elemen persegi baris ke-1 suatu matriks persegi adalah nol. Tentukanlah determinan matriks.
4. Diberikan matriks M adalah matriks berordo 2×2 , dengan $|M| \neq 0$. Tentukan hubungan $|M|$ dengan $|M^{-1}|$.
5. Diketahui $A = \begin{bmatrix} 1 & 2 & 0 \\ 3 & -4 & 2 \\ 5 & 6 & -1 \end{bmatrix}$, tentukan:
- Determinan matriks A dengan Metode Sarrus
 - Adjoint matriks A dengan Metode Kofaktor



DAFTAR PUSTAKA

Kemendikbud RI. *Buku Matematika untuk SMA/MA/SMK/MAK Kelas XI Kurikulum 2013 Edisi Revisi 2014*

Kemendikbud RI. *Buku Matematika untuk SMA/MA/SMK/MAK Kelas XI Kurikulum 2013 Edisi Revisi 2017*

Wilson Simangunsong. *Matematika Dasar*. Erlangga. PT Gelora Aksara Pratama



LEMBAR KERJA PESERTA DIDIK (LKPD)

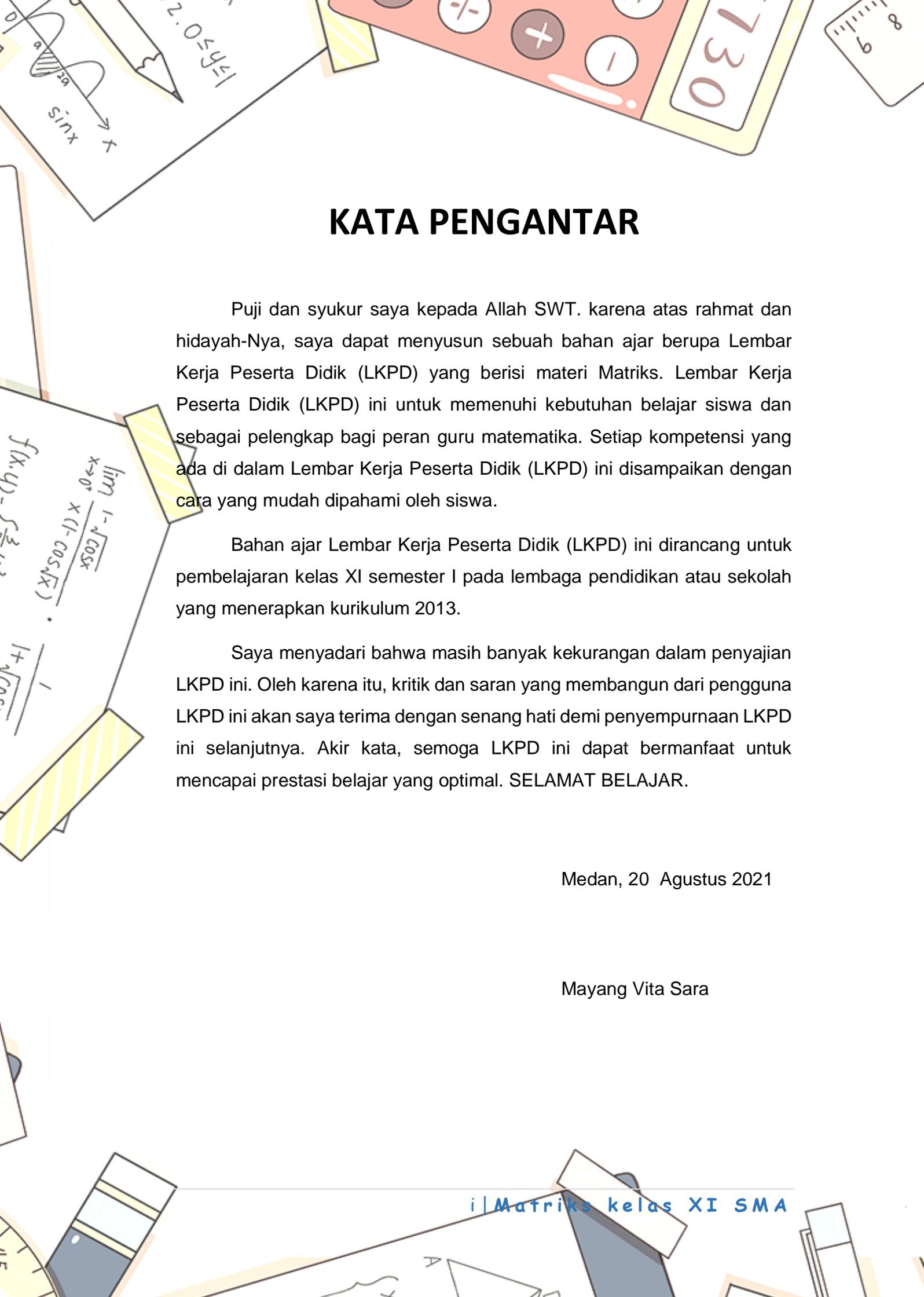
Berbasis Reciprocal Teaching

MATRIKS

MATEMATIKA KELAS XI SMA

NAMA:

KELAS:



KATA PENGANTAR

Puji dan syukur saya kepada Allah SWT. karena atas rahmat dan hidayah-Nya, saya dapat menyusun sebuah bahan ajar berupa Lembar Kerja Peserta Didik (LKPD) yang berisi materi Matriks. Lembar Kerja Peserta Didik (LKPD) ini untuk memenuhi kebutuhan belajar siswa dan sebagai pelengkap bagi peran guru matematika. Setiap kompetensi yang ada di dalam Lembar Kerja Peserta Didik (LKPD) ini disampaikan dengan cara yang mudah dipahami oleh siswa.

Bahan ajar Lembar Kerja Peserta Didik (LKPD) ini dirancang untuk pembelajaran kelas XI semester I pada lembaga pendidikan atau sekolah yang menerapkan kurikulum 2013.

Saya menyadari bahwa masih banyak kekurangan dalam penyajian LKPD ini. Oleh karena itu, kritik dan saran yang membangun dari pengguna LKPD ini akan saya terima dengan senang hati demi penyempurnaan LKPD ini selanjutnya. Akir kata, semoga LKPD ini dapat bermanfaat untuk mencapai prestasi belajar yang optimal. SELAMAT BELAJAR.

Medan, 20 Agustus 2021

Mayang Vita Sara

DAFTAR ISI

Kata Pengantar.....	I
Daftar Isi	II
Peta Konsep	III
Matriks	IV
Konsep dan Jenis-Jenis Matriks	1
Kesamaan dan Transpose Matriks.....	6
Operasi pada Matriks	10
Determinan dan Invers Matriks.....	17
Latihan.....	28
Daftar Pustaka	29

PETA KONSEP

MATRIKS

KONSEP DAN JENIS-JENIS MATRIKS

OPERASI PADA MATRIKS

DETERMINAN DAN INVERS MATRIKS

KESAMAAN DAN TRANSPOSE MATRIKS

PENJUMLAHAN

PERKALIAN SKALAR

DETERMINAN 2x2

INVERS

PENGURANGAN

PERKALIAN DUA MATRIKS

DETERMINAN 3x3

MATRIKS

Kompetensi Inti

KI 3: Mengetahui pengetahuan (faktual, konseptual, dan prosedural) berdasarkan rasa ingin tahunya tentang ilmu pengetahuan, teknologi, seni, budaya terkait fenomena dan kejadian tampak mata

KI 4: Mencoba mengolah, dan menyajikan dalam ranah konkret (menggunakan, mengurai, merangkai, memodifikasi, dan membuat) dan ranah abstrak (menulis, membaca, menghitung, menggambar, dan mengarang) sesuai dengan yang dipelajari di sekolah dan sumber lain yang sama dalam sudut pandang/teori.

Kompetensi Dasar

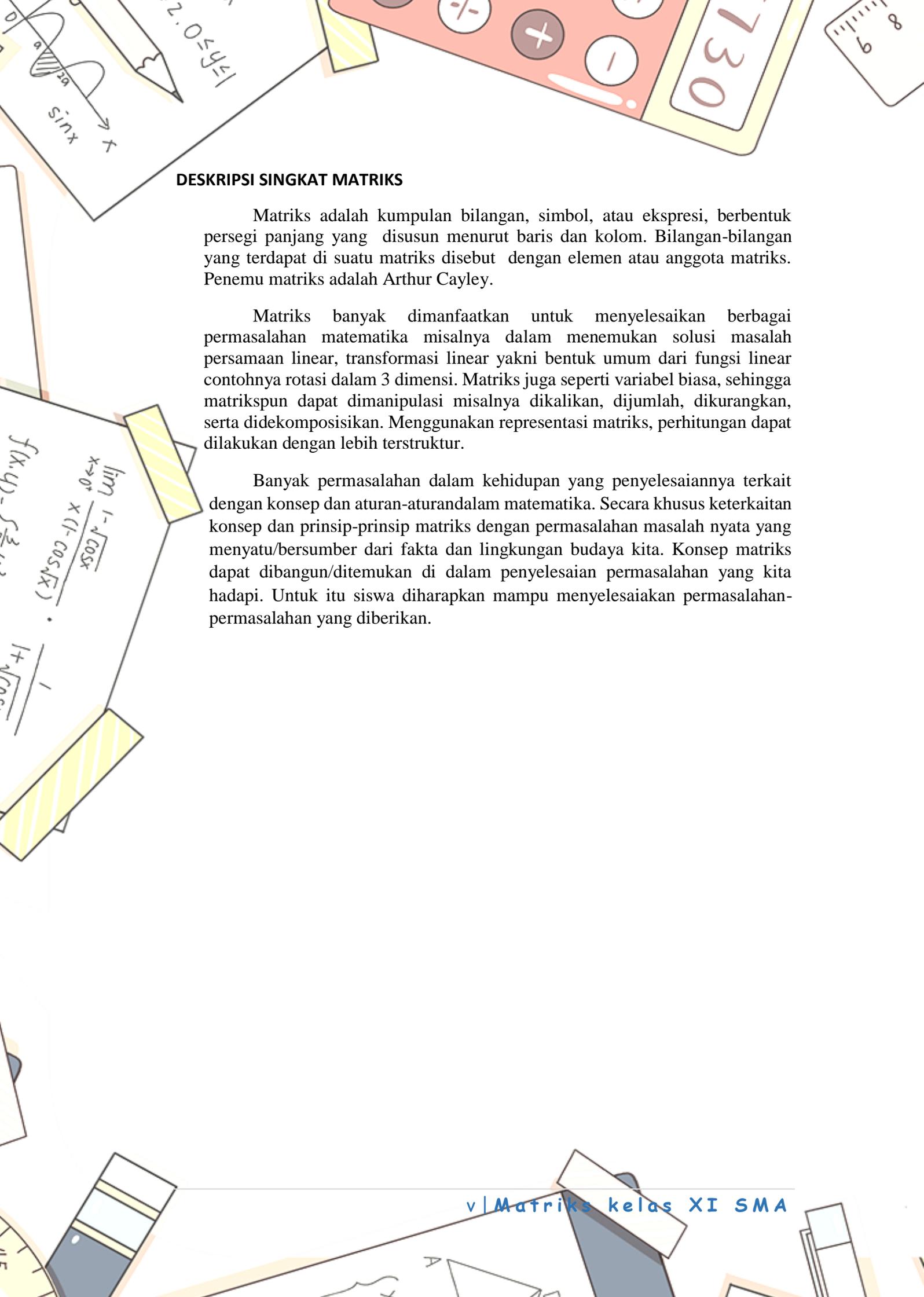
- 3.3 Menjelaskan matriks dan kesamaan matriks dengan menggunakan masalah kontekstual dan melakukan operasi pada matriks yang meliputi penjumlahan yang meliputi penjumlahan, pengurangan, dan perkalian
- 4.3 Menyelesaikan masalah kontekstual yang berkaitan dengan matriks dan operasinya
- 3.4 Menganalisis sifat-sifat determinan dan invers matriks berordo 2×2 dan 3×3
- 4.4 Menyelesaikan masalah kontekstual yang berkaitan dengan determinan dan invers matriks berordo 2×2 dan 3×3

Indikator Pembelajaran

- 3.3.1 Menjelaskan pengertian matriks
- 3.3.2 Menjelaskan transpose matriks, kesamaan dua matriks
- 3.3.3 Melakukan prosedur untuk melakukan operasi pada matriks
- 4.3.1 Menggunakan prosedur untuk menyelesaikan masalah yang berkaitan dengan matriks dan operasinya
- 3.4.1 Menyelesaikan determinan dan invers matriks berordo 2×2 dan 3×3
- 3.4.2 Mampu menjelaskan sifat-sifat determinan dan invers matriks berordo 2×2 dan 3×3
- 4.4.1 Menggunakan prosedur untuk menyelesaikan masalah yang berkaitan dengan matriks determinan dan invers matriks berordo 2×2 dan 3×3

Tujuan Pembelajaran

1. Mampu menjelaskan pengertian matriks
2. Mampu menjelaskan konsep operasi matriks
3. Menggunakan prosedur untuk melakukan operasi pada matriks
4. Menggunakan prosedur untuk menyelesaikan masalah yang berkaitan dengan matriks dan operasinya
5. Mampu menjelaskan determinan dan invers matriks berordo 2x2 dan 3x3
6. Mampu menjelaskan sifat-sifat determinan dan invers matriks berordo 2x2 dan 3x3
7. Menggunakan prosedur untuk menyelesaikan masalah yang berkaitan dengan matriks determinan dan invers matriks berordo 2x2 dan 3x3



DESKRIPSI SINGKAT MATRIKS

Matriks adalah kumpulan bilangan, simbol, atau ekspresi, berbentuk persegi panjang yang disusun menurut baris dan kolom. Bilangan-bilangan yang terdapat di suatu matriks disebut dengan elemen atau anggota matriks. Penemu matriks adalah Arthur Cayley.

Matriks banyak dimanfaatkan untuk menyelesaikan berbagai permasalahan matematika misalnya dalam menemukan solusi masalah persamaan linear, transformasi linear yakni bentuk umum dari fungsi linear contohnya rotasi dalam 3 dimensi. Matriks juga seperti variabel biasa, sehingga matrikspun dapat dimanipulasi misalnya dikalikan, dijumlah, dikurangkan, serta didekomposisikan. Menggunakan representasi matriks, perhitungan dapat dilakukan dengan lebih terstruktur.

Banyak permasalahan dalam kehidupan yang penyelesaiannya terkait dengan konsep dan aturan-aturandalam matematika. Secara khusus keterkaitan konsep dan prinsip-prinsip matriks dengan permasalahan masalah nyata yang menyatu/bersumber dari fakta dan lingkungan budaya kita. Konsep matriks dapat dibangun/ditemukan di dalam penyelesaian permasalahan yang kita hadapi. Untuk itu siswa diharapkan mampu menyelesaikan permasalahan-permasalahan yang diberikan.

KEGIATAN BELAJAR SISWA 1

KONSEP DAN JENIS-JENIS MATRIKS

Indikator : 3.3.1 Menjelaskan pengertian matriks

Petunjuk penggunaan LKS :

1. Bacalah do'a sebelum memulai pembelajaran.
2. Pahami materi di bawah ini dengan cermat.
3. Lakukan diskusi dengan teman kelompokmu dan bertanyalah dengan teman kelompokmu jika ada yang tidak diketahui dari materi di bawah.
4. Tunjukkan salah satu teman kelompokmu untuk berperan sebagai guru dalam menjelaskan materi di dalam kelompokmu.
5. Buatlah kesimpulan mengenai materi di bawah pada kolom yang sudah disediakan.
6. Latihlah pemahamanmu dengan mengerjakan soal-soal yang sudah disediakan.

A. Konsep Matriks

Dalam berita-berita olahraga di berita, sering ditemukan daftar dalam bentuk seperti berikut ini:

Klasemen Grup E

Cabang Sepak Bola Olimpiade Tokyo 2021

Negara	PD	Poin	M	S	K
Britania Raya	3	7	2	1	0
Kanada	3	5	1	2	0
Jepang	3	4	1	1	1
chili	3	0	0	0	3

Posisi angka-angka dalam tabel di atas dapat ditulis dalam bentuk lain yaitu:

$$\begin{bmatrix} 3 & 7 & 2 & 1 & 0 \\ 3 & 5 & 1 & 2 & 0 \\ 3 & 4 & 1 & 1 & 1 \\ 3 & 0 & 0 & 0 & 3 \end{bmatrix}$$

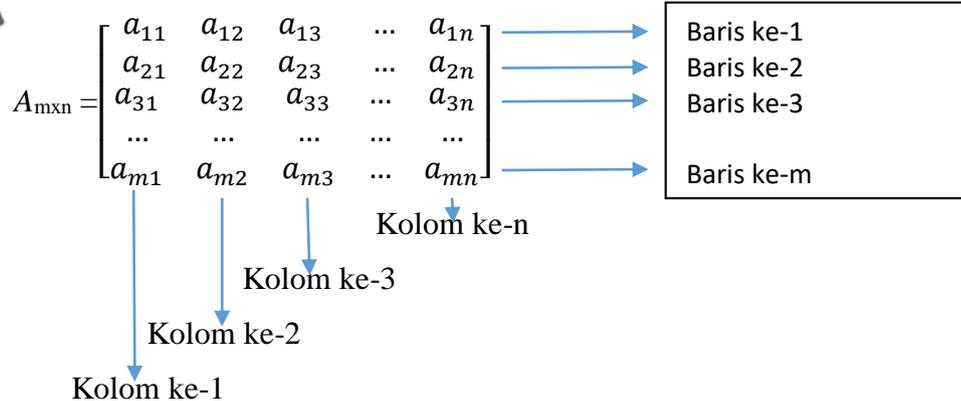
Dalam matematika, bentuk penulisan yang terdiri atas baris dan kolom tersebut dinamakan matriks. Setiap bilangan yang terdapat di dalam matriks tersebut dinamakan elemen matriks.

MARI MENINGAT



Matriks adalah susunan bilangan berbentuk persegi atau persegi panjang yang diatur menurut baris dan kolom, dan ditempatkan dalam tanda kurung biasa atau kurung siku.

Bentuk umum matriks



Pada bentuk matriks tersebut terlihat hal-hal sebagai berikut:

1. Banyaknya baris dan kolom matriks A berturut-turut adalah m dan n buah.
2. $a_{11}, a_{12}, a_{13}, \dots, a_{mn}$ = disebut dengan elemen-elemen matriks A , a_{mn} = elemen A pada baris ke- m , kolom ke- n .

APA YANG DI MAKSUD DENGAN ORDO?



Ordo atau ukuran suatu matriks ditentukan oleh banyaknya baris dan banyaknya kolom.



MARI MENINGAT



Secara umum berlaku:

Jika matriks A mempunyai m baris dan n kolom maka matriks A berordo $m \times n$ atau ordo matriks A adalah $m \times n$, ditulis: $A_{m \times n}$ (dibaca: "A m kali n").



Contoh soal:

1. $A = \begin{bmatrix} 1 & 2 \\ 7 & 5 \end{bmatrix}$ disebut Matriks berordo 2×2 , yang menunjukkan banyaknya baris 2 dan banyaknya kolom 2, dan ditulis $A_{2 \times 2}$
2. $B = (-1 \ 0 \ 2)$ disebut Matriks berordo 1×3 , yang berarti menunjukkan banyaknya baris 1 dan banyaknya kolom 3, dan ditulis $B_{1 \times 3}$
3. $C = \begin{bmatrix} 3 & 4 & 5 \\ 7 & 3 & 7 \\ 0 & 6 & 5 \end{bmatrix}$ disebut Matriks berordo 3×3 , yang berarti menunjukkan banyaknya baris 3 dan banyaknya kolom 3, dan ditulis $C_{3 \times 3}$

B. Jenis-Jenis Matriks

1. Matriks Baris, yaitu matriks yang hanya mempunyai satu baris saja dan banyaknya kolom n , mempunyai ordo $1 \times n$

Contoh : $P_{1 \times 3} = \begin{bmatrix} 1 & 2 & 3 \end{bmatrix}$

2. Matriks Kolom, yaitu matriks yang hanya mempunyai satu kolom saja dan banyaknya baris m , mempunyai ordo $m \times 1$

Contoh : $Q_{3 \times 1} = \begin{bmatrix} 1 \\ 2 \\ 3 \end{bmatrix}$

3. Matriks persegi panjang, yaitu matriks yang banyaknya baris tidak sama dengan banyaknya kolom, mempunyai ordo $m \times n$

Contoh : $R_{3 \times 2} = \begin{bmatrix} 2 & 5 \\ 3 & 6 \\ 4 & 7 \end{bmatrix}$

4. Matriks bujur sangkar, yaitu matriks yang banyak baris sama dengan banyak kolomnya

Contoh : $S_{3 \times 3} = \begin{bmatrix} 1 & 4 & 7 \\ 2 & 5 & 8 \\ 3 & 6 & 9 \end{bmatrix}$

5. Matriks diagonal, matriks bujursangkar yang semua elemen di luar elemen diagonal utamanya bernilai nol

Contoh : $A = \begin{bmatrix} 1 & 0 & 0 \\ 0 & 5 & 0 \\ 0 & 0 & 9 \end{bmatrix}, B = \begin{bmatrix} 5 & 0 \\ 0 & 8 \end{bmatrix}$

6. Matriks identitas (I), yaitu matriks skalar yang elemen-elemen pada diagonal utamanya bernilai satu

Contoh : $C = \begin{bmatrix} 1 & 0 & 0 \\ 0 & 1 & 0 \\ 0 & 0 & 1 \end{bmatrix}, D = \begin{bmatrix} 1 & 0 \\ 0 & 1 \end{bmatrix}$

7. Matriks segitiga atas yaitu matriks bujur sangkar yang elemen-elemen dibawah diagonal utamanya bernilai nol

Contoh : $E = \begin{bmatrix} 8 & 3 & 4 \\ 0 & 1 & 2 \\ 0 & 0 & 3 \end{bmatrix}, F = \begin{bmatrix} 3 & 2 \\ 0 & 1 \end{bmatrix}$

8. Matriks segitiga bawah, yaitu matriks bujur sangkar yang elemen-elemen diatas diagonal utamanya bernilai nol.

Contoh : $G = \begin{bmatrix} 8 & 0 & 0 \\ 3 & 1 & 0 \\ 4 & 2 & 0 \end{bmatrix}, H = \begin{bmatrix} 3 & 0 \\ 2 & 1 \end{bmatrix}$

9. Matriks nol, yaitu matriks berordo $m \times n$ dengan semua elemennya bernilai nol. Contoh : $\begin{bmatrix} 0 & 0 \\ 0 & 0 \end{bmatrix}$



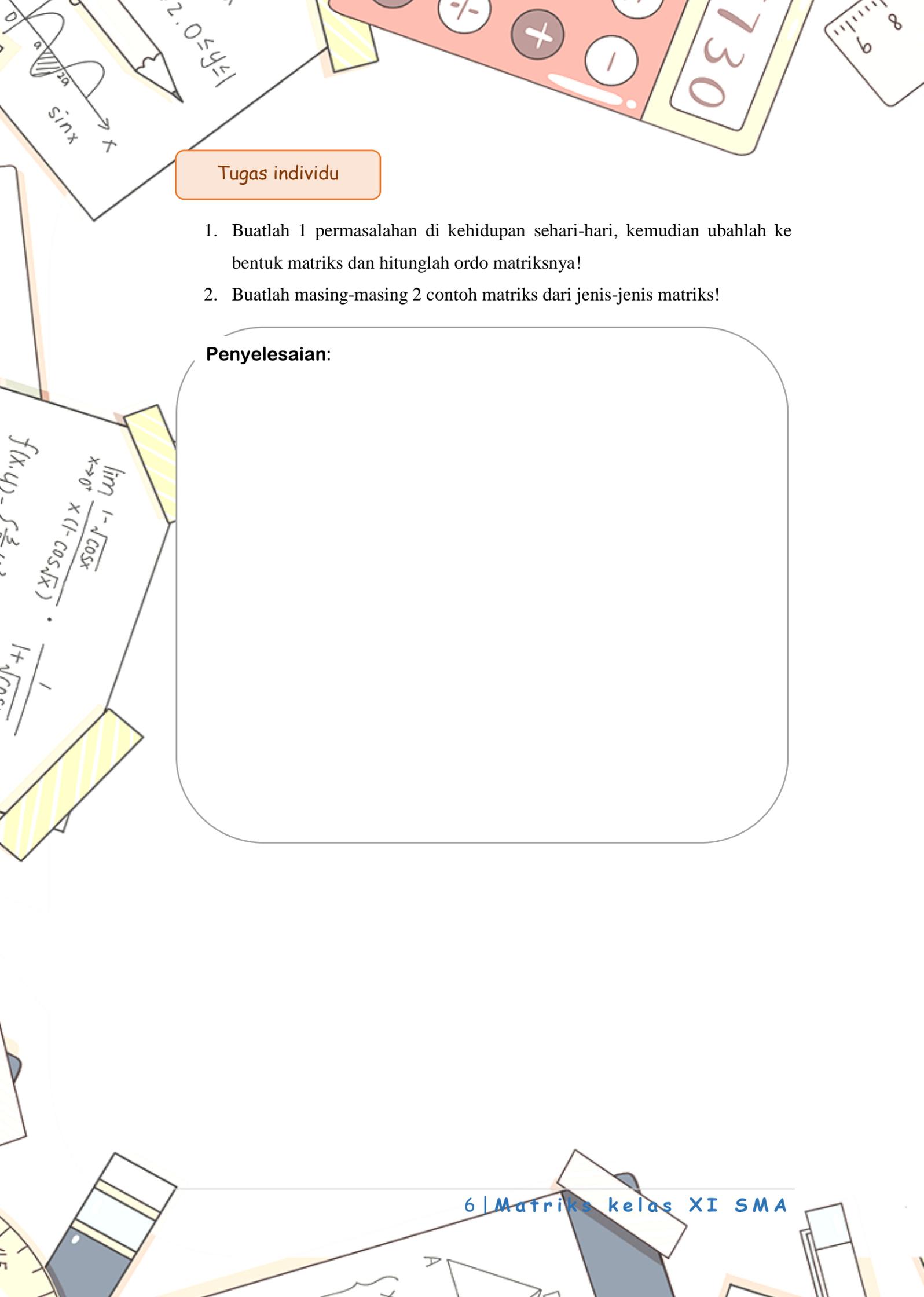
Mari Diskusi

1. Pahami materi tentang pengertian matriks dan jenis-jenis matriks
2. Tanyalah dengan teman sekelompokmu jika ada yang anda tidak ketahui mengenai materi tentang pengertian matriks dan jenis-jenis matriks.
3. Buatlah pernyataan dari matriks-matriks di bawah ini

$$A = \begin{bmatrix} 2 & 4 \\ 6 & 5 \end{bmatrix}, B = \begin{bmatrix} 3 & 4 & 5 \\ 8 & 6 & 7 \end{bmatrix}, C = \begin{pmatrix} 2 & 0 & 0 \\ 0 & 4 & 0 \\ 0 & 0 & 6 \end{pmatrix}, D = \begin{pmatrix} 6 & 4 & 8 \\ 0 & 4 & 4 \\ 0 & 0 & 7 \end{pmatrix}$$

4. Carilah dari kehidupan anda yang dapat disajikan dalam bentuk matriks!

Kesimpulan



Tugas individu

1. Buatlah 1 permasalahan di kehidupan sehari-hari, kemudian ubahlah ke bentuk matriks dan hitunglah ordo matriksnya!
2. Buatlah masing-masing 2 contoh matriks dari jenis-jenis matriks!

Penyelesaian:

KEGIATAN BELAJAR SISWA 2

KESAMAAN DUA MATRIKS

Indikator : 3.3.2 Menjelaskan transpose matriks, dan kesamaan dua matriks

Petunjuk penggunaan LKS :

1. Bacalah do'a sebelum memulai pembelajaran.
2. Pahami materi di bawah ini dengan cermat.
3. Lakukan diskusi dengan teman kelompok mu dan bertanyalah dengan teman kelompokmu jika ada yang tidak diketahui dari materi di bawah.
4. Tunjukkan salah satu teman kelompokmu untuk berperan sebagai guru dalam menjelaskan materi di depan kelas.
5. Buatlah kesimpulan mengenai materi di bawah pada kolom rangkuman yang sudah disediakan.
6. Latihlah pemahamanmu dengan mengerjakan soal-soal yang sudah disediakan.

A. Kesamaan Dua Matriks

Matriks A dan matriks B dikatakan sama jika dan hanya jika ordo matriks A dengan ordo matriks B dan elemen-elemen yang seletak dari kedua matriks tersebut juga sama.

MARI MENINGAT



Matriks $A = (a_{ij})$ dan matriks $B = (b_{ij})$ dikatakan sama ($A=B$) jika dan hanya jika $a_{ij} = b_{ij}$ untuk semua $i = 1, 2, 3, \dots, m$ dan $j = 1, 2, 3, \dots, n$.

Perhatikan untuk matriks dibawah ini.

a. $\begin{bmatrix} 3 & 5 \\ 7 & 9 \end{bmatrix} = \begin{bmatrix} 3 & 5 \\ 7 & 9 \end{bmatrix}$

b. $\begin{bmatrix} 3 & 4+1 \\ 7 & 9 \end{bmatrix} = \begin{bmatrix} \sqrt{9} & 5 \\ 7 & 3^2 \end{bmatrix}$ \longrightarrow

3 seletak dengan $\sqrt{9}$
4+1 seletak dengan 5
9 seletak dengan 3^2

$$c. \begin{bmatrix} \sqrt{9} & 5 \\ 7 & 3^2 \end{bmatrix} = \begin{bmatrix} 3 & 4+1 \\ 7 & 9 \end{bmatrix}$$

$$d. \begin{bmatrix} 9 & 4+1 \\ 7 & 3 \end{bmatrix} \neq \begin{bmatrix} \sqrt{9} & 5 \\ 7 & 3^2 \end{bmatrix}$$

$$e. \begin{bmatrix} 2a & 7 \\ 8 & 3b \end{bmatrix} = \begin{bmatrix} 2 & 3 \\ 8 & -6 \end{bmatrix}$$

$$\text{Maka : } 2a = 2$$

$$3b = -6$$

$$a = \frac{2}{2} = 1$$

$$b = \frac{3}{-6} = -2$$



Contoh soal:

Diketahui matriks $A = \begin{bmatrix} 5a & 9 & 4 \\ 5 & -2 & -2b \\ 6 & 3c & 9 \end{bmatrix}$ dan $B = \begin{bmatrix} 15 & 9 & 4 \\ 5 & -2 & -2a \\ 6 & b & 9 \end{bmatrix}$ jika $A = B$,

maka $a+b+c=...$

$$\text{Jawaban : } 5a = 15$$

$$-2b = -2a$$

$$3c = b$$

$$a = \frac{15}{5} = 3$$

$$-2b = -2(3)$$

$$3c = 3$$

$$b = \frac{-6}{-2} = 3$$

$$c = \frac{3}{3} = 1$$

B. Transpose Matriks

Transpose matriks adalah matriks yang elemen-elemennya berubah dari baris menjadi kolom, atau sebaliknya. Lambang transpose matriks A adalah A^T atau dibaca A' (dibaca A aksen). Secara singkat dapat ditulis:

MARI MENINGAT



$$A = (a_{ij})_{m \times n} \rightarrow A^T = (a_{ij})_{n \times m}$$

$$A_{2 \times 2} = \begin{bmatrix} a & b \\ c & d \end{bmatrix} \text{ Transpose matriks } A \text{ dinotasikan dengan } A_{2 \times 2}^T = \begin{bmatrix} a & c \\ b & d \end{bmatrix}$$

$A_{3 \times 2} = \begin{bmatrix} a & b \\ c & d \\ e & f \end{bmatrix}$ Transpose matriks A dinotasikan dengan $A_{2 \times 3}^T = \begin{bmatrix} a & c & e \\ b & d & f \end{bmatrix}$

Contoh soal

1. Jika matriks $A_{2 \times 3} = \begin{bmatrix} 2 & 4 & 6 \\ 1 & 3 & 5 \end{bmatrix}$ maka matriks transposenya adalah $A_{3 \times 2}^T =$

$$\begin{bmatrix} 2 & 1 \\ 4 & 3 \\ 6 & 5 \end{bmatrix}$$



Mari Diskusi

1. Pahami materi tentang pengertian matriks dan jenis-jenis matriks
2. Tanyalah dengan teman sekelompokmu jika ada yang anda tidak ketahui mengenai materi tentang kesamaan dan transpose matriks.

Kesimpulan

Tugas individu

1. Diketahui matriks $A = \begin{bmatrix} 8 & 2a & 2 \\ 3b & 6 & 3 \\ 2c & 1 & 1 \end{bmatrix}$, $B = \begin{bmatrix} 8 & 10 & 2 \\ 3 & 6 & 3 \\ 6 & 1 & 1 \end{bmatrix}$, jika $A=B$ maka $a-b+c=...$
2. Carilah 2 permasalahan di kehidupan sehari-hari yang berkaitan dengan matriks kemudian transpose matriksnya.

Penyelesaian:

OPERASI PADA MATRIKS

Indikator : 3.3.3. Menjelaskan konsep operasi matriks

4.3.1. Menggunakan prosedur untuk melakukan operasi pada matriks

4.3.2 Menggunakan prosedur untuk menyelesaikan masalah yang berkaitan dengan operasi matriks

Petunjuk penggunaan LKS :

1. Bacalah do'a sebelum memulai pembelajaran.
2. Pahami materi di bawah ini dengan cermat.
3. Bertanyalah dengan teman kelompokmu jika ada yang tidak diketahui dari materi di bawah.
4. Tunjukkan salah satu teman kelompokmu untuk berperan sebagai guru dalam menjelaskan materi di depan kelas.
5. Buatlah kesimpulan mengenai materi di bawah pada kolom rangkuman yang sudah disediakan.
6. Latihlah pemahamanmu dengan mengerjakan soal-soal yang sudah disediakan.

A. Penjumlahan Matriks

Jika A dan B dua matriks yang berordo sama, maka jumlah antara matriks A dan matriks B, ditulis $A + B$ merupakan suatu matriks yang elemen-elemennya diperoleh dengan menjumlahkan setiap unsur matriks A dengan unsur matriks B yang seletak.



MARI MENINGAT

Apabila dua buah matriks memiliki **ordo yang sama**, penjumlahan dua matriks itu adalah **penjumlahan elemen-elemen yang seletak** pada kedua matriks itu.



Contoh soal:

$$A = \begin{bmatrix} 1 & 3 \\ 5 & 2 \end{bmatrix}; B = \begin{bmatrix} 1 & 3 \\ 5 & 2 \\ 0 & 0 \end{bmatrix}; C = \begin{bmatrix} 5 & 3 \\ 6 & 3 \end{bmatrix}; D = \begin{bmatrix} 1 & 2 & 4 \\ 5 & 3 & 2 \end{bmatrix}; \text{ dan } E = \begin{bmatrix} 2 & 1 \\ 3 & 5 \\ 6 & 0 \end{bmatrix}$$

Maka

- $A + C = \begin{bmatrix} 1 & 3 \\ 5 & 2 \end{bmatrix} + \begin{bmatrix} 5 & 3 \\ 6 & 3 \end{bmatrix} = \begin{bmatrix} 1+5 & 3+3 \\ 5+6 & 2+3 \end{bmatrix} = \begin{bmatrix} 6 & 6 \\ 11 & 5 \end{bmatrix}$
- $A + B =$ tidak terdefinisi karena ordo matriks A (yaitu 2×2) sedangkan ordo matriks B (yaitu 3×2)
- $A + D =$ tidak terdefinisi karena ordo matriks A (yaitu 2×2) sedangkan ordo matriks D (yaitu 2×3)
- $B + D =$ tidak terdefinisi karena ordo matriks A (yaitu 3×2) sedangkan ordo matriks B (yaitu 2×3)
- $B + E = \begin{bmatrix} 1 & 3 \\ 5 & 2 \\ 0 & 0 \end{bmatrix} + \begin{bmatrix} 2 & 1 \\ 3 & 5 \\ 6 & 0 \end{bmatrix} = \begin{bmatrix} 1+2 & 3+1 \\ 5+3 & 2+5 \\ 0+6 & 0+0 \end{bmatrix} = \begin{bmatrix} 3 & 4 \\ 8 & 7 \\ 6 & 0 \end{bmatrix}$

B. Pengurangan Matriks



MARI MENINGAT

Pengurangan dua matriks secara prinsip sama dengan penjumlahan antara dua matriks, apabila dua buah matriks memiliki **ordo yang sama**, pengurangan dua matriks itu adalah **pengurangan elemen-elemen yang seletak** pada kedua matriks itu. Atau penjumlahan dua matriks dengan lawannya



Contoh soal:

$$A = \begin{bmatrix} 1 & 3 \\ 5 & 2 \end{bmatrix}; B = \begin{bmatrix} 1 & 3 \\ 5 & 2 \\ 0 & 0 \end{bmatrix}; C = \begin{bmatrix} 5 & 3 \\ 6 & 3 \end{bmatrix}; D = \begin{bmatrix} 1 & 2 & 4 \\ 5 & 3 & 2 \end{bmatrix}; \text{ dan } E = \begin{bmatrix} 2 & 1 \\ 3 & 5 \\ 6 & 0 \end{bmatrix}$$

Maka

$$1. C - A = \begin{bmatrix} 5 & 3 \\ 6 & 3 \end{bmatrix} - \begin{bmatrix} 1 & 3 \\ 5 & 2 \end{bmatrix} = \begin{bmatrix} 5-1 & 3-3 \\ 6-5 & 3-2 \end{bmatrix} = \begin{bmatrix} 4 & 0 \\ 1 & 1 \end{bmatrix}$$

2. $A - B =$ tidak terdefinisi karena ordo matriks A (yaitu 2×2) sedangkan ordo matriks B (yaitu 3×2)

3. $A - D =$ tidak terdefinisi karena ordo matriks A (yaitu 2×2) sedangkan ordo matriks D (yaitu 2×3)

4. $B - D =$ tidak terdefinisi karena ordo matriks A (yaitu 3×2) sedangkan ordo matriks B (yaitu 2×3)

$$5. B - E = \begin{bmatrix} 1 & 3 \\ 5 & 2 \\ 0 & 0 \end{bmatrix} - \begin{bmatrix} 2 & 1 \\ 3 & 5 \\ 6 & 0 \end{bmatrix} = \begin{bmatrix} 1-2 & 3-1 \\ 5-3 & 2-5 \\ 0-6 & 0-0 \end{bmatrix} = \begin{bmatrix} -1 & 2 \\ 2 & -3 \\ -6 & 0 \end{bmatrix}$$

C. Perkalian Skalar Matriks

MARI MENINGAT



Jika matriks A dan B berordo sama, dan $k, m \in \mathbb{R}$ (bilangan Real), maka berlaku sifat-sifat:

1. $kA = Ak$
2. $(k + m)A = kA + mA$
3. $k(A + B) = kA + kB$
4. $k(mA) = (km)A$



Contoh soal:

1. Diketahui $A = \begin{bmatrix} 4 & 0 \\ 1 & -5 \\ -2 & 3 \end{bmatrix}$ dan $B = \begin{bmatrix} 2 & -6 \\ 3 & 8 \\ 2 & 7 \end{bmatrix}$

a. $3A$

$$3A = 3 \begin{bmatrix} 4 & 0 \\ 1 & -5 \\ -2 & 3 \end{bmatrix} = \begin{bmatrix} 3 \cdot 4 & 3 \cdot 0 \\ 3 \cdot 1 & (3) \cdot (-5) \\ (3) \cdot (-2) & 3 \cdot 3 \end{bmatrix} = \begin{bmatrix} 12 & 0 \\ 3 & -15 \\ -6 & 9 \end{bmatrix}$$

b. $4A + B = 3 \begin{bmatrix} 4 & 0 \\ 1 & -5 \\ -2 & 3 \end{bmatrix} + \begin{bmatrix} 2 & -6 \\ 3 & 8 \\ 2 & 7 \end{bmatrix} = \begin{bmatrix} 4 \cdot 4 & 4 \cdot 0 \\ 4 \cdot 1 & (4) \cdot (-5) \\ (4) \cdot (-2) & 4 \cdot 3 \end{bmatrix} + \begin{bmatrix} 2 & -6 \\ 3 & 8 \\ 2 & 7 \end{bmatrix}$

$$\begin{bmatrix} 16 & 0 \\ 4 & -20 \\ -8 & 12 \end{bmatrix} + \begin{bmatrix} 2 & -6 \\ 3 & 8 \\ 2 & 7 \end{bmatrix} = \begin{bmatrix} 16+2 & 0+(-6) \\ 4+3 & -20+8 \\ -8+2 & 12+7 \end{bmatrix} = \begin{bmatrix} 18 & -6 \\ 7 & -2 \\ -6 & 19 \end{bmatrix}$$

D. Perkalian Dua Matriks

Permasalahan



PT Melodi adalah sebuah perusahaan multinasional yang bergerak dibidang penjualan alat-alat musik. Perusahaan tersebut memiliki beberapa toko penjualan di beberapa kota besar di Indonesia. Persediaan alat-alat musik di setiap toko disajikan pada tabel berikut:

Sumber	Jenis alat musik			
	Piano	Gitar	Terompet	Seksopon
Medan	95	68	85	75
Surabaya	70	57	120	80
Makasar	85	60	56	90
Yogya	45	90	87	64

Tabel di bawah ini menyatakan harga satu buah untuk setiap jenis alat musik

Alat musik	Harga (Rp)
Piano	15.000.000
Gitar	1.500.000
Terompet	5.000.000
seksopon	5.000.000

Kita misalkan matriks $A_{4 \times 4} = \begin{bmatrix} 95 & 68 & 85 & 75 \\ 70 & 57 & 120 & 80 \\ 85 & 60 & 56 & 90 \\ 45 & 90 & 87 & 64 \end{bmatrix}$ yang menunjukkan jumlah

setiap alat musik di setiap daerah, dan matriks $B_{4 \times 1} = \begin{bmatrix} 15.000.000 \\ 1.500.000 \\ 5.000.000 \\ 5.000.000 \end{bmatrix}$ yang

menunjukkan harga per unit alat musik.

Maka untuk menentukan total biaya alat musik di setiap kota di peroleh sebagai berikut:

- a. Medan = $(85 \text{ piano} \times 15.000.000) + (68 \text{ gitar} \times 1.500.000) + (85 \text{ terompet} \times 5.000.000) + (75 \times 5.000.000)$
 $= 2.327.000.000$
- b. Surabaya = $(70 \text{ piano} \times 15.000.000) + (57 \text{ gitar} \times 1.500.000) + (120 \text{ terompet} \times 5.000.000) + (80 \times 5.000.000)$
 $= 2.135.500.000$
- c. Makasar = $(85 \text{ piano} \times 15.000.000) + (60 \text{ gitar} \times 1.500.000) + (56 \text{ terompet} \times 5.000.000) + (90 \times 5.000.000)$
 $= 2.805.00.000$
- d. Yogya = $(45 \text{ piano} \times 15.000.000) + (90 \text{ gitar} \times 1.500.000) + (87 \text{ terompet} \times 5.000.000) + (64 \times 5.000.000)$
 $= 7.640.000.000$

MARI MENINGAT



Sehingga jika kita misalkan Matriks $A_{m \times n}$ dan Matriks $B_{n \times p}$, matriks A dapat dikalikan dengan matriks B jika **banyaknya kolom pada matriks A sama dengan banyaknya baris pada matriks B**.

Hasil perkalian dua matriks $A \times B$ adalah sebuah matrik baru yang elemennya diperoleh dari penjumlahan hasil perkalian antara elemen baris pada matriks A dengan elemen kolom pada matriks B.

$$A_{2 \times 2} \times B_{2 \times 1} = A_{2 \times 1}$$

Banyaknya kolom harus sama dengan banyaknya baris
 Ordo hasil kali (2 x 1)

$$\text{sehingga } \begin{bmatrix} a & b \\ c & d \end{bmatrix} \begin{bmatrix} e \\ f \end{bmatrix} = \begin{bmatrix} ae + bf \\ ce + df \end{bmatrix}$$

Contoh soal

$$1. D = \begin{bmatrix} 1 & 2 & 4 \\ 5 & 3 & 2 \end{bmatrix}; \text{ dan } E = \begin{bmatrix} 2 & 1 \\ 3 & 5 \\ 6 & 0 \end{bmatrix}, D \times E = \dots$$

Penyelesaian : diketahui : $D = \begin{bmatrix} 1 & 2 & 4 \\ 5 & 3 & 2 \end{bmatrix}$; dan $E = \begin{bmatrix} 2 & 1 \\ 3 & 5 \\ 6 & 0 \end{bmatrix}$

Ditanya : $D \times E$...

$$\text{Jawab : } D \times E = \begin{bmatrix} 1 & 2 & 4 \\ 5 & 3 & 2 \end{bmatrix} \times \begin{bmatrix} 2 & 1 \\ 3 & 5 \\ 6 & 0 \end{bmatrix}$$

=

$$\begin{bmatrix} (1.2) + (2.3) + (4.6) & (1.1) + (2.5) + (4.0) \\ (5.2) + (3.3) + (2.6) & (5.1) + (3.5) + (2.0) \end{bmatrix}$$

$$= \begin{bmatrix} 2 + 6 + 24 & 1 + 10 + 0 \\ 10 + 9 + 12 & 5 + 15 + 0 \end{bmatrix}$$

$$= \begin{bmatrix} 32 & 11 \\ 41 & 20 \end{bmatrix}$$



Mari Diskusi

1. Pahami materi tentang pengertian matriks dan jenis-jenis matriks
2. Tanyalah dengan teman sekelompokmu jika ada yang anda tidak ketahui mengenai materi operasi matriks

Kesimpulan

Tugas individu

buatlah 6 buah matriks yang mempunyai ordo 2×2 (2 matriks), 3×3 (2 matriks), 3×2 , 2×3 , kemudian kerjakanlah hasil dari:

1. Penjumlahan dari matriks 2×2 dan 3×3
2. Pengurangan dari matriks 2×2 dan 3×3
3. Perkalian matriks berordo 3×2 dengan skalar $k = 3$ dan matriks yang berordo 2×3 dengan skalar $k = -3$
4. Perkalian dua matriks 3×2 dengan 2×3

Penyelesaian:

KEGIATAN BELAJAR SISWA 3

DETERMINAN DAN INVERS MATRIKS ORDO 2x2 DAN 3x3

Indikator : 3.4.1 Menjelaskan determinan dan invers matriks berordo 2x2 dan 3x3
3.4.2. Menganalisis determinan dan invers matriks berordo 2x2 dan 3x3
4.4.1 Menggunakan prosedur untuk menyelesaikan masalah yang berkaitan dengan determinan dan invers matriks 2x2 dan 3x3.

Petunjuk penggunaan LKS :

1. Bacalah do'a sebelum memulai pembelajaran.
2. Pahami materi di bawah ini dengan cermat.
3. Bertanyalah dengan teman kelompokmu jika ada yang tidak diketahui dari materi di bawah.
4. Tunjukkan salah satu teman kelompokmu untuk berperan sebagai guru dalam menjelaskan materi di depan kelas.
5. Buatlah rangkuman mengenai materi di bawah pada kolom rangkuman yang sudah disediakan.
6. Latihlah pemahamanmu dengan mengerjakan soal-soal yang sudah disediakan.

E. Determinan Matriks

1. Determinan Matriks 2 x 2

Permasalahan



Pada hari Minggu Bella dan sisi pergi ke toko buah, mereka membeli dua jenis buah yang sama akan tetapi harganya berbeda.



Aku membeli 5 buah apel dan 3 buah semangka, kalau kamu beli berapa?

Aku membeli 4 buah apel dan 4 buah semangka, dengan harga Rp 46.000, kalau kamu Bella?





Aku membayar Rp.43.500.
Ayo berapa harga 1 buah
apel dan 1 buah
semangkanya ?.



Waaah....
berapa yaa

Alternatif Penyelesaian

Cara I

Ingat kembali materi sistem persamaan linear yang sudah kamu pelajari. Buatlah sistem persamaan linear dari masalah tersebut, lalu selesaikan dengan matriks.

Misalkan : x = harga satu buah apel

y = harga satu buah semangka

Sistem persamaan liniernya: $5x + 3y = 43.500$

$4x + 4y = 46.000$

Dalam bentuk matriks:

$$\begin{bmatrix} 5 & 3 \\ 4 & 4 \end{bmatrix} \begin{bmatrix} x \\ y \end{bmatrix} = \begin{bmatrix} 43.500 \\ 46.000 \end{bmatrix}$$

Ingat kembali bentuk Sistem Persamaan Dua Variabel

$$\begin{aligned} ax + by &= p \\ cx + dy &= q \end{aligned}$$

Apabila disajikan dalam bentuk matriks sebagai berikut:

$\begin{bmatrix} a & b \\ c & d \end{bmatrix} \begin{bmatrix} x \\ y \end{bmatrix} = \begin{bmatrix} p \\ q \end{bmatrix}$ solusi persamaan tersebut adalah

$$x = \frac{dp-bq}{ad-bc} \text{ dan } y = \frac{aq-bc}{dp-bq}, ad \neq bc$$

Cara II

Dalam konsep matriks $ad-bc$ disebut dengan determinan matriks berordo 2×2 .

Apanbila matriks berordo 2×2 yaitu $\begin{bmatrix} a & b \\ c & d \end{bmatrix}$ maka determinan dari matriks A

didefinisikan: $|A| = \begin{vmatrix} a & b \\ c & d \end{vmatrix} = ad - bc$

MARI MENINGAT



Determinan dari suatu matriks persegi A dinotasikan **det A** atau $|A|$, oleh karena itu nilai x dan y pada persamaan di atas dapat di tulis menjadi:

$$x = \frac{\begin{vmatrix} p & b \\ q & d \end{vmatrix}}{\begin{vmatrix} a & b \\ c & d \end{vmatrix}} \text{ dan } y = \frac{\begin{vmatrix} a & p \\ c & q \end{vmatrix}}{\begin{vmatrix} a & b \\ c & d \end{vmatrix}} \text{ dengan syarat } \begin{vmatrix} a & b \\ c & d \end{vmatrix} \neq 0$$

buah apel dan nilai y = harga satu buah semangka dapat ditentukan dengan menggunakan rumus di atas, yaitu :

$$x = \frac{\begin{vmatrix} p & b \\ q & d \end{vmatrix}}{\begin{vmatrix} a & b \\ c & d \end{vmatrix}} = \frac{\begin{vmatrix} 43.500 & 3 \\ 46.000 & 4 \end{vmatrix}}{\begin{vmatrix} 5 & 3 \\ 4 & 4 \end{vmatrix}} = \frac{43.500(4) - 46.000(3)}{20 - 12} = \frac{174.000 - 138.000}{20 - 12} = \frac{36.000}{8} = 4.500$$

$$y = \frac{\begin{vmatrix} a & p \\ c & q \end{vmatrix}}{\begin{vmatrix} a & b \\ c & d \end{vmatrix}} = \frac{\begin{vmatrix} 5 & 43.500 \\ 4 & 46.000 \end{vmatrix}}{\begin{vmatrix} 5 & 3 \\ 4 & 4 \end{vmatrix}} = \frac{(5) 46.000 - (4) 43.500}{20 - 12} = \frac{230.000 - 174.000}{20 - 12} = \frac{56.000}{8} = 7.000$$

Jadi harga satuan buah yang mayang dan sisi beli adalah Rp4.500 untuk harga apel dan Rp7.000 untuk harga semangka

Sifat-sifat Determinan Matriks

MARI MENINGAT



Misalkan matriks A dan B berordo $m \times n$ dengan $m, n \in \mathbb{N}$

1. Jika $\det A = |A|$ dan $\det B = |B|$, maka $\det A \cdot \det B = \det AB$ atau $|A||B| = |AB|$
2. Jika $\det A = |A|$ dan $\det A^t = |A^t|$, maka $\det A = \det A^t$ atau $|A| = |A^t|$
3. Jika $\det A = |A|$ dan $\det A^{-1} = |A^{-1}|$, maka $|A^{-1}| = \frac{-1}{|A|}$

2. Determinan Matriks 3 x 3

Permasalahan



Agan perjalanan Sumatera Holidays menawarkan paket perjalanan ke Danau Toba, yaitu menginap di Inna Parapat Hotel, Transportasi ke tiap tempat wisata, dan makan di Singgalang Restaurant. Pket perjalanan yang ditawarkan yaitu paket I terdiri 4 malam menginap, 3 tempat wisata dan 5 kali makan dengan biaya Rp 2.030.0000. Paket II dengan 3 malam menginap, 4 tempat wisata, dan 7 kali makan dengan biaya Rp1.790.000. Paket III dengan 5 malam menginap, 5 tempat wisata dan 4 kali makan dengan biaya Rp2.500.000. maka biaya sewa hotel satu malam, satu kali transportasi, dan satu kali makan adalah?

Paket	Penginapan	Transpostasi	Makan	Biaya
I	4	3	5	Rp 2.030.0000
II	3	4	7	Rp1.790.000
III	5	5	4	Rp2.500.000

Dengan memisalkan paket I (x), paket II (y), paket III (z).

Maka sistem persamaannya:

$$4x + 3y + 5z = 2.030.000$$

$$3x + 4y + 7z = 1.790.000$$

$$5x + 5y + 4z = 2.500.000$$



Di tulis dalam bentuk matriks

$$\begin{bmatrix} 4 & 3 & 5 \\ 3 & 4 & 7 \\ 5 & 5 & 4 \end{bmatrix} \begin{bmatrix} x \\ y \\ z \end{bmatrix} = \begin{bmatrix} 2.030.000 \\ 1.790.000 \\ 2.500.000 \end{bmatrix}$$

Determinan ordo 3 x 3 dengan Metode Sarrus

$$\begin{bmatrix} a & b & c \\ d & e & f \\ g & h & i \end{bmatrix} \rightarrow \begin{bmatrix} a_{11} & a_{12} & a_{13} \\ a_{21} & a_{22} & a_{23} \\ a_{31} & a_{32} & a_{33} \end{bmatrix}$$

Untuk mencari determinan maka matriks di atas kita keluarkan menjadi dua kolom pertama yaitu kolom pertama dan kolom kedua kita keluarkan menjadi:

$$|A| = \begin{vmatrix} a & b & c & a & c \\ d & e & f & d & f \\ g & h & i & g & h \end{vmatrix}$$

→ → → → →
→ → → → →
- - - - -
+ + +

$\text{Det } A = |A| = (aei + bfg + cdh) - (ceg + afh + cdi)$
 Atau
 $\text{Det } A = |A| = aei + bfg + cdh - ceg - afh - cdi$

Mari kita selesaikan masalah di atas menggunakan metode sarrus

$$\begin{bmatrix} 4 & 3 & 5 \\ 3 & 4 & 7 \\ 5 & 5 & 4 \end{bmatrix} \begin{bmatrix} x \\ y \\ z \end{bmatrix} = \begin{bmatrix} 2.030.000 \\ 1.790.000 \\ 2.500.000 \end{bmatrix}$$

$$A = \begin{bmatrix} 4 & 3 & 5 \\ 3 & 4 & 7 \\ 5 & 5 & 4 \end{bmatrix} = \begin{vmatrix} 4 & 3 & 5 & 4 & 3 \\ 3 & 4 & 7 & 3 & 4 \\ 5 & 5 & 4 & 5 & 5 \end{vmatrix}$$

→ → → → →
→ → → → →
- - - - -
+ + +

$$A = ((4.4.4) + (3.7.5) + (5.3.5)) - ((5.4.5) + (4.7.5) + (3.3.4))$$

$$A = (64 + 105 + 75) - (100 + 140 + 36)$$

$$A = 244 - 276$$

$$A = -32$$

Untuk menentukan nilai x, y, dan z kita akan menggunakan determinan matriks sebagai cara menyelesaikan permasalahan tersebut

$$\Delta X = \begin{vmatrix} 2.030.000 & 3 & 5 & 2.030.000 & 3 \\ 1.790.000 & 4 & 7 & 1.790.000 & 4 \\ 2.500.000 & 5 & 4 & 2.500.000 & 5 \end{vmatrix}$$

Lanjutkan penyelesaian di bawah ini dengan teman kelompok mu

$$\Delta X =$$

$$\Delta X =$$

$$\Delta X =$$

$$\Delta X =$$

$$\Delta Y = \begin{vmatrix} 4 & 2.030.000 & 5 \\ 3 & 1.790.000 & 7 \\ 5 & 2.500.000 & 4 \end{vmatrix} \begin{vmatrix} 4 & 2.030.000 \\ 3 & 1.790.000 \\ 5 & 2.500.000 \end{vmatrix}$$

$$\Delta Y =$$

$$\Delta Y =$$

$$\Delta Y =$$

$$\Delta Y =$$

$$\Delta Z = \begin{vmatrix} 4 & 3 & 2.030.000 \\ 3 & 4 & 1.790.000 \\ 5 & 5 & 2.500.000 \end{vmatrix} \begin{vmatrix} 4 & 3 \\ 3 & 4 \\ 5 & 5 \end{vmatrix}$$

$$\Delta Z =$$

$$\Delta Z =$$

$$\Delta Z =$$

$$\Delta Z =$$

$$X = \frac{\Delta X}{A} = \frac{\begin{vmatrix} 2.030.000 & 3 & 5 \\ 1.790.000 & 4 & 7 \\ 2.500.000 & 5 & 4 \end{vmatrix}}{\begin{vmatrix} 4 & 3 & 5 \\ 3 & 4 & 7 \\ 5 & 5 & 4 \end{vmatrix}} = - =$$

$$Y = \frac{\Delta Y}{A} = \frac{\begin{vmatrix} 4 & 2.030.000 & 5 \\ 3 & 1.790.000 & 7 \\ 5 & 2.500.000 & 4 \end{vmatrix}}{\begin{vmatrix} 4 & 3 & 5 \\ 3 & 4 & 7 \\ 5 & 5 & 4 \end{vmatrix}} = - =$$

$$Z = \frac{\Delta Z}{A} = \frac{\begin{vmatrix} 4 & 3 & 2.030.000 \\ 3 & 4 & 1.790.000 \\ 5 & 5 & 2.500.000 \end{vmatrix}}{\begin{vmatrix} 4 & 3 & 5 \\ 3 & 4 & 7 \\ 5 & 5 & 4 \end{vmatrix}} = - =$$

Sehingga dari hasil perhitungan dengan menggunakan determinan, diperoleh kesimpulan, penginapan/hari seharga Rp....., transportasi sekali jalan seharga Rp....., dan biaya sekali makan seharga Rp.....

3. Invers Matriks



APA YANG DI MAKSUD
INVERS MATRIKS?

Invers matriks A adalah sebuah matriks baru yang merupakan kebalikan dari matriks A dan apabila dikalikan antara matriks A dengan kebalikannya akan menghasilkan matriks Identitas. Invers matriks A dinotasikan dengan A^{-1}

MARI MENINGAT



✚ Invers dari matriks A yang mempunyai ordo 2×2 $A = \begin{bmatrix} a & b \\ c & d \end{bmatrix}$

adalah $A^{-1} = \frac{1}{\det A} \begin{bmatrix} -d & b \\ c & -a \end{bmatrix}$

✚ Invers dari matriks A yang mempunyai ordo 3×3

$A = \begin{bmatrix} a & b & c \\ d & e & f \\ g & h & i \end{bmatrix}$ adalah $A^{-1} = \frac{1}{\det A} \text{Adj } A$

$$\begin{bmatrix} 5 & 3 \\ 4 & 4 \end{bmatrix} \begin{bmatrix} x \\ y \end{bmatrix} = \begin{bmatrix} 43.500 \\ 46.000 \end{bmatrix} \rightarrow A \cdot X = B \leftrightarrow X = A^{-1}B$$

$$X = A^{-1}B \rightarrow A^{-1} = \frac{1}{\det A} \begin{bmatrix} -d & b \\ c & a \end{bmatrix} \\ = \frac{1}{ad-bc} \begin{bmatrix} -d & b \\ c & a \end{bmatrix}$$

$$= \frac{1}{20-12} \begin{bmatrix} -4 & 3 \\ 4 & -5 \end{bmatrix}$$

$$= \frac{1}{8} \begin{bmatrix} -4 & 3 \\ 4 & -5 \end{bmatrix}$$

$$= \begin{bmatrix} -\frac{4}{8} & \frac{3}{8} \\ \frac{4}{8} & -\frac{5}{8} \end{bmatrix}$$

$$X = A^{-1}B$$

$$\begin{bmatrix} x \\ y \end{bmatrix} = A^{-1} \begin{bmatrix} 43.500 \\ 46.000 \end{bmatrix} = \begin{bmatrix} -\frac{4}{8} & \frac{3}{8} \\ \frac{4}{8} & -\frac{5}{8} \end{bmatrix} \begin{bmatrix} 43.500 \\ 46.000 \end{bmatrix}$$

$$= \begin{bmatrix} \left(-\frac{4}{8}\right) 43.500 + \frac{3}{8}(46.000) \\ \frac{4}{8}(43.500) + \left(-\frac{5}{8}\right)46.000 \end{bmatrix} = \begin{bmatrix} -21.750 + 17.250 \\ 21.750 + (-28.750) \end{bmatrix}$$

$$= \begin{bmatrix} 4.500 \\ 7.000 \end{bmatrix}$$

Jadi nilai $x = 4.500$ dan $y = 7.000$, dengan ini permasalahan yang dilakukan dengan dua cara yaitu determinan dan invers menghasilkan jawaban yang sama.

Invers 3 x 3

$$\begin{bmatrix} 4 & 3 & 5 \\ 3 & 4 & 7 \\ 5 & 5 & 4 \end{bmatrix} \begin{bmatrix} x \\ y \\ z \end{bmatrix} = \begin{bmatrix} 2.030.000 \\ 1.790.000 \\ 2.500.000 \end{bmatrix}$$

MARI MENINGAT



- Terlebih dahulu kita mencari minor matriks A
- Minor matriks A adalah : M_{11}
- M_{11} = artinya determinan matriks ordo 2x2 di peroleh dari menghilangkan elemen-elemen pada baris ke 1 dan kolom ke 1 pada matriks ordo 3x3

$$M_{11} = \begin{vmatrix} \cancel{4} & \cancel{3} & \cancel{5} \\ 3 & 4 & 7 \\ 5 & 5 & 4 \end{vmatrix} = \begin{vmatrix} 4 & 7 \\ 5 & 4 \end{vmatrix} = 4.4 - 5.7 = 16 - 35 = -19$$

Lanjutkan penyelesaian di bawah ini dengan teman kelompok mu

$$M_{12} = \begin{vmatrix} 4 & 3 & 5 \\ 3 & 4 & 7 \\ 5 & 5 & 4 \end{vmatrix} = \quad | \quad = \quad \underline{\hspace{2cm}} = \underline{\hspace{2cm}} = \underline{\hspace{2cm}}$$

$$M_{13} = \begin{vmatrix} 4 & 3 & 5 \\ 3 & 4 & 7 \\ 5 & 5 & 4 \end{vmatrix} = \quad | \quad = \quad \underline{\hspace{2cm}} = \underline{\hspace{2cm}} = \underline{\hspace{2cm}}$$

$$M_{21} = \begin{vmatrix} 4 & 3 & 5 \\ 3 & 4 & 7 \\ 5 & 5 & 4 \end{vmatrix} = \quad | \quad = \quad \underline{\hspace{2cm}} = \underline{\hspace{2cm}} = \underline{\hspace{2cm}}$$

$$M_{22} = \begin{vmatrix} 4 & 3 & 5 \\ 3 & 4 & 7 \\ 5 & 5 & 4 \end{vmatrix} = \quad | \quad = \quad \underline{\hspace{2cm}} = \underline{\hspace{2cm}} = \underline{\hspace{2cm}}$$

$$M_{23} = \begin{vmatrix} 4 & 3 & 5 \\ 3 & 4 & 7 \\ 5 & 5 & 4 \end{vmatrix} = \quad | \quad = \quad \underline{\hspace{2cm}} = \underline{\hspace{2cm}} = \underline{\hspace{2cm}}$$

$$M_{31} = \begin{vmatrix} 4 & 3 & 5 \\ 3 & 4 & 7 \\ 5 & 5 & 4 \end{vmatrix} = \quad | \quad = \quad \underline{\hspace{2cm}} = \underline{\hspace{2cm}} = \underline{\hspace{2cm}}$$

$$M_{32} = \begin{vmatrix} 4 & 3 & 5 \\ 3 & 4 & 7 \\ 5 & 5 & 4 \end{vmatrix} = \quad | \quad = \quad \underline{\hspace{2cm}} = \underline{\hspace{2cm}} = \underline{\hspace{2cm}}$$

$$M_{33} = \begin{vmatrix} 4 & 3 & 5 \\ 3 & 4 & 7 \\ 5 & 5 & 4 \end{vmatrix} = \quad | \quad = \quad \underline{\hspace{2cm}} = \underline{\hspace{2cm}} = \underline{\hspace{2cm}}$$

Minor Matriks A = $\begin{bmatrix} \quad & \quad & \quad \\ \quad & \quad & \quad \\ \quad & \quad & \quad \end{bmatrix}$

Kofaktor Matriks A = $\begin{bmatrix} (+)a_{11} & (-)a_{12} & (+)a_{13} \\ (-)a_{21} & (+)a_{22} & (-)a_{23} \\ (+)a_{31} & (-)a_{32} & (+)a_{33} \end{bmatrix}$

A = $\begin{bmatrix} \quad & \quad & \quad \\ \quad & \quad & \quad \\ \quad & \quad & \quad \end{bmatrix}$

Adjoin matriks A dicari dengan mencari transpose dari kofaktor matriks A, sehingga :

$$AdjA = \begin{bmatrix} (+)a_{11} & (-)a_{21} & (+)a_{31} \\ (-)a_{12} & (+)a_{22} & (-)a_{32} \\ (+)a_{13} & (-)a_{23} & (+)a_{33} \end{bmatrix}$$

$$\text{Adj } A = \begin{bmatrix} & & \\ & & \\ & & \end{bmatrix}$$

Dari matriks di atas, diperoleh invers dari matriks A adalah:

$$A^{-1} = \frac{1}{\det A} \text{Adj } A, \text{ sehingga}$$

$$A^{-1} = \frac{1}{\det A} \text{Adj } A = \frac{1}{\det A} \begin{bmatrix} & & \\ & & \\ & & \end{bmatrix}$$

Bentuk matriks A adalah

$$\begin{bmatrix} 4 & 3 & 5 \\ 3 & 4 & 7 \\ 5 & 5 & 4 \end{bmatrix} \begin{bmatrix} x \\ y \\ z \end{bmatrix} = \begin{bmatrix} 2.030.000 \\ 1.790.000 \\ 2.500.000 \end{bmatrix}$$

Bentuk tersebut dapat dinyatakan dalam bentuk persamaan $AX=B$, untuk memperoleh matriks X, yang elemen-elemennya merupakan harga penginapan/hari, harga transportasi, dan harga sekali makan. Kita kalikan dengan matriks A^{-1} ke ruas kiri dan ruas kanan persamaan $AX=B$, sehingga di peroleh:

$$A^{-1}AX = A^{-1}B$$

$$X = A^{-1}B$$

Lanjutkan penyelesaian di bawah ini dengan teman kelompok mu

$$X = \begin{bmatrix} & & \\ & & \\ & & \end{bmatrix} \begin{bmatrix} 2.030.000 \\ 1.790.000 \\ 2.500.000 \end{bmatrix}$$

$$X = \begin{bmatrix} & & \\ & & \\ & & \end{bmatrix}$$

$$X = \begin{bmatrix} & & \\ & & \\ & & \end{bmatrix}$$

$$X = \begin{bmatrix} & & \\ & & \\ & & \end{bmatrix} \rightarrow \begin{bmatrix} x \\ y \\ z \end{bmatrix} = \begin{bmatrix} & & \\ & & \\ & & \end{bmatrix}$$

Sehingga dari hasil perhitungan dengan menggunakan invers sama dengan determinan yaitu penginapan/hari seharga Rp....., transportasi sekali jalan seharga Rp....., dan biaya sekali makan seharga Rp.....

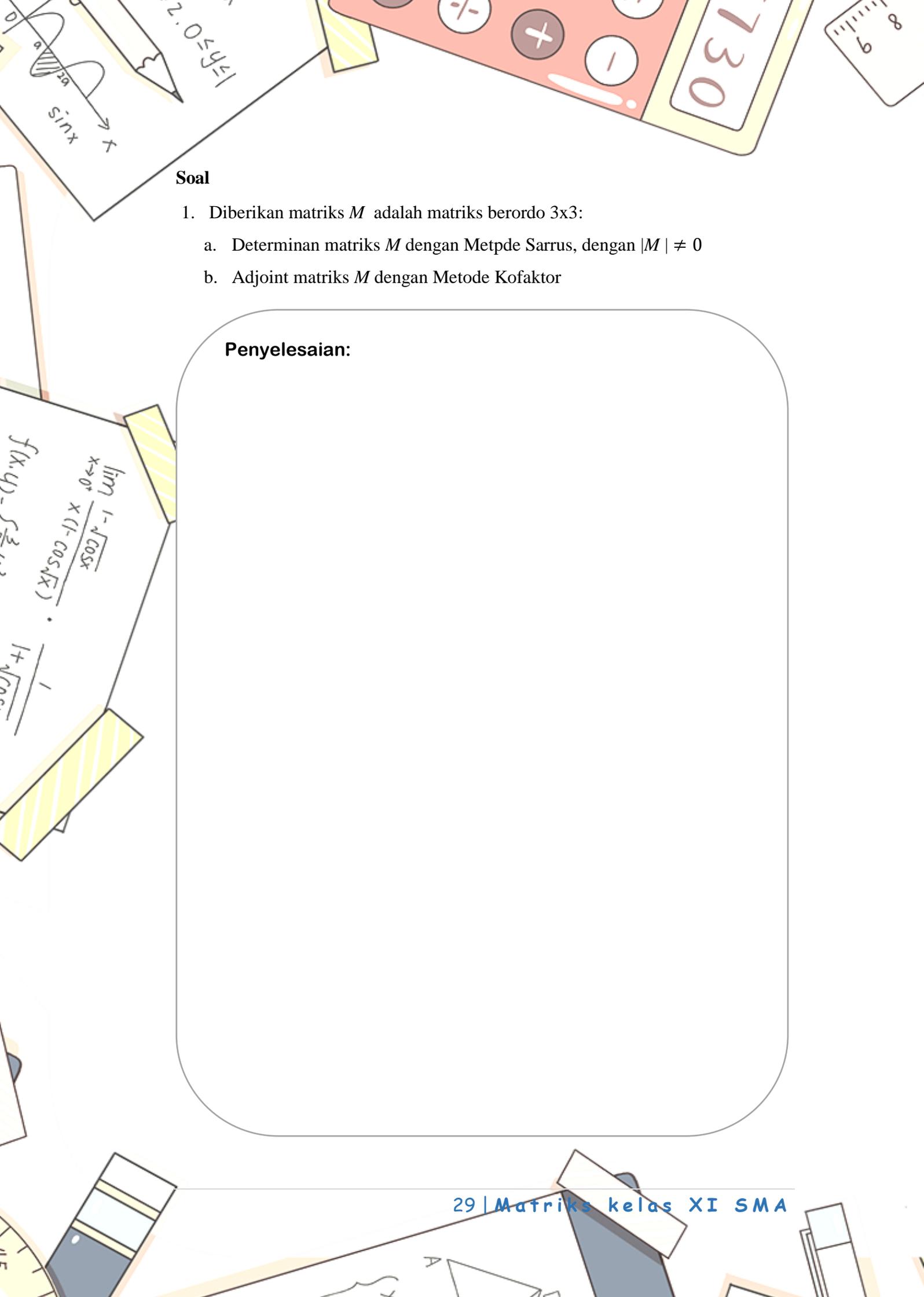
Sifat-sifat Invers Matriks

MARI MENINGAT



1. Misalkan matriks A berordo $n \times n$ dengan $n \in \mathbb{N}$, dan determinan A tidak sama dengan nol, jika A^{-1} adalah invers dari A , maka $(A^{-1})^{-1} = A$
2. Misalkan matriks A dan B berordo $n \times n$ dengan $n \in \mathbb{N}$, dan determinan A dan B tidak sama dengan nol, jika A^{-1} dan B^{-1} adalah invers dari matriks A dan B , maka $(AB)^{-1} = B^{-1}A^{-1}$

Rangkuman



Soal

1. Diberikan matriks M adalah matriks berordo 3×3 :
 - a. Determinan matriks M dengan Metode Sarrus, dengan $|M| \neq 0$
 - b. Adjoint matriks M dengan Metode Kofaktor

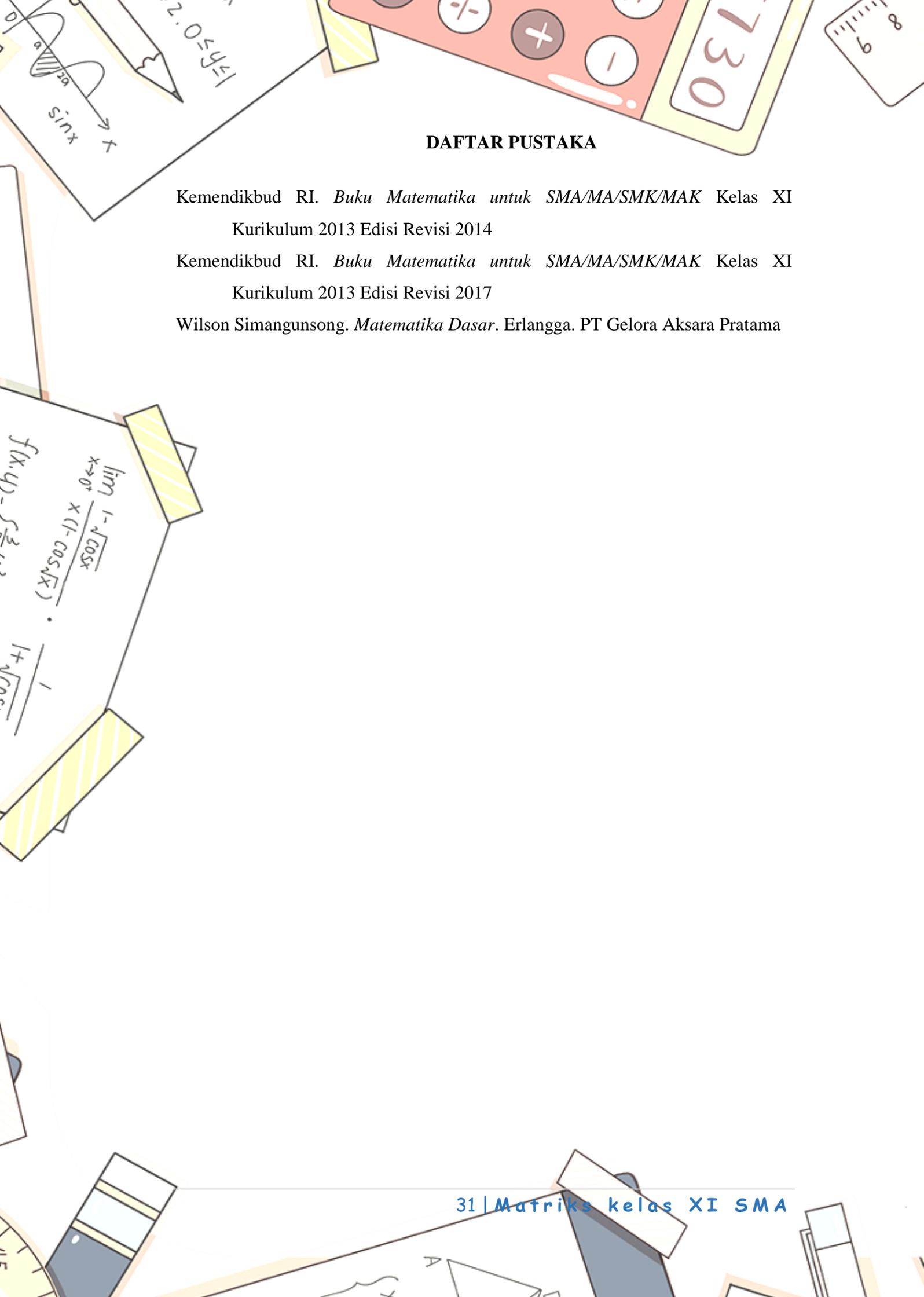
Penyelesaian:

LATIHAN

1. Masalah alokasi sumber daya

Agensi perjalanan menawarkan paket perjalanan ke Bali. Paket I terdiri 4 malam menginap, 3 tempat wisata dan 5 kali makan. Paket II dengan 3 malam menginap, 4 tempat wisata dan 7 kali makan. Paket III dengan 5 malam menginap, 4 tempat wisata dan tidak ada makan. Sewa hotel Rp400.000,00 per malam, transportasi ke tiap wisata Rp80.000,00, dan makan di restoran yang ditunjuk Rp90.000,00.

- Nyatakan matriks harga sewa hotel, transportasi dan makan
 - Nyatakan matriks paket yang ditawarkan.
 - Dengan menggunakan perkalian matriks, tentukan matriks biaya untuk tiap paket
 - Paket mana yang lebih menawarkan biaya termurah?
2. Misalkan A sebarang matriks persegi. Buktikan bahwa jika semua unsur dalam suatu matriks dalam suatu baris (atau kolom) matriks A dikalikan dengan sebuah bilangan $k \in \mathbb{R}$, maka determinannya juga dikalikan dengan bilangan itu.
3. Jika semua elemen persegi baris ke-1 suatu matriks persegi adalah nol. Tentukanlah determinan matriks.
4. Diberikan matriks M adalah matriks berordo 2×2 , dengan $|M| \neq 0$. Tentukan hubungan $|M|$ dengan $|M^{-1}|$.
5. Diketahui $A = \begin{bmatrix} 1 & 2 & 0 \\ 3 & -4 & 2 \\ 5 & 6 & -1 \end{bmatrix}$, tentukan:
- Determinan matriks A dengan Metode Sarrus
 - Adjoint matriks A dengan Metode Kofaktor



DAFTAR PUSTAKA

Kemendikbud RI. *Buku Matematika untuk SMA/MA/SMK/MAK Kelas XI*
Kurikulum 2013 Edisi Revisi 2014

Kemendikbud RI. *Buku Matematika untuk SMA/MA/SMK/MAK Kelas XI*
Kurikulum 2013 Edisi Revisi 2017

Wilson Simangunsong. *Matematika Dasar*. Erlangga. PT Gelora Aksara Pratama