MATEMATIKA I ALJABAR DAN BILANGAN

DI MADRASAH IBTIDAIYAH/SEKOLAH DASAR

+   + X : -

$$x = \frac{-b \pm \sqrt{b^2 - 4ac}}{2a}$$

2, 3, 5, 7, 11, 13, 17, ...

+ X : -

NURDIANA SIREGAR, M.Pd

PENDIDIKAN GURU MADRASAH IBTIDAIYAH

UNIVERSITAS ISLAM NEGERI

SUMATERA UTARA

2021

KATA PENGANTAR

Segala puji bagi Allah, yang mengajarkan manusia dengan atau tanpa perantara kalam. Shalawat dan salam semoga senantiasa tercurahkan kepada junjungan kita, Muhammad SAW, keluarganya, sahabatnya, dan pengikut setianya, karena tanpa beliau kita tidak akan pernah mengenal pedoman hidup manusia yaitu Al-Quranul Karim.

Perubahan ke arah yang baik alatnya adalah ilmu pengetahuan dan hal tersebut dilakukan hanya karena Allah. Oleh karena itu, setiap mahasiswa penting untuk membaca, baik bacaan yang berbentuk buku, modul, diktat dan sebagainya. Salah satu usaha pendidik untuk ikut serta dalam perubahan kearah yang lebih baik yaitu menyusun Diktat sebagai bahan ajar dalam mata kuliah Matematika I di MI/SD (Aljabar dan Bilangan).

Diktat ini membahas kajian-kajian atau konsep matematika yang mendasar terkait aljabar dan bilangan serta kaitannya dalam kehidupan nyata. Diktat ini diperuntukkan bagi mahasiswa semester III yang mengambil mata kuiah Matematika I di MI/SD pada Prodi PGMI Fakultas Ilmu Tarbiyah dan Keguruan..

Medan, September 2021

Nurdiana Siregar, M.Pd

DAFTAR ISI

BAB I

PENDAHULUAN

A. Sejarah

Mengkaji sejarah matematika berarti memerlukan penyelidikan terhadap asal mula penemuan tentang matematika dan perluasannya, penyelidikan terhadap metode dan notasi matematika pada masa silam. Sebelum zaman modern dan penyebaran ilmu pengetahuan begitu pesat ke seluruh dunia, contoh-contoh tertulis dari pengembangan matematika telah mengalami kemilau walau hanya di beberapa tempat. Tulisan matematika terkuno yang telah ditemukan adalah *Plimpton 322* (matematika Babilonia sekitar 1900 SM).

Menurut Berggren, JL, 2004, penemuan matematika terjadi pada jaman Mesopotamia dan Mesir Kuno, didasarkan pada banyak dokumen asli yang masih ada ditulis oleh juru tulis. Meskipun dokumen-dokumen yang berupa artefak tidak terlalu banyak, tetapi mereka dianggap mampu mengungkapkan matematika pada jaman tersebut. Artefak matematika yang ditemukan menunjukkan bahwa bangsa Mesopotamia telah memiliki banyak pengetahuan matematika yang luar biasa, meskipun matematika mereka masih primitif dan belum disusun secara deduktif seperti sekarang. Matematika pada jaman Mesir Kuno dapat dipelajari dari artefak yang ditemukan yang kemudian disebut sebagai Papyrus Rhind (diedit pertama kalinya pada 1877), telah memberikan gambaran bagaimana matematika di Mesir kuno telah berkembang pesat. Artefak-artefak berkaitan dengan matematika yang ditemukan berkaitan dengan daerah-daerah kerajaan seperti kerajaan Sumeria 3000 SM, Akkadia dan Babylonia rezim (2000 SM), dan kerajaan Asyur (1000 SM), Persia (abad 6-4 SM), dan Yunani (abad ke 3 - 1 SM).

Asal mula pemikiran tentang matematika umumnya terletak di dalam konsep bilangan, besaran, dan geometri. Pengkajian modern terhadap matematika mengalami perkembangan di berbagai belahan dunia seperti matematika yunani, matematika india, matematika cina dan lainnya. Tahap demi tahap perkembangan ilmu matematika tersebut seiring waktu pada pertumbuhan eksponensial masih berlanjut hingga kini.

B. Alkhawarizmi dan Aljabar

Istilah "aljabar" berasal dari bahasa Arab yaitu al-jabr yg artinya pemulihan. Aljabar adalah salah satu cabang matematika yang mempelajari struktur, hubungan dan kuantitas, menggunakan simbol (biasanya berupa huruf) untuk mempresentasikan bilangan secara umum sebagai sarana penyederhanaan dan alat bantu memecahkan masalah.

Penemu konsep Aljabar ini adalah Alkhawarizmi yaitu seorang tokoh cendekiawan multi-disiplin abad IX yang mahakarya pemikirannya berpengaruh terhadap ilmu matematika, sains dan teknologi di seluruh pelosok planet bumi. Alkhawarizmi dilahirkan sekitar tahun 780 M dengan nama lengkap Abu Jafar Muhammad bin Musa al Khwarizmi.

Alkhwarizmi lahir disuatu daerah dengan nama Khwarizm yang sekarang disebut sebagai Khiva, Uzbekistan dan beliau wafat sekitar tahun 850 M di Bagdad. Pada tahun 830 M Al Khwarizmi menulis sebuah karya yaitu buku legendaris yang berjudul *Al-Kitāb al-mukhtaṣar fī ḥisāb al-jabr wa-l-muqābala.* Buku tersebut diperkenalkan ke masyarakat Barat melalui terjemahan ke bahasa Latin dengan judul *Liber algebrae et almucabala* oleh Robert dari Chester pada tahun 1145 M. Berkat karya tersebutlah kini ia dijuluki sebagai Bapak Aljabar.

Selain itu, karyanya dalam buku Aljabar turut meberikan sumbagsih dalam kebahasaan. Buku al-Jabar dianggap sebagai revolusi besar dalam bidang matematika. Al-Khwarizmi berhasil mengintegrasikan konsep-konsep geometri dari matematika yunani kuno ke dalam konsep matematika yang baru. Alkhawarizmi juga menggagas dan mempopulerkan penggunaan angka nol dan disempurnakan dengan menambahkan angka desimal berikut juga pecahan.

Dalam kitab tersebut diberikan solusi persamaan linear dan kuadrat dengan menyederhanakan persamaan menjadi enam bentuk standar yaitu kuadrat sama dengan akar, kuadrat sama dengan bilangan konstanta, akar sama dengan konstanta, kuadrat dan akar sama dengan konstanta, kuadrat dan konstanta sama dengan akar, konstanta dan akar sama dengan kuadrat. Al Khwarizmi membagi koefisien dari kuadrat dengan menggunakan dua operasi yang disebut sebagai al-jabr (pemulihan) serta al-muqābala (penyeimbangan).

Pemikirannya menghasilkan sebuah teori gabungan yang memungkinkan bilangan rasional, irasional, dan besaran-besaran geometri diperlakukan sebagai objek-objek aljabar. Tak hanya itu, ia juga berkontribusi terhadap cabang aritmatika. Hasil pemikirannya mengenai bidang ini dituangkan dalam karyanya yang berjudul *"Kitāb al-Jam'a wa-l-tafrīq bi-ḥisāb al-Hind"*. Kitab tersebut dikenal sebagai buku ilmu pengetahuan pertama yang ditulis menggunakan sistem bilangan desimal. Teori yang dibahas dalam buku tersebut merupakan titik awal penyeimbangan ilmu matematika dan sains. Dari buku itu lah cikal bakal dari sistem algoritma muncul.

Di belahan Eropa, karyanya banyak ditranslasikan ke dalam bahasa Latin sebagai literatur barat. Al-Khwarizmi dikenal sebagai Algorizm bagi kalangan ilmuwan barat yang kagum akan temuannya yang sekarang masih banyak dipergunakan secara luas terutama di bidang komputer atau sains dan engineering yang berasal dari hasil pemikiran beliau. Al-Khwarizmi banyak memberikan pengaruh terhadap perkembangan ilmu pengetahuan dunia, diantaranya adalah:

1. Menemukan konsep aljabar yang kita kenal sekarang melalui buku Al-Jabr yang berisi mengenai persamaan linear dan kuadrat.
2. Orang yang pertama menjelaskan dan mempopulerkan kembali penggunaan angka nol (0) serta mengenalkan sistem notasi desimal dan tanda pengalian dua.
3. Memperkenalkan tanda negatif pada bilangan.
4. Membuat tabel perhitungan astronomi guna mengukur jarak dan kedalaman bumi. Tabel ini juga menjadi dasar untuk penelitian di bidang astronomi.
5. Model pembuatan peta dunia yang dituliskan dalam buku ṣūrat al-Arḍ yang digunakan para ahli geografi barat dalam menggambar peta.
6. Menemukan konsep alat penunjuk waktu dengan bayang sinar matahari dalam buku sundials.
7. Menemukan konsep dasar algoritma melalui pembahasan aturan-aturan melakukan aritmatika menggunakan bilangan Hindu-Arab dan solusi sistematis.

Masih banyak lagi karya-karyanya yang mempengaruhi ilmu pengetahuan saat ini. Selain ahli matematika, Al-Khwarizmi juga seorang ahli geografi, ahli astronomi, ahli astrologi, ahli sejarah bahkan teori mengenai seni musik dan lukis yang beliau tuliskan dalam bukunya.

C. Variabel, Koefisien, Konstanta dan Suku

Perhitungan matematis yang melibatkan huruf-huruf untuk mewakili bilangan yang belum diketahui disebut operasi aljabar. Pada operasi aljabar ada beberapa istilah yang sering dijumpai yaitu variabel, koefisien, konstanta dan suku. Bentuk-bentuk seperti 2a, 3b + 4, $5p^3$, 5x + y, 5x + 3y +2 disebut bentuk aljabar. Pada bentuk aljabar 5x, 5 disebut koefisien dan x disebut variabel (peubah). Berikut ini dijelaskan peengertian dari beberapa istilah yg sering dijumpai dalam operasi bentuk aljabar.

1. Variabel

   Variabel adalah lambang pengganti suatu bilangan yang belum diketahui nilainya dengan jelas. Variabel disebut juga peubah. Variabel biasanya dilambangkan dengan huruf kecil a, b, c,… z.

   Contoh:

   Suatu bilangan jika dikalikan 5 kemudian dikurangi 3, hasilnya adalah 12. Buatlah bentuk persamaannya!

   Jawab:

   Misalkan bilangan tersebut x, berarti 5x - 3 = 12 . (x merupakan variabel)

2. Konstanta

   Suku dari suatu bentuk aljabar yang berupa bilangan dan tidak memuat variabel disebut konstanta.

   Contoh:

   Tentukan konstanta pada bentuk aljabar berikut ini: 5xy +4x – y – 9

   Jawab:

   Konstanta adalah suku yang tidak memuat variabel, oleh karena itu konstanta dari 5xy + 4x – y – 9 adalah –9.

3. Koefisien

   Koefisien pada bentuk aljabar adalah faktor konstanta dari suatu suku pada bentuk aljabar.

Contoh:

Tentukan koefisien x pada bentuk aljabar berikut: $12y + 6x$

Jawab:

Koefisien x dari $12y + 6x$ adalah 6.

4. Suku

Suku adalah variabel beserta koefisiennya atau konstanta pada bentuk aljabar yang dipisahkan oleh operasi jumlah atau selisih. Bentuk aljabar ada yang bersuku satu, suku dua dan suku tiga. $2a$ dan $5p^3$ disebut bentuk aljabar suku satu atau suku tunggal, $3b + 4$ dan $5x + y$ disebut suku dua atau binom dan $5x + 3y + 2$ disebut bentuk aljabar suku tiga atau trinom. Bentuk aljabar yang mempunyai lebih dari dua suku disebut suku banyak atau polinom. Agar lebih jelas lihat penjelasan berikut ini.

a. Suku satu adalah bentuk aljabar yang tidak dihubungkan oleh jumlah operasi atau selisih. Contoh: $5x$, atau 8, atau $–2ab$.
b. Suku dua adalah bentuk aljabar yang dihubungkan oleh satu operasi jumlah atau selisih. Contoh: $7 – 5y$, atau $+ 4$, atau $x + 9y$.
c. Suku tiga adalah bentuk aljabar yang dihubungkan oleh dua operasi jumlah atau selisih. Contoh: $10 + 2x – 93$, atau $3x – 4y + xy$.

Latihan

1. Tentukan variabel, koefisien, dan konstanta dari bentuk aljabar berikut ini $2x^2+8y – 3z +5$!
2. Jelaskan sumbangan apa saja yang diberikan oleh Al-Khwarizmi terhadap perkembangan ilmu pengetahuan dunia!
3. Coba anda tuliskan tiga contoh bentuk aljabar yang didalamnya memuat variabel, konstanta, koefisien, dan suku!
4. Tentukan suku, variabel, konstanta dan koefisien dari bentuk aljabar berikut: $6y + 8y^2 – 2y^3$
5. Tentukan mana diantara berikut ini yang termasuk ke dalam suku satu, suku dua dan suku tiga:
   a. $2x – x$
   b. $-3yz$
   c. $x + 5y – 8z$

BAB II

OPERASI DASAR ALJABAR

A. Penjumlahan dan Pengurangan Bentuk Aljabar

Hasil penjumlahan maupun pengurangan pada bentuk aljabar diperoleh dengan cara mengelompokkan dan menyederhanakan suku-suku yang sejenis. Suku-suku yang sejenis adalah suku-suku yang variabel dan derajatnya sama, contoh suku-suku yang sejenis yaitu:

- x^2 dengan $3x^2$,
- 2y dengan 5y, dan
- xy^2 dengan $5xy^2$

Sedangkan suku-suku yang tidak sejenis adalah suku-suku yang variabelnya berbeda atau derajatnya tidak sama, contohnya:

- $2x$ dengan x^2,
- 3x dengan 5y, dan
- xy^2 dengan x^2y

Jika semua suku-suku aljabarnya sejenis maka dapat langsung disederhanakan dan jika semua suku-suku aljabarnya ada yang tidak sejenis, maka terlebih dahulu dikelompokkan suku-suku yang sejenis, setelah itu disederhanakan.

Contoh penjumlahan dan pengurangan bentuk aljabar yang dapat langsung disederhanakan yaitu:

1. 4x + 2x = 6x
2. -6x + 4x -3x = -5x

Sedangkan contoh penjumlahan dan pengurangan bentuk aljabar yang terlebih dahulu dikelompokkan suku-suku yang sejenis setelah itu disederhanakan yaitu:

1. $9x+8y-2y+5x = 9x+5x+8y-2y \;= 14x+6y$

2. $9x^2 + 3xy - 8y^2 - 10x^2 + 5xy + y^2$

$= 9x^2 - 10x^2 + 3xy + 5xy - 8y^2 + y^2$

$= -x^2 + 8xy - 7y^2$

B. Perkalian Bentuk Aljabar

1) Perkalian suatu bilangan dengan suku tunggal dan suku tunggal dengan suku tunggal

Bentuk aljabar $a \times b$ dapat disederhanakan menjadi ab. Jadi bila ditulis ab maksudnya adalah $a \times b$. Contoh perkalian suatu bilangan dengan suku tunggal yaitu:

1. $2 \times x = 2x$
2. $-3(4x) = -12x$

Sedangkan perkalian suku tunggal dengan suku tunggal,

contohnya: 1. $7x(-3y) = -21xy$

2. $-5x(-2xy) = 10x^2 y$

2) Perkalian suatu bilangan dengan suku dua dan suku tiga

Bentuk umumnya, untuk sembarang bilangan x, y dan k selalu berlaku $x(x+k) = x^2 + kx$ dan $x(x+y+k) = x^2 + xy + kx$.

Contoh: 1. $x(3x+5) = 3x^2 + 5x$

2. $x(3x + 4y + 5xy) = 3x^2 + 4xy + 5x^2 y$

3) Perkalian suku dua dengan suku dua

Perkalian suku dua dengan suku dua dapat dijabarkan dengan menggunakan hukum distributif dan menggunakan skema. Dengan menggunakan hukum distributif yaitu:

$$(x+a)(x+b) = x(x+b) + a(x+b).$$

Sedangkan dengan skema yaitu:

(2)

(1)

$$(x+a)(x+b) = x(x) + x(b) + a(x) + a(b)$$

(4

$$= x(x) + x(a) + x(b) + a(b)$$
$$= x^2 + (a+b)x + ab$$

Contoh: Tentukan hasil kali dari $(3x+4)(x-2)$!

Jawab:

1. Dengan distributif yaitu:

$$(3x+4)(x-2) = 3x(x-2) + 4(x-2)$$
$$= 3x^2 - 6x + 4x - 8$$
$$= 3x^2 - 2x - 8$$

2. Dengan skema yaitu :

$$(3x+4)(x-2) = 3x(x) + 3x(-2) + 4(x) + 4(-2)$$
$$= 3x^2 - 6x + 4x - 8$$
$$= 3x^2 - 2x - 8$$

C. Pembagian Bentuk Aljabar

Hasil pembagian dua bentuk aljabar dapat dinyatakan dalam bentuk yang paling sederhana dengan memperhatikan faktor-faktor yang sama.

Contoh: $6a : 3a = 2$

$x^3 : x = x^2$

$10a^4 : 5a^2 = 2a^2$.

Latihan

1. Kurangkanlah x – 2y + 5z dengan 2x + 3y – 4z !
2. Kalikanlah 2x + 3y dengan x + y !
3. Panjang suatu persegi panjang adalah $(2x+3)$cm dan lebar $(x-2)$ cm. Jika keliling persegi panjang tersebut dinyatakan dalam x dan jika x = 7, maka kelilingnya adalah……
4. Sederhanakanlah 2x : 8xy !
5. Bagilah $2x^2 + x - 3$ dengan x -1 !

BAB III

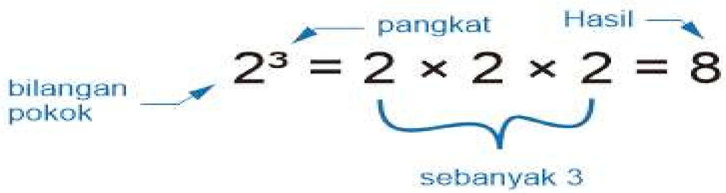
EKSPONEN

A. Definisi Eksponen

Eksponen adalah suatu bentuk perkalian dengan bilangan yang sama kemudian di ulang-ulang, atau bisaa disebut perkalian berulang dari suatu bilangan sebanyak pangkatnya. Eksponen bisa juga kita kenal sebagai bilangan berpangkat. Penulisan notasi pangkat suatu bilangan yaitu angkanya ditulis lebih kecil dan posisinya terletak agak ke atas, contoh: 2^2, 3^2, 4^3, dan lainnya. Adapun bentuk umum dari perpangkatan adalah $a^n = \underbrace{a \times a \times a \times ... \times a}_{\text{sebanyak n kali}}$

Untuk lebih paham kita buat contoh: berapa hasil dari 2^3= ....
Jawab: 2^3 artinya angka 2 dikalikan sebanyak 3 kali
Jadi $2^3 = 2 \times 2 \times 2 = 8$

Ada beberapa komponen istilah yang harus kita ketahui dalam eksponen atau bilangan perpangkatan yaitu:



Angka 2 posisinya adalah sebagai bilangan pokok atau istilah lainnya bisa disebut basis. Kita akan sering mendengar kata basis ini selama materi perpangkatan. Lalu angka 3 ini posisinya adalah sebagai pangkat yang ukurannya ditulis lebih kecil dari bilangan pokok dan posisinya agak keatas.

Bentuk eksponen bisa dinyatakan dalam bentuk persamaan maupun pertidaksamaan. Hal itu berkaitan dengan jenis penggunaannya, misalnya untuk menyelesaikan masalah yang berkaitan dengan fungsi eksponen.

B. Sifat-sifat Eksponen

Mendalami pemahaman tentang eksponen kita harus mengetahui terlebih dahulu sifat-sifat eksponen itu sendiri. Sifat-sifat eksponen sangat penting karena memiliki peran utama dalam dunia perpangkatan dan mempermudah kita melalukan perhitungan dari suatu eksponen. Ada beberapa sifat yang bisa kita ketahui dalam memahami eksponen, di antaranya adalah:

1. $a^m \times a^n = a^{m+n}$ (perkalian eksponen dengan basis yang sama, maka pangkatnya harus ditambah). Contoh**:** $4^2 \times 4^3 = 4^{2+3} = 4^5$
2. $a^m : a^n = a^{m-n}$ (pembagian eksponen dengan basis yang sama, maka pangkatnya harus dikurang). Contoh: $\mathbf{4^5} : 4^3 = 4^{5-3} = 4^2$
3. $(a^m)^n = a^{m \times n}$ (jika bilangan berpangkat dipangkatkan lagi, maka pangkatnya harus dikali). Contoh: $(4^2)^3 = 4^{2 \times 3} = 4^6$
4. $(a \times b)^m = a^m \times b^m$ (perkalian bilangan yang dipangkatkan, maka masing-masing bilangan tersebut dipangkatkan juga). Contoh**:** $(3 \times 5)^2 = 3^2 \times 5^2$
5. $\left(\frac{a}{b}\right)^m = \frac{a^m}{b^m}$ (bilangan pecahan yang dipangkatkan, maka pembilang dan penyebutnya harus dipangkatkan semua, dengan syarat nilai "b" atau penyebutnya tidak boleh sama dengan 0). Contoh**:** $\left(\frac{3}{4}\right)^3 = \frac{3^3}{4^3}$
6. $a^{-m} = \frac{1}{a^m}$ (Pada sifat eksponen negatif ini, jika (a^{-m}) posisinya ketika di bawah itu negatif, maka saat dipindahkan ke atas menjadi positif. Begitu juga sebaliknya**).** Contoh**:** $2^{-5} = \frac{1}{2^5}$
7. $a^0 = 1$. Ini adalah sifat eksponen berpangat nol. (Pada suatu perpangkatan dengan basis bilangan apapun selain 0, jika dipangkatkan dengan 0 maka hasilnya adalah 1). Untuk sifat yang satu ini, syaratnya nilai a tidak boleh sama dengan nol, karena kalo a = 0, maka hasilnya tidak terdefinisi.

C. Persamaan dan Pertidaksamaan Eksponen

Persamaan eksponen adalah persamaan yang memiliki variabel di bagian eksponennya. Sedangkan pertidaksamaan eksponen adalah pertidaksamaan jenis eksponen yang memiliki variabel. Secara umum, persamaan eksponen dibagi menjadi tiga, yaitu persamaan eksponen berbasis konstanta, persamaan eksponen berbasis fungsi, dan persamaan eksponen dalam bentuk penjumlahan. Untuk penjelasan lebih lengkapnya, simak ulasan berikut.

1. Persamaan eksponen berbasis konstanta

Untuk persamaan eksponen berbasis konstanta, terdapat dua persamaan yang harus pahami, yaitu:

a. Jika $a^{f(x)} = a^{g(x)}, a > 0\ dan\ a \neq 1, maka\ f(x) = g(x)$

b. Jika $a^{f(x)} = b^{f(x)},\ a, b\ > 0;\ a, b \neq 1;\ dan\ a \neq b,\ maka\ f(x) = 0$

Untuk lebih jelasnya, simak contoh soal berikut ini.

Contoh

Solusi dari persamaan $2^{x+3} = 4^{x-2}$ adalah ....

Pembahasan:

Untuk menentukan solusinya, berarti harus menyamakan basis kedua ruas terlebih dahulu. Berdasarkan sifat-sifat eksponen, diperoleh:

$$2^{x+3} = 4^{x-2}$$

$$\Leftrightarrow 2^{x+3} = (2^2)^{x-2}$$

$$\Leftrightarrow x + 3 = 2x - 4$$

$$\Leftrightarrow x = 7$$

Jadi solusi dari persamaan $2^{x+3} = 4^{x-2}$ adalah $x = 7$

2. Persamaan eksponen berbasis fungsi

Bentuk umum persamaan eksponen berbasis fungsi adalah sebagai berikut.

$$f(x)^{g(x)} = fx^{h(x)}$$

Bentuk persamaan eksponen di atas memiliki empat kemungkinan solusi, yaitu:

1. $g(x) = h(x)$
2. $f(x) = 1$
3. $f(x) = -1$, dengan syarat $g(x)$ dan $h(x)$ sama-sama genap atau ganjil.
4. $f(x) = 0$, dengan syarat $g(x), h(x) > 0$.

Untuk mengetahui penerapan persamaan eksponen berbasis fungsi pada soal, simak contoh berikut.

Contoh

Tentukan himpunan penyelesaian dari persamaan eksponen berikut ini

$(x - 2)^{x2-2x} = (x - 2)^{x+4}$

Pembahasan:

Solusi dari persamaan eksponen di atas didapat dari 4 kondisi berikut.

a. Solusi ke-1 $\quad x^2 - 2x = x + 4 \Leftrightarrow x^2 - 3x - 4 = 0$

$$\Leftrightarrow (x - 4)(x + 1) = 0$$

$$\Leftrightarrow x = 4\ atau\ x = -1$$

b. Solusi ke-2 $\quad x - 2 = 1 \Leftrightarrow x = 3$

c. Solusi ke-3 $\quad x - 2 = -1 \Leftrightarrow x = 1$

Lalu diperiksa apakah $x = 1$, $g(x)$ dan $h(x)$ sama-sama genap atau sama-sama ganjil.

- Uji pangkat untuk ruas kiri: $x^2 - 2x = 1^2 - 2(1) = -1\ (ganjil)$
- Uji pangkat untuk ruas kanan: $x + 4 = 1 + 4 = 5\ (ganjil)$

Oleh karena sama-sama ganjil, maka $x = 1$ merupakan penyelesaian.

d. Solusi ke-4 $\quad x - 2 = 0 \Leftrightarrow x = 2$

kemudian diperiksa apakah $x = 2$, $g(x)$ dan $h(x)$ sama-sama bernilai positif?

Uji pangkat ruas kiri menunjukkan bahwa:

$x^2 - 2x = 2^2 - 2(2) = 0$

Oleh karena 0 bukan bilangan positif, maka $x = 2$ bukan termasuk penyelesaian.

Jadi, himpunan penyelesaian persamaan eksponen ini adalah {-1, 1, 3, 4}.

3. Persamaan eksponen berbentuk penjumlahan

Bentuk umum persamaan eksponen penjumlahan adalah sebagai berikut.

$$a^{f(x)} + a^{g(x)} = c\ dengan\ a > 0, \quad a \neq 1, \quad dan\ \ c \neq 0$$

Langkah-langkah menentukan hasil persamaan eksponen berbentuk penjumlahan adalah:

a. Bentuk eksponen harus diuraikan sampai diperoleh bentuk yang sama. Untuk menguraikannya, dapat menggunakan sifat-sifat eksponen.

b. Gunakan pemisalan bentuk eksponen yang sama dengan variabel tertentu.

c. Selesaikan persamaannya, lalu substitusikan kembali nilai variabel yang diperoleh pada permisalan.

Untuk lebih jelasnya, simak contoh soal berikut ini.

Contoh

Tentukan solusi dari persamaan eksponen $2^{x+1} + 2^{x-1} = 20$!

Pembahasan: $2^{x+1} + 2^{x-1} = 20$

$$\Leftrightarrow 2^x \times 2 + \frac{2^x}{2} = 20$$

$$\Leftrightarrow 4 \times 2^x + 2^x = 40$$

Misalkan, $2^x = y$, sehingga diperoleh: $4y + y = 40$

$$\Leftrightarrow 5y = 40$$

$$\Leftrightarrow y = 8$$

Substitusikan nilai balik *y* pada permisalan tersebut.

$$2^x = y \Leftrightarrow 2^x = 8$$

$$\Leftrightarrow 2^x = 2^3$$

$$\Leftrightarrow x = 3$$

Jadi, solusi dari persamaan eksponen $2^{x+1} + 2^{x-1} = 20$ adalah $x = 3$.

4. Pertidaksamaan Eksponen

Pertidaksamaan eksponen memiliki dua bentuk umum, yaitu:

$a^{f(x)} + a^{g(x)} < c \ dengan \ a > 0, a \neq 1, dan \ c \neq 0$

Untuk menentukan solusi pertidaksamaan eksponen seperti pertidaksamaan di atas, langkah-langkahnya adalah sebagai berikut.

1. Bentuk eksponen harus diuraikan sampai diperoleh bentuk yang sama. Uraikan berdasarkan sifat-sifat eksponen.
2. Gunakan permisalan bentuk eksponen dengan variabel tertentu.
3. Selesaikan pertidaksamaannya menggunakan konsep pertidaksamaan sampai diperoleh interval untuk permisalannya.
4. Susbtitusikan nilai balik yang diperoleh pada permisalan.

Agar lebih jelas silahkan perhatikan contoh berikut.

Contoh

Himpunan penyelesaian dari pertidaksamaan eksponen $49^{3x-4} > 7^{x2}$ adalah

Pembahasan:

Untuk menentukan solusinya langkah pertama harus menyamakan basis pada kedua ruas. Berdasarkan sifat-sifat eksponen diperoleh:

$$49^{3x-4} > 7^{x^2}$$
$$\Leftrightarrow (7^2)^{3x-4} > 7^{x^2}$$
$$\Leftrightarrow 7^{6x-8} > 7^{x^2}$$

Oleh karena $a = 7 > 1$, maka berlaku:

$$6x - 8 > x^2$$
$$\Leftrightarrow x^2 - 6x - 8 < 0$$
$$\Leftrightarrow (x-4)(x-2) < 0$$

Titik pembuat nol $x = 4$ dan $x = 2$.

Langkah selanjutnya menempatkan titik pembuat nol dalam garis bilangan. Kemudian, tentukan tanda daerahnya dengan titik uji. Oleh karena tanda pertidaksamannya "<", maka bulatannya kosong dan titik pembuat nol tidak termasuk dalam nilai *x*.

Jadi, himpunan penyelesaian dari pertidaksamaan eksponen di atas adalah $\{x|x \in R, 2 < x < 4\}$.

Latihan

1. Tentukan hasil eksponen bentuk aljabar berikut ini!
   a. $(5xy)^2$
   b. $-(6x^2)^2$
2. Solusi dari persamaan eksponen berikut $5^{x+5} = 25^{x-8}$ adalah ...
3. Tentukan hasil pengkuadratan $(p+5)^2$ dan $(4x-3y)^2$ adalah ...
4. Himpunan penyelesaian dari pertidaksamaan eksponen $12^{2x-2} > 6^{x2}$ adalah

BAB IV

PECAHAN ALJABAR

A. Pengertian Pecahan Aljabar

Matematika dapat disimbolkan dalam bentuk bilangan maupun aljabar. Bilangan Matematika dapat berupa barisan maupun pecahan, kemudian untuk aljabar dapat berupa barisan maupun pecahan. Lalu bagaimana dengan pecahan aljabar? Pecahan Aljabar adalah pecahan yang mempunyai sebuah peubah pada pembilang atau penyebutnya atau mempunyai peubah pada kedua-duanya, misalnya seperti $\frac{3}{x}$, $\frac{x}{2y}$, $\frac{y+4}{2}$, $\frac{x}{x-y}$. Dalam pecahan aljabar ada syarat yang harus dipenuhi yaitu penyebutnya tidak boleh sama dengan 0, karena pembagian dengan 0 tidak didefinisikan.

B. Operasi Hitung Penjumlahan dan Pengurangan Pecahan Aljabar

Mendengar kata aljabar tentunya pandangan kita sudah sulit. Hal ini karena bentuknya tidak seperti pecahan biasa, melainkan ditambahkan dengan variabel. Bayangan inilah yang membuat kita terasa sulit dalam mengerjakan contoh soal operasi hitung pecahan aljabar.

Operasi hitung pecahan aljabar tentunya memiliki cara pengerjaan yang berbeda dengan materi Matematika lainnya. Hal ini dikarenakan materi ini mengandung aljabar yang terdiri dari bilangan x dan y. Hanya saja konsep penyelesaiannya hampir sama dengan pecahan secara umum karena aljabar tersebut berbentuk pecahan. Nah, pada kesempatan kali ini kita akan membahas tentang operasi hitung aljabar yang meliputi penjumlahan dan pengurangan, lengkap dengan contoh soal dan pembahasan.

1. Operasi penjumlahan dalam pecahan aljabar

Jika penyebut pecahan aljabarnya sama, maka pembilangnya langsung dijumlahkan. Jika penyebutnya berbeda maka samakan dahulu penyebutnya dengan mencari persekutuan penyebut terkecil selanjutnya ubahlah setiap pecahan menjadi pecahan ekivalen dengan penyebut yang sama.

Contoh:

$$Tentukan\ hasil\ dari\ \frac{x+2}{3x}+\frac{x-3}{6x}=...$$

Jawab,

$$penyebut\ persekutuan\ terkecil = 6x$$

$$\frac{(x+2)2}{(3x)2}+\frac{x-3}{6x}$$

$$=\frac{2x+4}{6x}+\frac{x-3}{6x}$$

$$=\frac{2x+x+4-3}{6x}$$

$$=\frac{3x+1}{6x}$$

2. Operasi pengurangan dalam pecahan aljabar

Konsep pengurangan pada bilangan pecahan aljabar juga dapat digunakan untuk operasi hitung penjumlahan bentuk pecahan aljabar. Apabila penyebutnya berbeda maka harus terlebih dahulu menyamakan penyebutnya dengan mencari persekutuan penyebut terkecil selanjutnya ubahlah setiap pecahan menjadi pecahan ekivalen dengan penyebut yang sama.

Contoh:

$$Tentukan\ hasil\ dari\frac{x}{x+1}-\frac{2x}{x+2}=....$$

jawab,

$$penyebut\ persekutuan\ terkeci\ln ya\ (x+1)(x+2)$$

$$\frac{x}{x+1}\times\frac{(x+2)}{(x+2)}-\frac{2x}{x+2}\times\frac{(x+1)}{(x+1)}$$

$$=\frac{x^2+2x}{(x+1)(x+2)}-\frac{2x^2+2x}{(x+1)(x+2)}$$

$$=\frac{x^2-2x^2+2x-2x}{(x+1)(x+2)}$$

$$=\frac{-x^2}{(x+1)(x+2)}$$

C. Operasi Hitung Perkalian dan Pembagian Pecahan Aljabar

Pada dasarnya operasi hitung perkalian dan pembagian biasa hampir sama dengan bentuk operasi hitung perkalian dan pembagian pecahan aljabar. Maka dari itu untuk menyelesaikan operasi hitung pecahan aljabar, kita harus paham mengenai operasi hitung dasar terlebih dahulu. Nah, pada kesempatan kali ini kita akan membahas tentang operasi hitung aljabar yang meliputi perkalian dan pembagian lengkap dengan contoh soal dan pembahasan.

1. Operasi perkalian pada pecahan aljabar

Pada pecahan aljabar dengan operasi perkalian, itu diselesaikan dengan mengalikan penyebut dengan penyebut dan pembilang dengan pembilang, sederhanakan pembilang dan penyebutnya. Penyelesaian perkalian pecahan aljabar hampir sama dengan perkalian pecahan biasa. Cara menyelesaikan operasi perkalian pecahan aljabar ini yaitu mengalikan penyebut dengan penyebut serta mengalikan pembilang dengan pembilang. Berikut rumus perkalian pecahan aljabar:

$$\frac{a}{b} \times \frac{c}{d} = \frac{ac}{bd}$$

Contoh:

Tentukan hasil dari $\frac{x^2}{3y} \times \frac{2y}{3x} = ...$

Jawab

$$\frac{x^2}{3y} \times \frac{2y}{3x} = \frac{2x^2y}{9xy} = \frac{2x}{9}$$

2. Operasi pembagian pada pecahan aljabar

Membagi pecahan aljabar dilakukan dengan membalikkan pecahan pembagi selanjutnya penyebut dan pembilangnya disederhanakan. Penyelesaian pembagian pecahan aljabar hampir sama dengan pembagian pecahan biasa. Cara menyelesaikan operasi pembagian pecahan aljabar ini yaitu merubah operasi pembagian menjadi perkalian, namun bilangan kedua dibalik (dari pembilang menjadi penyebut dan penyebut menjadi pembilang). Berikut rumus pembagian pecahan aljabar:

$$\frac{a}{b} \div \frac{c}{d} = \frac{a}{b} \times \frac{d}{c} = \frac{ad}{bc}$$

Contoh:

Tentukan hasil dari $\frac{4x-8}{6} \div \frac{x-2}{3} = ...$

Jawab

$$\frac{4x-8}{6} \div \frac{x-2}{3} = \frac{4x-8}{6} \times \frac{3}{x-2} = \frac{4(x-2)x3}{6(x-2)} = 2$$

Latihan

1. Sederhanakanlah $\frac{x^2-9x+20}{x^2-x-12}$!
2. Sederhanakanlah $\frac{x^2y}{xy^2 - x^{1/2}y^3}$!
3. Tentukan hasil dari $\frac{3}{x^4y^2} - \frac{2}{x^2y^3}$
4. Tentukan hasil dari $\frac{x-1}{x} \times \frac{x^2+3x}{x^2-7x+6}$
5. Bagilah $\frac{10y+5}{4}$ dengan $\frac{2y+1}{2}$

BAB V

FAKTORISASI SUKU ALJABAR

A. Definisi Faktorisasi Suku Aljabar

Mengubah bentuk penjumlahan menjadi bentuk perkalian faktor-faktornya disebut memfaktorkan. Bentuk penjumlahan dapat dinyatakan sebagai bentuk perkalian jika suku-suku dalam bentuk penjumlahan tersebut memiliki faktor yang sama. Misalkan dari bentuk ax + ay = a(x + y), dimana a dan (x + y) merupakan faktor-faktor dari ax + ay. Proses menyatakan bentuk penjumlahan menjadi suatu bentuk perkalian faktor-faktornya disebut pemfaktoran atau faktorisasi.

Faktorisasi suku aljabar adalah mengubah bentuk penjumlahan suku aljabar menjadi bentuk perkalian faktor-faktor suku aljabar tersebut. Oleh sebab itu dapat dikatan bahwa pemfaktoran atau faktorisasi bentuk aljabar adalah menyatakan bentuk penjumlahan menjadi suatu bentuk perkalian dari bentuk aljabar tersebut.

B. Bentuk-bentuk Faktorisasi Suku Aljabar

Faktorisasi Suku Aljabar memiliki rakam bentuk, seperti faktorisasi dengan hukum distributif, faktorisasi Bentuk $x^2 + 2xy + y^2$ dan $x^2 - 2xy + y^2$, faktorisasi bentuk selisih dua kuadrat dan sebagainya. Nah untuk lebih jelas perhatikan uraian berikut ini dalam mempelajari faktorisasi dari beberapa bentuk aljabar.

a. Bentuk Faktorisasi dengan Hukum Distributif

Bentuk penjumlahan suku-suku yang memiliki faktor yang sama dapat difaktorkan dengan menggunakan hukum distributif. Distributif diterjemahkan dengan penyebaran yaitu sifat yang menghubungkan operasi perkalian dan penjumlahan atau pengurangan. Hukum distributif atau sifat distributif dapat dinyatakan sebagai berikut :

$$ab + ac = a(b + c) \text{ atau } ab - ac = a(b - c)$$

Contoh: Faktorkanlah bentuk-bentuk aljabar berikut ini!

1. $9p^3 + 18p^5$

2. $6xy^2 - 8x^2y^2$

Penyelesaian :

1. $9p^3 + 18p^5 = 9p^3(1) + 9p^3(2p^2)$

$= 9p^3(1 + 2p^2)$

2. $6xy^2 - 8x^2y^2 = 2xy(3y) - 2xy(4xy)$

$= 2xy(3y - 4xy).$

b. Faktorisasi Bentuk $x^2 + 2xy + y^2$ dan $x^2 - 2xy + y^2$

Secara umum bentuk $x^2 + 2xy + y^2$ dan $x^2 - 2xy + y^2$ dapat difaktorkan dengan langkah-langkah sebagai berikut:

$$
\begin{aligned}
x^2 + 2xy + y^2 &= x^2 + xy + xy + y^2 \\
&= x(x + y) + y(x + y) \\
&= (x + y)(x + y) \\
&= (x + y)^2
\end{aligned}
$$

$$
\begin{aligned}
x^2 - 2xy + y^2 &= x^2 - xy - xy + y^2 \\
&= x(x - y) - y(x - y) \\
&= (x - y)(x - y) \\
&= (x - y)^2
\end{aligned}
$$

Contoh: Faktorkanlah bentuk-bentuk aljabar berikut ini!

1. $x^2 + 6x + 9$

2. $x^2 - 4x + 4$

Jawab:

1. $x^2 + 6x + 9 = x^2 + 3x + 3x + (3)^2$

$= x(x+3) + 3(x+3)$

$= (x+3)(x+3)$

$= (x+3)^2$

2. $x^2 - 4x + 4 = x^2 - 2x - 2x + 2^2$

$= x(x-2) - 2(x-2)$

$= (x-2)(x-2)$

$= (x-2)^2$

c. Faktorisasi Bentuk Selisih Dua Kuadrat

Bentuk selisih dua kuadrat yaitu $x^2 - y^2 = (x+y)(x-y)$. Bentuk $x^2 - y^2$ disebut selisih dua kuadrat karena mempunyai dua suku atau tidak memiliki suku tengah, dan merupakan pengurangan (selisih) serta dua suku tersebut masing-masing berbentuk kuadrat.

Contoh : Faktorkanlah bentuk-bentuk aljabar berikut ini!

1. $x^2 - 9$
2. $25x^2 - 36y^2$

Penyelesaian:

1. $x^2 - 9 = x^2 - 3^2$

$= (x+3)(x-3)$

2. $25x^2 - 36y^2 = (5x)^2 - (6y)^2$

$= (5x+6y)(5x-6y)$

d. Faktorisasi Bentuk $ax^2 + bx + c$ dengan a = 1

Pada bentuk $ax^2 + bx + c$, a merupakan koefisien x^2, b merupakan koefisien x, dan c merupakan konstanta. Dalam memfaktorkan bentuk $ax^2 + bx + c$, maka ubahlah terlebih dahulu x^2 menjadi bentuk perkalian yaitu $x \times x$ lalu dijabarkan bentuknya seperti $(x + p)(x + q)$. Untuk menentukan nilai p dan q, dengan memecahkan b menjadi dua bilangan bulat. Dengan perkataan lain, bila dua bilangan bulat (p dan q) dijumlahkan akan menghasilkan koefisien x, lalu jika dua bilangan bulat tersebut dikalikan akan menghasilkan konstanta (c).

Dapat disimpulkan $x^2 + bx + c = (x + p)(x + q)$ dengan syarat c = p.q dan b = p + q

Contoh: Faktorisasikanlah bentuk-bentuk aljabar berikut ini!

1. $x^2 + 7x + 12$
2. $x^2 + 2x - 48$

Penyelesaian:

1. $x^2 + 7x + 12 = (x + 3)(x + 4)$
2. $x^2 + 2x - 48 = (x + 8)(x - 6)$

e. Faktorisasi Bentuk $ax^2 + bx + c$ dengan a $\neq$ 1

Ini dilakukan dengan memecah b menjadi dua bilangan bulat, misalkan dua bilangan tersebut p dan q sehingga $ax^2 + bx + c = ax^2 + px + qx + c$, untuk menentukan nilai p dan q maka syaratnya jika p dikali dengan q hasilnya sama dengan hasil dari perkalian a dengan c. Dengan kata lain, $p \times q = a \times c$.

Dapat disimpulkan $ax^2 + bx + c = (ax + p)(x + q)$ dimana b = p + q dengan syarat $p \times q = a \times c$

Contoh : Faktorisasikanlah $8x^2 + 22x + 15$!

Penyelesaian :

$$8x^2 + 22x + 15 = 8x^2 + 10x + 12x + 15$$

$$= 2x(4x + 5) + 3(4x + 5)$$

$$= (4x + 5)(2x + 3)$$

Latihan

1. Berdasarkan pengertian faktorisasi, maka buatlah satu contoh dari faktorisasi suku aljabar!
2. Pemfaktoran dari $4x^2 + 8x + 3$ adalah….
3. Pemfaktoran dari $x^2 - 8xy + 16y^2$ adalah…..
4. Pemfaktoran dari $72a^2 - 162b^2$ adalah….
5. Untuk y = 4, maka pemfaktoran dari $2x^2 - 12x + y^2$ adalah……

BAB VI

BILANGAN

A. Sejarah Bilangan

Menurut sejarahnya pada masa manusia purba, manusia sudah mengenal bilangan, hal tersebut dapat ditunjukkan oleh adanya coretan-coretan pada dinding gua, atau tumpukan-tumpukan kayu dan batu yang tertata rapi di suatu tempat diluar maupun di dalam gua. Dengan menggunakan coretan-coretan atau tumpukan, mereka dapat menyatakan banyaknya binatang hasil buruan,banyaknya anggota keluarga mereka, dan lain sebagainya.

Seiring berjalannya waktu, muncullah sistem numerasi. Sistem numerisasi ialah sistem memberi nama bilangan. Sistem ini mempunyai simbol-simbol pokok atau simbol dasar. Simbol-simbol dasar ini dengan aturan penggabungan lambang bilangan dipakai untuk menulis lambang bilangan yang merupakan nama dari bilangan itu. Jadi dalam sistem numerisasi ini ada dua hal yang perlu diperhatikan. Pertama, simbol-simbol pokok yang dipakai dan kedua aturan yang menyatukan simbol-simbol pokok itu untuk menulis semua bilangan.

Sesuai dengan waktu terjadinya, beberapa sistem numerisasi yang dikenal adalah Sistem Mesir Kuno (+ 3000 SM), Sistem Babilonia (+ 2000 SM), Sistem Yunani Kuno (+ 600 SM), Sistem Numerisasi Maya (+ 300 SM), Sistem Jepang-Cina (+ 200 SM), Sistem Romawi (+ 100 SM), Sistem Hindu-Arab (+ 300 SM – 750 M). Misalnya sistem numerisasi Hindu-Arab, yaitu seperti 2, 3, 24; sistem numerisasi Romawi, seperti II, IV, IX dan lain-lain. Lambang bilangan tersebut yang lebih berguna dipakai adalah lambang bilangan Hindu-Arab daripada lambang bilangan Romawi, terutama untuk perhitungan.

Sistem numerisasi Hindu-Arab disebut juga sistem numerisasi desimal. Sistem Angka Hindu-Arab atau sistem angka Hindu adalah suatu posisi desimal sistem angka yang dikembangkan oleh abad ke-9 oleh matematikawan India , diadopsi oleh Persia (Al-Khawarizmi sekitar s '825 buku *Di Perhitungan dengan Hindu angka)* dan matematikawan Arab (Al-Kindi sekitar tahun s '830 volume *Pada Penggunaan angka India),* dan menyebar ke dunia barat oleh Abad

Pertengahan. Sistem ini didasarkan pada sepuluh (awalnya sembilan) mesin terbang yang berbeda. Simbol (glyph) digunakan untuk mewakili sistem ini adalah pada prinsipnya independen dari sistem itu sendiri. The glyphs digunakan sebenarnya adalah keturunan dari India angka Brahmi , dan telah terbelah menjadi berbagai varian sejak Abad Pertengahan. Simbol ini dapat dibagi menjadi tiga keluarga utama: angka India yang digunakan dalam India , yang Timur angka-angka Arab yang digunakan di Mesir dan Timur Tengah dan Barat angka-angka Arab yang digunakan dalam Maghreb dan di Eropa.

Sistem numerisasi Romawi yang sekarang ini merupakan modernisasi siste adisi dari sistemnya yang lama. Sistem ini bukan sistem yang mempunyai nilai tempat, kecuali pada hal-hal tertentu yang sangat terbatas. Sistem ini juga tidak mempunyai nol.Sistem Romawi sudah ada sejak 260 tahun SM. Tetapi sistem Romawi yang seperti sekarang ini belum lama dikembangkannya. Misalnya lambang bilangan untuk empat adalah "IV" yang sebelumnya adalah "IIII". Lambnag untuk 50 = L pernah bentuknya ^, û, dan ¯. Lambang 100 = C. Pada zaman dahulu kala orang romawi kuno menggunakan penomoran tersendiri yang sangat berbeda dengan sistem penomeran pada jaman seperti sekarang. Angka romawi hanya terdiri dari 7 nomor dengan simbol huruf tertentu di mana setiap huruf melangbangkan memiliki arti angka tertentu, yaitu :

I artinya 1
V artinya 5
X artinya 10
L artinya 50
C artinya 100
D artinya 500
M artinya 1000

Bila lambang sebuah bilangan ditulis dengan dua angka sedangkan angka yang disebelah kanannya mewakili bilangan yang lebih kecil dari angka yang berada di sebelah kirinya, maka arti penulisan lambang bilangan itu adalah jumlahnya. Misalnya angka 4 dalam Romawi IV, I mewakili bilangan yang lebih kecil dari bilangan yang diwakili oleh V. Sedangkan angka I ditulis disebelah kiri dari V, maka arti IV ialah 5 – 1 yang sama dengan 4. Pada prinsip pengurangan ini, I hanya dapat dikurangkan dari V dan X. X hanya dapat dikurangkan dari L dan C, dan C hanya dapat dikurangkan dari D dan M. Misalnya bilangan "99", tidak dituliskan sebagai 100 – 1 yaitu dalam Romawi IC, namun dituliskan sebagai 90 + 9 = (100 – 10) + (10 – 1) yaitu XCIX.

Sistem numerasi Romawi ini menggunakan dasar sepuluh. Jadi tidak ada tulisan VV untuk melambangkan 10, tetapi harus X. Beberapa kekurangan atau kelemahan sistem angka romawi, yakni :

1. Tidak ada angka nol (0)
2. Terlalu panjang untuk menyebut bilangan tertentu
3. Terbatas untuk bilangan-bilangan kecil saja

Angka romawi memang ada kelemahannya daan tidak sempurna, sehingga untuk menutupi kekurangan angka romawi pada keterbatasan angka kecil, maka dibuat pengali seribu dari nilai biasa dengan simbol garis strip di atas simbol angka Romawi, (kecuali I).

V artinya 5 x 1000 atau 5.000

X artinya 10 x 1000 atu 10.000

L artinya 50 x 1000 atau 50.000

C artinya 100 x 1000 atau 100.000

D artinya 500 x 1000 atau 500.000

M artinya 1000 x 1000 atau 1.000.000

B. Konsep Bilangan

Bilangan adalah suatu konsep matematika yang digunakan untuk pencacahan dan pengukuran. Simbol ataupun lambang yang digunakan untuk mewakili suatu bilangan disebut sebagai angka atau lambang bilangan. Sifat yang esensiil dari lambang bilangan itu ialah bahwa lambang bilangan itu mewakili bilangan. Dalam matematika, konsep bilangan selama bertahun-tahun lamanya telah diperluas untuk meliputi bilangan nol, bilangan negatif, bilangan rasional, bilangan irasional, dan bilangan kompleks.

Prosedur-prosedur tertentu yang mengambil bilangan sebagai masukan dan menghasil bilangan lainnya sebagai keluran, disebut sebagai operasi numeris. Operasi uner mengambil satu masukan bilangan dan menghasilkan satu keluaran bilangan. Operasi yang lebih umumnya ditemukan adalah operasi biner, yang mengambil dua bilangan sebagai masukan dan menghasilkan satu bilangan sebagai keluaran. Contoh operasi biner adalah penjumlahan, pengurangan, perkalian, pembagian, dan perpangkatan atau eksponen. Bidang kajian matematika yang membahas operasi numeris disebut sebagai aritmetika.

Konsep angka, bilangan dan nomor dalam penggunaan sehari-hari masih seringkali disamakan. Secara definisi, angka, bilangan, dan nomor merupakan tiga entitas yang berbeda. Angka adalah suatu tanda atau lambang yang digunakan untuk melambangkan bilangan. Contohnya, bilangan lima dapat dilambangkan menggunakan angka Hindu-Arab "5" (sistem angka berbasis 10), "101" (sistem angka biner), maupun menggunakan angka Romawi 'V'. Lambang "5", "1", "0", dan "V" yang digunakan untuk melambangkan bilangan lima disebut sebagai angka. Sedangkan nomor biasanya menunjuk pada satu atau lebih angka yang melambangkan sebuah bilangan bulat dalam suatu barisan bilangan bulat yang berurutan. Misalnya kata 'nomor 3' menunjuk salah satu posisi urutan dalam barisan bilangan 1, 2, 3, 4, ..., dst. Kata "nomor" sangat erat terkait dengan urutan.

C. Lambang Bilangan

Suatu simbol yang digunakan untuk mewakili banyaknya benda dari suatu bilangan disebut sebagai lambang bilangan. Lambang dari suatu bilangan disebut angka. Kita bisa membaca dan menulis lambang bilangan dengan simbol gambar yang telah disepakati bentuknya secara universal. Lantas bagaimana cara membaca lambang bilangan? Berikut ini contoh membaca lambang bilangan:

1 dibaca *satu*.

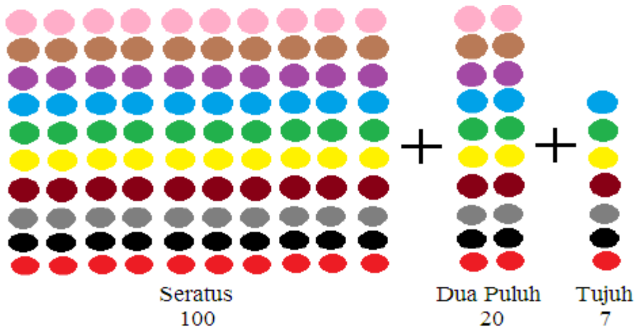
48 dibaca *empat puluh delapan.*

742 dibaca *tujuh ratus empat puluh dua.*

3.428 dibaca *tiga ribu empat ratus dua puluh delapan*.

2.321.523 dibaca *dua juta tiga ratus dua puluh satu ribu lima ratus dua puluh tiga*.

Selanjutnya dalam menulis lambang bilangan kita harus mengetahui kedudukan atau nilai tempat dari suatu bilangan. Suatu sistem numerasi disebut sistem tempat jika nilai dari lambang-lambang yang digunakan menerapkan aturan tempat, sehingga lambang yang sama mempunyai nilai yang tidak sama karena tempatnya (posisinya) berbeda.



Berdasarkan gambar diatas, cara menulis lambang bilangan pada gambar diatas adalah: *Seratus dua puluh tujuh* ditulis 127.

Oleh karena adanya kaitan antara nilai dan tempat, maka sistem tempat lebih dikenal dengan istilah sistem nilai tempat. Berikut ini adalah contoh dari nilai tempat suatu bilangan:

5762

→ bilangan dari 5 adalah menandakan tempat *ribuan*.

→ bilangan dari 7 adalah menandakan tempat *ratusan*.

→ bilangan dari 6 adalah menandakan tempat *puluhan*.

→ bilangan dari 2 adalah menandakan tempat *satuan*.

Contoh lambang dan nama bilangan untuk menandakan tempat satuan:

Lambang Bilangan	Nama Bilangan
1	Satu
2	Dua
3	Tiga
4	Empat
5	Lima
6	Enam
7	Tujuh
8	Delapan
9	Sembilan

Contoh lambang dan nama bilangan untuk menandakan tempat puluhan:

Lambang Bilangan	Nama Bilangan
10	Sepuluh
20	Dua puluh
30	Tiga puluh
40	Empat puluh
50	Lima puluh
60	Enam puluh
70	Tujuh puluh
80	Delapan puluh
90	Sembilan puluh

Contoh lambang dan nama bilangan untuk menandakan tempat ratusan:

Lambang Bilangan	Nama Bilangan
100	Seratus
200	Dua ratus
300	Tiga ratus
400	Empat ratus
500	Lima ratus
600	Enam ratus
700	Tujuh ratus
800	Delapan ratus
900	Sembilan ratus

Contoh lambang dan nama bilangan untuk menandakan tempat ribuan:

Lambang Bilangan	Nama Bilangan
1000	Seribu
2000	Dua ribu
3000	Tiga ribu
4000	Empat ribu
5000	Lima ribu
6000	Enam ribu
7000	Tujuh ribu
8000	Delapan ribu
9000	Sembilan ribu

Latihan

1. Sebutkan paling sedikit dua sistem numerasi yang dikenal dalam sejarah, dan jelaskan apa perbedaannya ?
2. Bagaimana pengajaran bilangan dan lambang bilangan di kelas rendah?
3. Tuliskan apa saja langkah-langkah awal yang harus dilakukan oleh seorang Guru untuk mengajarkan nilai tempat dari suatu bilangan!
4. Telusurilah notasi bilangan yang paling sulit diingat oleh orang yang sedang belajar bilangan! (temukan dalam lingkungan rumah dan artikel dari jurnal ilmiah).
5. Menurut anda apa yang akan terjadi jika sistem numerasi tidak mengalami perkembangan dari zaman dulu dan angka 0 tidak pernah ada atau tidak pernah ditemukan oleh ilmuwan matematika?

BAB VII

BILANGAN CACAH DAN BILANGAN BULAT

A. Bilangan Cacah

1. Definisi Bilangan Cacah

Bilangan cacah didefinisikan sebagai sebuah himpunan bilangan dimana di dalamnya terdiri dari bilangan bulat yang dimulai dari nol dan bukan merupakan bilangan negatif karena bilangan cacah bukan bilangan negatif.

Contoh bilangan cacah :

{0,1,2,3,4,5,6,7,8,9,10,...}

Berdasarkan bilangan cacah di atas disimpulkan bahwa bilangan cacah terbentuk dari himpunan bilangan asli dengan menambahkan angka nol di depannya. Bilangan cacah biasanya disimbolkan dengan huruf "C". Sehingga jika kita ingin menuliskan himpunan bilangan cacah dan semua unsur bilangannya, maka penulisannya adalah sebagai berikut :

C = {0,1,2,3,4,5,6,7,8,9,10,...dst}

2. Sifat-sifat Bilangan Cacah

Bilangan cacah dalam operasi penjumlahan, pengurangan, perkalian maupun pembagian memiliki sifat-sifat yang memenuhi didalamnya, Adapun dalam operasi penjumlahan bilangan cacah berlaku sifat - sifat :

- Tertutup

Penjumlahan dua bilangan cacah akan mendapatkan hasil bilangan cacah juga

-Sifat komutatif (pertukaran)

contohnya : a + b = b + a

- Sifat Assosiatif (pengelompokkan)

contohnya : (a + b) + c = a + (b + c)

- Sifat identitas

contohnya : a + 0 = 0 + a

Namun dalam operasi pengurangan bilangan cacah tidak berlaku sifat komutatif, assosiatif dan juga tidak berlaku sifat identitas karena $a - 0 \neq 0 - a$. Selain itu pengurangan dalam bilangan cacah tidak bersifat tertutup, maka agar bersifat tertutup haruslah $a > b$. Artinya nilai yang dikurangi haruslah lebih besar dari nilai yang megurangi, contoh: 5-4=1. Jika a,b dan (a-b) adalah bilangan cacah maka $(a-b)+c=(a+c)-b$ (syarat $a > b$)

Sifat distributif pengurangan bisa berlaku $a \times (b - c) = (a \times b) - (a \times c)$

Bilangan cacah dalam operasi perkalian juga memiliki sifat-sifat yang memenuhi didalamnya, Adapun dalam operasi perkalian bilangan cacah juga berlaku sifat :

- Tertutup

  Perkalian dua bilangan cacah akan mendapatkan hasil bilangan cacah juga
- Sifat Komutatif (pertukaran)

  $a \times b = b \times a$
- Sifat Assosiatif (pengelompokkan)

  $(a \times b) \times c = a \times (b \times c)$
- Sifat identitas

  $a \times 1 = 1 \times a$
- Sifat distributif

  $a \times (b + c) = (a \times b) + (a \times c)$

Namun dalam pembagian bilangan cacah tidak berlaku sifat komutatif, assosiatif dan juga tidak berlaku sifat identitas karena $a : 1 \neq 1 : a$. Selain itu pembagian 0 (nol) dalam bilangan cacah tidak terdefinisikan, pembuktian misalkan 8:0 = p, maka p x 0 = 8. Berapa nilai p? Ternyata tidak ada satu pun pengganti p yang memenuhi p x 0 = 8. Selanjutnya 0 (nol) dibagi dengan sembarang bilangan cacah maka akan menghasilkan bilangan cacah yaitu nol.

3. Operasi Hitung Bilangan Cacah

Operasi pada bilangan cacah pada umumnya meliputi penjumlahan, pengurangan, perkalian dan juga pembagian. Penjumlahan adalah salah satu operasi aritmetika dasar dengan cara menambahkan suatu bilangan dengan sekelompok bilangan lain atau lebih menjadi suatu bilangan yang merupakan jumlah. Penjumlahan ditulis dengan menggunakan tanda tambah "+" di antara kedua bilangan. Hasil dari penjumlahan dinyatakan dengan tanda atau simbol sama dengan "="

1 + 1 = 2 (diucapkan "satu ditambah satu sama dengan dua")

2 + 2 = 4 (diucapkan "dua ditambah dua sama dengan empat")

Pengurangan merupakan salah satu dari empat operasi dasar aritmetika dan pada prinsipnya merupakan kebalikan dari operasi penjumlahan. Contoh operasi pengurangan adalah:

a - b = c sama dengan b + c = a (a harus lebih besar dari b)

a - b = b - a (jika kedua bilangan nilainya sama maka, a = b)

Perkalian bilangan cacah didefinisikan sebagai hasil penjumlahan berulang-ulang dari bilangan cacah yang dikalikan, misalnya : 2 x 5 = 2 + 2 + 2 + 2 + 2 sedangkan 5 x 2 = 5 + 5. Sedangkan pembagian bilangan cacah didefinisikan sebagai kebalikan dari perkalian. Bisa juga disebut menjadi (:) adalah lawan dari (x). Pembuktiannya adalah: p,q,k adalah bilangan cacah

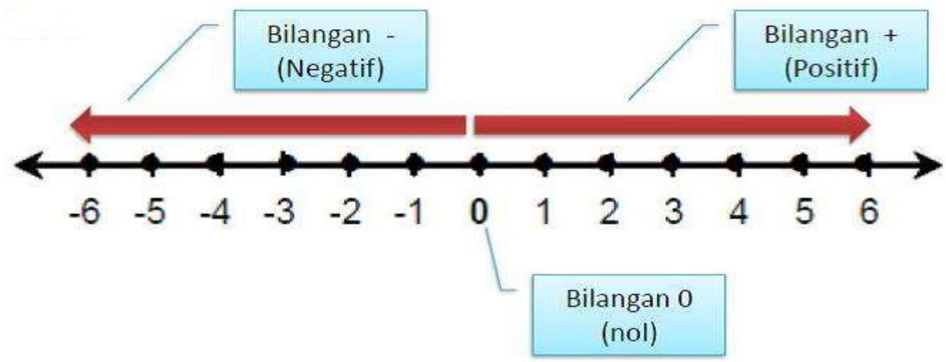
p:q = k
p =k x q (note: karena q pindah ruas maka berubah menjadi kali)

B. Bilangan Bulat

1. Definisi Bilangan Bulat

Bilangan bulat adalah bilangan yang terbentuk dari perluasan himpunan bilangan asli dan bilangan cacah. Bilangan bulat terdiri dari:

1. Bilangan-bilangan yang bertanda negatif (-1, -2, -3, -4, -5, ….) yang selanjutnya disebut bilangan bulat negatif;
2. Bilangan 0 (Nol) dan;
3. Bilangan-bilangan yang bertanda positif (1, 2, 3, 4, 5, …..) yang selanjutnya disebut bilangan bulat positif.



Bilangan bulat dikenalkan setelah terlebih dahulu mengenalkan bilangan cacah pada siswa, karena bilangan cacah adalah materi prasyarat untuk melanjutkan pelajaran pada materi bilangan bulat. Sebelum mengenalkan konsep bilangan bulat, sebaiknya terlebih dahulu mengenalkan pada siswa konsep bilangan bulat negatif. Konsep bilangan bulat negatif dapat ditanamkan dengan istilah "lawan dari".

Berdasarkan garis bilangan yang ada pada gambar diatas, dapat diambil kesimpulan bahwa angka yang dimulai dari 0 (nol) ke kanan nilainya akan semakin bertambah. Sebaliknya angka yang di mulai dari 0 (nol) ke kiri nilainya akan semakin berkurang.

2. Sifat-sifat Bilangan Bulat

Selanjutnya kita masuk pada sifat-sifat bilangan bulat. Sifat-sifat bilangan bulat bisa kita klasifikasikan berdasarkan operasi hitung, yaitu dari pernjumlahan, pengurangan, perkalian dan pembagian. Adapun sifat–sifat operasi hitung penjumlahan pada bilangan bulat adalah:

1. Sifat Tertutup

Maksud dari sifat tertutup adalah apabila kita menjumlahkan dua bilangan bulat maka hasilnya adalah bilangan bulat atau himpunan dari bilangan bulat.

Contoh :

1 + 3 = 4 menghasilkan bilangan bulat yaitu 4 dan – 2

1 + (-3) = -2

2. Sifat Pertukaran (Komutatif)

   Pada sifat komutatif berlaku ketentuan $a + b = b + a$

   Contoh :

   $5 + 3 = 3 + 5$

   $8 = 8$

3. Sifat Pengelompokan (Asosiatif)

   Pada sifat asosiatif berlaku ketentuan $(a + b) + c = a + (b + c)$

   Contoh :

   $(1 + 2) + 3 = 1 + (2 + 3)$

   $3 + 3 = 1 + 5$

   $6 = 6$

4. Sifat Bilangan Nol (Unsur Identitas)

   Unsur identitas adalah apabila suatu bilangan di jumlahkan dengan bilangan tersebut maka hasilnya tidak berunah atau bilangan itu sendiri. $a + 0 = a$

   Contoh :

   $-3 + 0 = -3$

   $0 + 5 = 5$

5. Sifat Invers Penjumlahan (Lawan Suatu Bilangan)

   a invers nya – a, dan –a inversnya a

   Berlaku ketentuan $a + (-a) = 0$ dan $(-a) + a = 0$

Operasi hitung penjumlahan merupakan kebalikan dari operasi hitung pengurangan. Sifat –sifat operasi hitung pengurangan pada bilangan bulat:

1. Sifat Tertutup

   Maksud dari sifat tertutup adalah apabila kita mengurangkan dua bilangan bulat maka hasilnya adalah bilangan bulat atau himpunan dari bilangan bulat.

Contoh :

$4 - 2 = 2$ hasilnya adalah bilangan bulat 2 dan – 2

$2 - 4 = -2$

2. Sifat Invers Pengurangan

Lawan (invers) → $a - b = a + (-b)$

Sifat–Sifat Operasi Perkalian Pada Bilangan Bulat yaitu:

1. Sifat Tertutup

Maksud dari sifat tertutup adalah apabila kita mengalikan dua bilangan bulat maka hasilnya adalah bilangan bulat atau himpunan dari bilangan bulat itu sendiri. $a \times b = c$.

Contoh : $2 \times 3 = 6$ atau $2 \times (-3) = -6$

kesimpulan, menghasilkan bilangan bulat yaitu 6 dan – 6

2. Sifat Pertukaran (Komutatif)

Pada sifat komutatif berlaku ketentuan apabila a dan b adalah bilangan bulat, maka:

$a \times b = b \times a$

Contoh :

$-5 \times 3 = 3 \times (-5)$

$-15 = -15$

3. Sifat Pengelompokan (Asosiatif)

Pada sifat asosiatif berlaku ketentuan $(a \times b) \times c = a \times (b \times c)$

Contoh :

$(1 \times 2) \times -3 = 1 \times (2 \times -3)$

$2 \times -3 = 1 \times -6$

$-6 = -6$

4. Sifat Unsur Identitas (Bilangan Satu)

   Unsur identitas adalah apabila suatu bilangan bulat di kalikan dengan bilangan satu atau unsur identitas tersebut maka hasilnya adalah bilangan itu sendiri. $a \times 1 = a$

   Contoh :

   $-3 \times 1 = -3$

   $1 \times 6 = 6$

5. Sifat Penyebaran (Distributif)

   Jika a, b, c adalah bilangan bulat, maka:

   $a \times (b+c) = a\times b + b\times c$ disebut penyebaran kiri

   $(b+c) \times a = b\times a + c\times a$ disebut penyebaran kanan.

Selanjutnya perkalian merupakan lawan ataupun kebalikan dari pembagian. sifat–sifat operasi pembagian pada bilangan bulat, yaitu:

1. Sifat Nol Dalam Pembagian
   Jika a bilangan bulat yang bukan 0, maka $0 : a = 0$
   jadi misalkan $0 : 5 = 0$
   Jika a bilangan bulat, maka $a : 0$ maka hasinya tidak terdefinisikan.
2. Sifat Invers Pengurangan

   Kebalikan (invers) dari perkalian → $a : b = c \Leftrightarrow b \times c = a$

C. Pengenalan Konsep Operasi Hitung Pada Sistem Bilangan Cacah dan Bilangan Bulat

Matematika berkenaan dengan ide-ide/konsep-konsep abstrak yang tersusun secara hirarkis dan penalarannya deduktif. Agar siswa mudah memahaminya maka pembelajarannya menggunakan prinsip dari induktif ke deduktif, dari sederhana menuju komplek, dari contoh menuju rumus, dari yang mudah menuju ke yang sulit, dari yang dekat ke yang jauh, dari konkret ke abstrak.

Pembelajaran matematika akan bermakna jika tahapan pembelajarannya dimulai dari tahapan konkret (*enactive*) yakni menggunakan obyek sesungguhnya (material manipulatif seperti kartu positif dan negatif atau garis bilangan dan yang lainnya), kemudian semi konkret (*econic*) yakni obyeknya diganti gambar, dan terakhir abstrak (*symbolic*) yakni sajiannya hanya dalam bentuk lambang/simbol yang hanya berupa huruf-huruf saja atau angka-angka saja. Untuk mengenalkan konsep operasi hitung pada sistem bilangan cacah dan bilangan bulat dapat dilakukan dengan 3 tahap, yaitu: tahap konkret, semi konkret dan abstrak.Untuk mengenalkan konsep operasi hitung bilangan cacah dapat dilakukan dengan tahap:

1. Tahap pengenalan konsep secara konkret

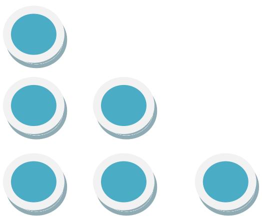
Bilangan cacah mulai dikenalkan pada siswa sekolah dasar kelas 1, dalam kaitan mengenalkan bilangan cacah pada siswa harus disesuaikan dengan perkembangan mental anak yaitu pada tahap pengenalan awal siswa di berikan penjelasan dan penanaman konsep operasi hitung dalam hal ini penjumlahan dan pengurangan secara konkret. Pada tahap pengenalan konsep secara konkret kita bisa menggunakan alat peraga salah satunya yang akan dijelaskan pada diskusi ini adalah koin berwarna.

Contoh :

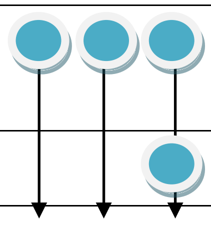
Bernilai 1 =

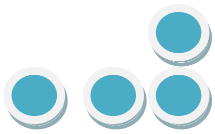
Bernilai 2 =

Bernilai 3 =



Contoh penggunaan peraga pada soal 3+1= ...

Langkah		
1) Ambil 3 koin		3 Koin
2) Ambil 1 koin		1 Koin
3) Kemudian gabungkan semua koin	1 1 2	

4) Setelah itu hitung semua jumlah koin.		4 Koin

2. Pengenalan fakta Dasar Penjumlahan

Setelah siswa memperoleh pemahaman tentang konsep penjumlahan dan mampu menjumlahkannya, maka siswa perlu dikenalkan dengan beberapa fakta dasar yang mempunyai kegunnaan cukup besar dalam pembelajaran mendatang. Untuk mengenalkan fakta dasar tersebut dapat digunakan tabel penjumlahan:

bilangan pertama

+	1	2	3	4	5	6	7	8	9	10
1	2	3	4	5	6	7	8	9	10	11
2	3	4	5	6	7	8	9	10	11	12
3	4	5	6	7	8	9	10	11	12	13
4	5	6	7	8	9	10	11	12	13	14
5	6	7	8	9	10	11	12	13	14	15
6	7	8	9	10	11	12	13	14	15	16
7	8	9	10	11	12	13	14	15	16	17
8	9	10	11	12	13	14	15	16	17	18
9	10	11	12	13	14	15	16	17	18	19
10	11	12	13	14	15	16	17	18	19	20

3. Algoritma Penjumlahan (abstrak)

Setelah menguasai konsep dasar penjumlahan dan fakta dasar, siswa siap belajar untuk algoritma penjumlahan. Namun hendaknya algoritma ini memberikan pemahaman sehingga siswa memahami dengan betul makna algoritma tersebut.

Contoh: 25 + 222 =

Dimana 25

5 merupakan puluhan, yang berati jumlahnya 5

2 merupakan puluhan, yang berati jumlahnya 20

Dan 2 2 2

2 merupakan puluhan, yang berati jumlahnya 2

2 merupakan puluhan, yang berati jumlahnya 20

2 merupakan ratusan, yang berati jumlahnya 200

Maka:

$$\begin{array}{r} 2\ 2\ 2 \\ \underline{2\ 5\ +} \\ 2\ 4\ 7 \end{array}$$

Selanjutnya operasi hitung pengurangan merupakan salah satu dari empat operasi dasar aritmetika, dan pada prinsipnya merupakan kebalikan dari operasi penjumlahan. Untuk mengenalkan konsep operasi hitung pengurangan pada bilangan cacah dapat dilakukan dengan tahap:

1. **Tahap pengenalan konsep secara konkret**

Bilangan cacah operasi hitung pengurangan pada tahap pengenalan awal siswa di berikan penjelasan dan penanaman konsep secara konkret yang kemudian dikembangkan menuju pemahaman yang abstrak.Pada tahap pengenalan konsep secara konkret kita bisa menggunakan alat peraga salah satunya yang akan dijelaskan pada diskusi ini adalah koin berwarna.

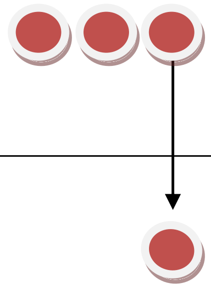
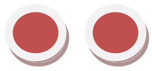
Contoh :

Bernilai 1 = 

Bernilai 2 = 

Bernilai 3 = 

Contoh penggunaan peraga pada soal 3 – 1= ...

Langkah		
Ambil 3 koin		3 Koin
Ambil 1 koin dari 3 koin yang pertama		1 Koin
Kemudian hitung semua koin yang tersisa	1 1 0	
Setelah itu hitung semua jumlah koin.		2 koin

2. Penguasaan Fakta Dasar Pengurangan

Fakta dasar pengurngan yang telah dikenalkan maka perlu dikuasai dengan baik, penguasaan fakta dasar dapat dilakukan dengan cara sering mengulang-ulang ingatan siswa terhadap fakta-fakta tersebut. Cara yang dilakukan menggunakan metode “drill and practice” dengan memberikan soal-soal latihan.

	1	2	3	4	5	6	7	8	9
1	0	-1	-2	-3	-4	-5	-6	-7	-8
2	1	0	-1	-2	-3	-4	-5	-6	-7
3	2	1	0	-1	-2	-3	-4	-5	-6
4	3	2	1	0	-1	-2	-3	-4	-5
5	4	3	2	1	0	-1	-2	-3	-4
6	5	4	3	2	1	0	-1	-2	-3
7	6	5	4	3	2	1	0	-1	-2
8	7	6	5	4	3	2	1	0	-1
9	8	7	6	5	4	3	2	1	0

3. Algoritma Pengurangan (abstrak)

Setelah menguasai konsep dasar pengurangan dan fakta dasar, siswa siap belajar untuk algoritma penjumlahan. Namun hendaknya algoritma ini memberikan pemahaman sehingga siswa memahami dengan betul makna algoritma tersebut.

Contoh: 222+ 20 =

Dimana 20

0 merupakan puluhan, yang berati jumlahnya 0

2 merupakan puluhan, yang berati jumlahnya 20

Dan 2 2 2

0 merupakan puluhan, yang berati jumlahnya 0

2 merupakan puluhan, yang berati jumlahnya 20

2 merupakan ratusan, yang berati jumlahnya 200

Maka:

2 2 2

2 0 -

2 0 2

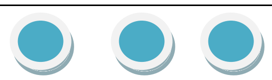
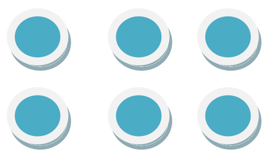
Selanjutnya, operasi hitung perkalian sebagaimana kita ketahui merupakan penjumlahan yang berulang. Pada operasi hitung perkalian dalam bilangan cacah dapat dilakukan dengan tahap:

1. Tahap pengenalan konsep secara konkret

Bilangan cacah pada tahap pengenalan konsep secara konkret kita bisa menggunakan alat peraga salah satunya yang akan dijelaskan pada diskusi ini adalah koin berwarna.

Contoh penggunaan peraga pada soal:

Soal 2 x 3 = ….

Langkah		
Ambil 3 koin		3 Koin
Kemudian ambil 3 koin lagi		3 Koin
Kemudian gabungkan semua koin	2 2 2	
Setelah itu hitung semua jumlah koin.		6 koin

2. Pengenalan fakta Dasar Perkalian

Setelah siswa memperoleh pemahaman tentang konsep perkalian dan mampu mengalikannya, maka siswa perlu dikenalkan dengan beberapa fakta dasar yang mempunyai kegunnaan cukup besar dalam pembelajaran mendatang. Untuk mengenalkan fakta dasar tersebut dapat digunakan tabel perkalian:

X	1	2	3	4	5	6	7	8	9	10
1	1	2	3	4	5	6	7	8	9	10
2	2	4	6	8	10	12	14	16	18	20
3	3	6	9	12	15	18	21	24	27	30
4	4	8	12	16	20	24	28	32	36	40
5	5	10	15	20	25	30	35	40	45	50
6	6	12	18	24	30	36	42	48	54	60
7	7	14	21	28	35	42	49	56	63	70
8	8	16	24	32	40	48	56	64	72	80
9	9	18	27	36	45	54	63	72	81	90
10	10	20	30	40	50	60	70	80	90	100

3. Algoritma Pengurangan

Setelah menguasai konsep dasar perkalian dan fakta dasar, siswa siap belajar untuk algoritma perkalian. Namun hendaknya algoritma ini memberikan pemahaman sehingga siswa memahami dengan betul makna algoritma tersebut.

Contoh: 374 x 17 =

Dimana 17

7 merupakan puluhan, yang berati jumlahnya 7

1 merupakan puluhan, yang berati jumlahnya 10

Dan 3 7 4

4 merupakan puluhan, yang berati jumlahnya 4

7 merupakan puluhan, yang berati jumlahnya 70

3 merupakan ratusan, yang berati jumlahnya 300

Maka: (Perkalian bersusun panjang)

1)

$$\begin{array}{r l l}
374 & & \\
17 & \times & \\ \hline
28 & & \rightarrow 7 \times 4 = 28 \\
490 & & \rightarrow 7 \times 70 = 490 \\
2.100 & & \rightarrow 7 \times 300 = 2.100 \\
40 & & \rightarrow 10 \times 4 = 40 \\
700 & & \rightarrow 10 \times 70 = 700 \\
3.000 & + & \rightarrow 10 \times 300 = 3.000 \\ \hline
6.358 & &
\end{array}$$

2)

$$\begin{array}{r l l}
2.384 & & \\
42 & \times & \\ \hline
8 & & \rightarrow 2 \times 4 = 8 \\
160 & & \rightarrow 2 \times 80 = 160 \\
600 & & \rightarrow 2 \times 300 = 600 \\
4.000 & & \rightarrow 2 \times 2.000 = 4.000 \\
160 & & \rightarrow 40 \times 4 = 160 \\
3.200 & & \rightarrow 40 \times 80 = 3.200 \\
12.000 & & \rightarrow 40 \times 300 = 12.000 \\
80.000 & + & \rightarrow 40 \times 2.000 = 80.000 \\ \hline
100.128 & &
\end{array}$$

Pada pengenalan konsep operasi hitung pada sistem bilangan bulat dapat dilakukan dengan 3 tahap, yaitu: tahap konkret, semi konkret dan abstrak.Untuk mengenalkan konsep operasi hitung penjumlahan dan pengurangan pada bilangan bulat dapat dilakukan dengan tahap:

1. Tahap pengenalan konsep secara konkret

Bilangan bulat mulai dikenalkan pada siswa sekolah dasar kelas 5, dalam kaitan mengenalkan bilangan bulat pada siswa harus disesuaikan dengan perkembangan mental anak yaitu pada tahap pengenalan awal siswa di berikan penjelasan dan penanaman konsep operasi hitung dalam hal ini penjumlahan dan pengurangan secara konkret yang kemudian dikembangkan menuju pemahaman yang abstrak.

Pada tahap pengenalan konsep secara konkret kita bisa menggunakan model peraga salah satunya yang akan dijelaskan pada diskusi ini adalah Daun negatif dan positif. Penanaman konsep penjumlahan dan pengurangan bilangan bulat dapat menggunakan benda konkret, salah satunya daun yang mudah dijumpai oleh sisiwa. Daun yang digunakan ada dua macam, yaitu daun yang berwarna hijau adalah bagian sisi positif dan daun yang berwarna coklat adalah bagian sisi negatif. Apabila kedua daun yang berbeda warna bertemu, bagian negative dan positif di satukan akan menjadi netral atau bernilai 0.

Contoh :

  Netral = 0

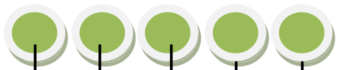
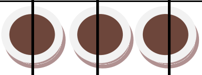
Dauun Negatif = 

Daun Positif = 

Contoh penggunaan peraga pada soal

Soal 1

5 + (-3) = ….

Langkah		
1. Ambil 5 bagian daun hijau		5 daun positif
2. Ambil 3 bagian daun warna coklat		3 daun negatif
3. Kemudian gabungkan sisi positif dan negative menjadi sebuah lingkaran	0 0 0	3 daun netral / bernilai 0
4. Setelah terbentuk lingkaran penuh ternyata ada sisa bagian positif 2 buah		2 daun positif

Kesimpulan :

Dari model peraga di atas disimpulkan bahwa operasi hitung 5 + (-3) = 2 bernilai positif hal itu karena dari model peraga daun setelah setiap sisi positif dan negatif disatukan menjadi daun netral di dapatkan sisa 2 daun bernilai positif.

2. Tahap pengenalan konsep secara semi konkret atau semi abstrak

Pada pengenalan semi konkret model peraga yang dipakai untuk menanamkan konsep bisa digunakan garis bilangan dengan menyepakati aturan permainan pada mistar bilangan untuk operasi hitung penjumlahan dan pengurangan.

- Dimulai dari nol menghadap ke kanan
- Bilangan :

  Positif (maju)

  Negatif (mundur)

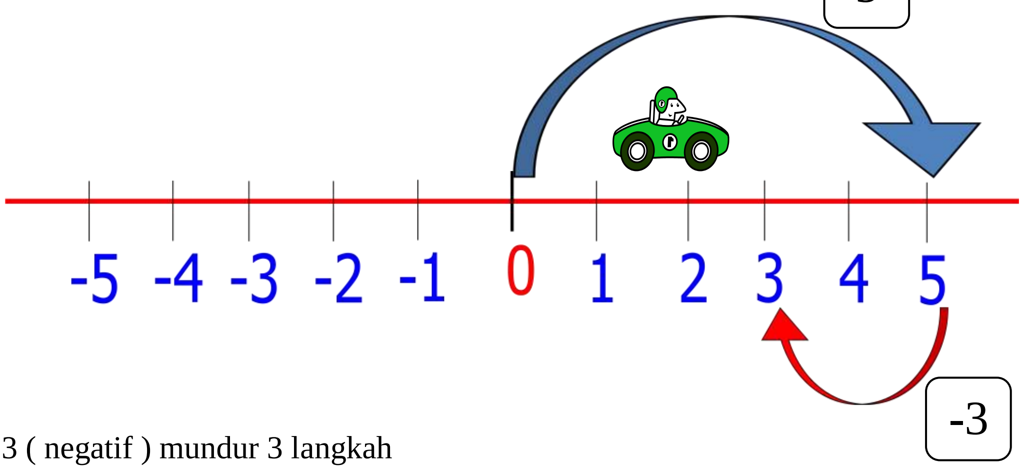
  Nol (diam/tidak bergerak)
- Operasi :

  + Tambah (Terus)

  - Kurang (Berbalik arah)

5 + (-3) = 2

5 (positif) dimulai dari nol maju ke kanan



3 (negatif) mundur 3 langkah

Kesimpulan :

Dari model peraga di atas disimpulkan bahwa operasi hitung 5 + (-3) = 2 . 5 positif maka terus maju sebanyak tiga langkah kemudian 3 negatif mundur sebanyak 3 langkah, dan berhenti di 2 positif.

3. Tahap pengenalan konsep secara abstrak

Pada pengenalan konsep secara konkret dan semi konkret mempunyai keterbatasan yaitu jika operasi hitung menjangkau bilangan yang cukup besar maka akan mengalami hambatan dalam membuat garis bilangan, maka melalui proses abstrak kita mulai mengenalkan konsep ke siswa cara atau tahapan penyelesaian tanpa menggunakan alat bantu.

Tahapan – tahapan :

Mengenalkan bahwa hasil dari operasi hitung bilangan bulat positif dengan positif akan menghasilkan bilangan positif	(+) + (+) = (+)	2 + 5 = 7
Jumlah bilangan bulat positif dengan bilangan bulat negatif hasilnya dapat berupa bulat positif atau bilangan bulat negative tergantung dari bilangan – bilangan yang dijumlahkan	(+) + (–) = (+)/ (–)	2 + (-5) = – 3 -2 + 5 = 3
Jumlah dua bilangan bulat negative dengan bilangan bulat negative hasilnya adalah negative	(–) + (–) = (–)	-2 + (-2) = – 4

Selanjutnya, dalam mengenalkan dan menanamkan konsep operasi hitung perkalian dan pembagian pada bilangan bulat dapat dilakukan dengan 3 tahap:

1. **Tahap pengenalan konsep secara konkret**

Pada tahap pengenalan konsep secara konkret kita bisa menggunakan model peraga salah satunya yang akan dijelaskan pada diskusi ini adalah kartu negatif dan positif. Penanaman konsep perkalian dan pembagian bilangan bulat dapat menggunakan benda konkret, salah satunya kartu positif dan negatif. Kartu yang digunakan ada dua macam, yaitu kartu yang berwarna biru adalah kartu yang bernilai positif dan kartu yang berwarna kuning adalah kartu yang bernilai negatif. Apabila kedua kartu yang berbeda warna bertemu, bagian negative dan positif di satukan akan menjadi netral atau bernilai 0.

Contoh :

Peragaan perkalian bilangan bulat dengan kartu bilangan

Untuk meragakan perkalian dua bilangan bulat, perlu kesepatan berikut ini:

Perkalian (±a) × (±b) = (±c)

Kesepakatan:

- Pengali (±a) adalah banyaknya kegiatan ***memasukkan*** atau ***mengeluarkan*** kartu ke dalam suatu wadah.

  Pengali positif (+a) : banyaknya kegiatan memasukkan/menambahkan kartu ke dalam wadah.

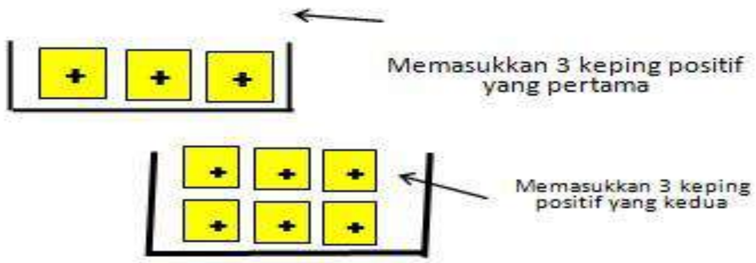
  Pengali negatif (-a) : banyaknya kegiatan mengeluarkan/mengambil kartu dari wadah.
- Bilangan yang dikali (±b) adalah banyaknya kartu *yang* ***dipindahkan*** (dimasukkan/ diluarkan).

  Bilangan yang dikali (+b) : adalah banyaknya kartu positif yang dipindahkan (dimasukkan/diluarkan).

  Bilangan yang dikali (-b) : adalah banyaknya kartu negatif yang dipindahkan (dimasukkan/diluarkan).
- Hasil kali (±c) menunjukkan kartu akhir yang terdapat dalam wadah.

Contoh: 2 × 3 = …

2 × 3 artinya : dua kali kegiatan memasukkan 3 kartu positif ke dalam wadah. Peragaannya seperti berikut :



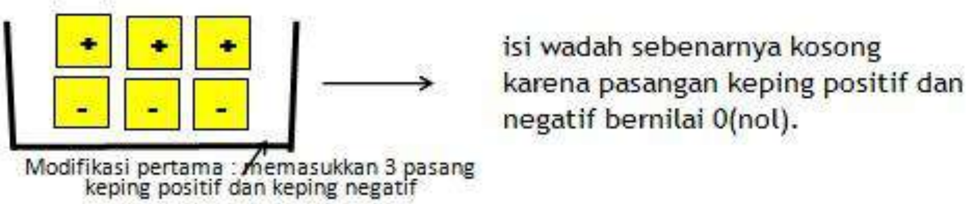
Setelah dua kali kegiatan memasukkan 3 kartu positif ke dalam wadah, maka di dalam wadah ada 6 kartu positif. Karena ada 6 kartu positif maka hasil perkalian dari 2 × 3 adalah 6 .

Contoh: (-2) × 3 = …

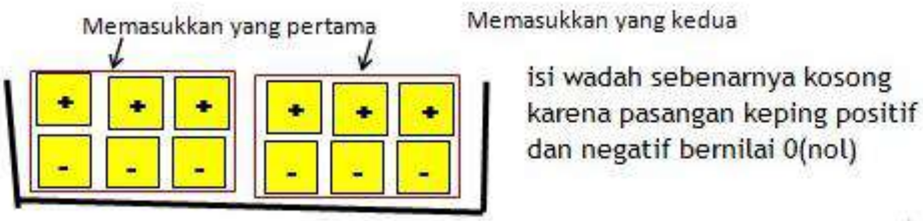
(-2) × 3 artinya : dua kali kegiatan mengeluarkan 3 kartu positif dari wadah

Peragaannya seperti berikut.

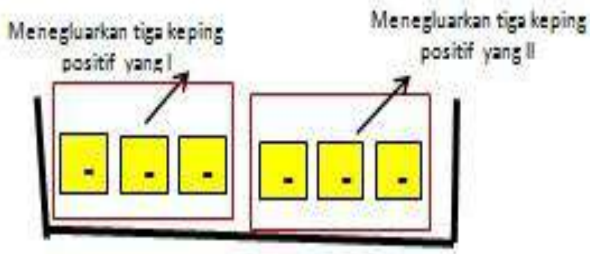
Agar dapat mengeluarkan 3 kartu positif sebanyak dua kali dari wadah maka keadaan harus dimodifikasi dengan cara memasukkan 3 pasang kartu positif dan kartu negatif kedalam wadah yang menunjukkan nilai 0 (netral) sebanyak dua kali seperti berikut:



walaupun dapat diambil 3 kartu positif,tetapi hanya satu kali pengambilan yang dapat dilakukan. Oleh karena itu dilakukan modifikasi yang kedua yaitu memasukkan 3 pasang kartu positif dan kartu negatif kedalam wadah, keadaan seperti berikut.



Dalam wadah telah dapat dikeluarkan tiga kartu positif sebanyak dua kali. Karena dua kali mengeluarkan 3 kartu positif dari wadah maka peragaannya seperti berikut:

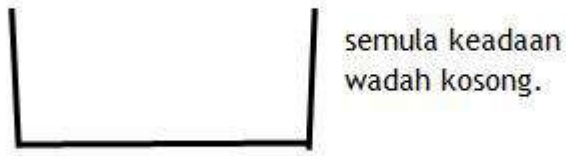


Setelah dua kali mengeluarkan 3 kartu positif maka banyak kartu dalam wadah tinggal 6 keping negatif. Ini berarti bahwa hasil perkalian (-2) × 3 = -6

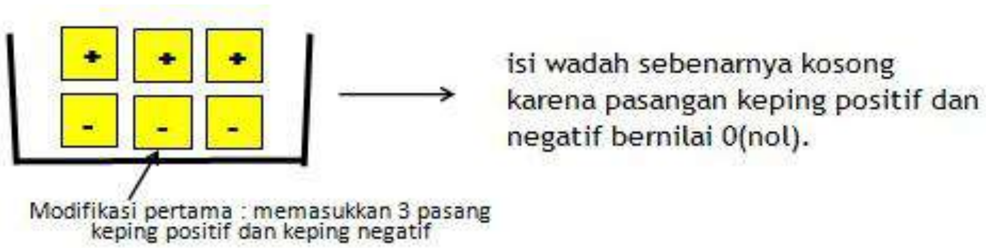
Contoh: (-2) × (-3) = …

(-2) × (-3) artinya : dua kali kegiatan mengeluarkan 3 kartu negatif dari wadah.

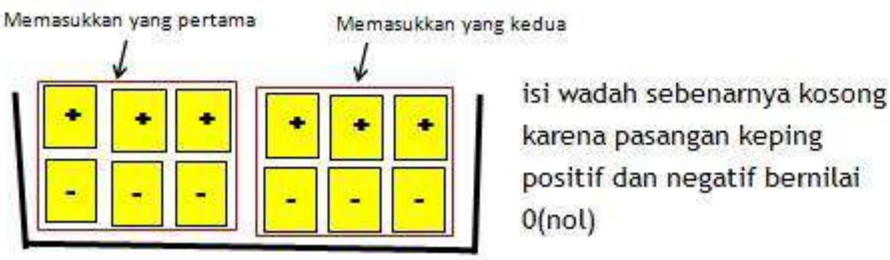
Peragaannya seperti berikut.



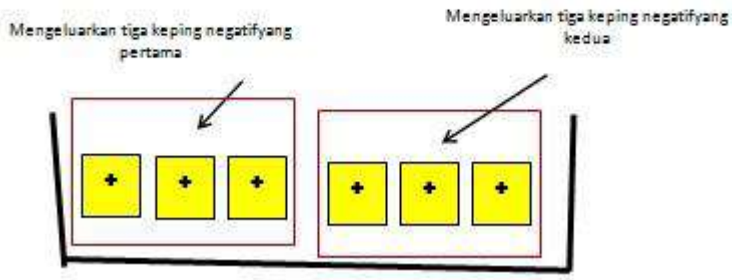
Agar dapat mengeluarkan 3 kartu negatif sebanyak dua kali dari wadah, maka keadaan harus dimodifikasi dengan cara memasukkan 3 pasang kartu positif dan kartu negatif yang menunjukkan nilai 0 (netral) sebanyak dua kali dalam wadah seperti berikut:



Walaupun dapat diambil 3 kartu positif,tetapi hanya satu kali pengambilan yang dapat dilakukan. Oleh karena itu dilakukan modivikasi yang kedua yaitu memasukkan 3 pasang kartu positif dan kartu negatif lagi kedalam wadah, keadaan seperti berikut .



Dalam wadah telah dapat dikeluarkan tiga keping negatif sebanyak dua kali. Karena dua kali mengeluarkan 3 keping negatif dari wadah maka peragaannya seperti berikut:



Setelah dua kali mengeluarkan 3 keping negatif, maka banyak keping dalam wadah tinggal 6 keping positif. Ini berarti bahwa hasil perkalian (-2) × (-3) = 6.

Peragaan pembagian bilangan bulat dengan garis bilangan

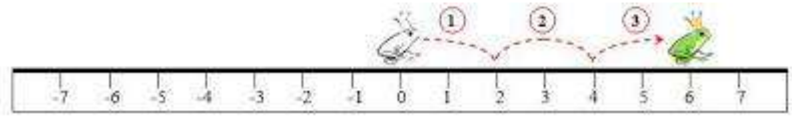
Operasi pembagian bilangan bulat juga dapat siswa peragakan dengan menggunakan garis bilangan dengan ketentuan sebagai berikut.

1. Untuk menunjukkan bilangan yang akan dibagi misal : a
2. Dengan skala bilangan pembaginya misal : b
3. Jika b > 0 (bilangan positif (+)), posisi awal model menghadap ke bilangan positif
4. Jika b < 0 (bilangan negatif (-)), posisi awal model menghadap ke bilangan negatif
5. Bilangan yang merupakan hasil pembaginya ditentukan dari jumlah langkah
6. Jenis bilangannya ditentukan oleh gerakan maju atau mundur model

Contoh :

1. 6 : 2 =
    - *b > 0, posisi awal model menghadap ke bilangan positif di skala 0*

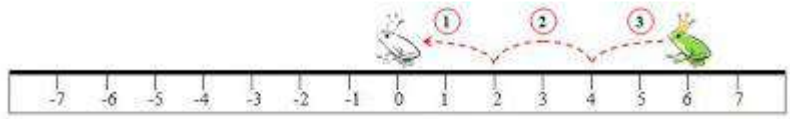
- *Untuk sampai pada bilangan 6, model bergerak maju 2 loncatan (bilangan pembaginya) setiap langkahnya*



- *Hasil dari 6 : 2 = 3 , diperoleh dari menghitung jumlah langkah maju model yaitu 3 langkah maju yang artinya bernilai positif.*

2. 6 : (-2) =

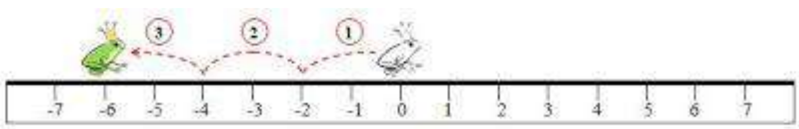
- *b < 0, posisi awal model menghadap ke bilangan negatif di skala 0*
- *untuk sampai ke bilangan 6 , model bergerak mundur 2 loncatan setiap langkahnya*



- *hasil dari 6 : (-2) = -3, diperoleh dari menghitung jumlah langkah mundur model yaitu 3 langkah mundur yang menandakan bernilai negatif.*

3. -6 : 2 =

- *b > 0, posisi awal model menghadap ke bilangan positif di skala 0*
- *Untuk sampai pada bilangan -6, model bergerak mundur 2 loncatan (bilangan pembaginya) setiap langkahnya*

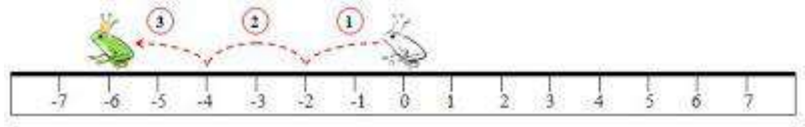


- *Hasil dari -6 : 2 = -3 , diperoleh dari menghitung jumlah langkah mundur model yaitu 3 langkah mundur yang artinya bernilai negatif.*

4. -6 : (-2) =

- *b < 0, posisi awal model menghadap ke bilangan negatif di skala 0*

- *untuk sampai ke bilangan -6 , model bergerak maju 2 loncatan setiap langkahnya*



- *hasil dari -6 : (-2) = 3, diperoleh dari menghitung jumlah langkah maju model yaitu 3 langkah maju yang menandakan bernilai positif.*

2. Tahap pengenalan konsep secara semi konkret atau semi abstrak

Pada pengenalan semi konkret model yang bisa di pakai untuk menanamkan konsep perkalian dan pembagian bilangan bulat yakni obyeknya diganti berupa gambar yang bisa mendefinisikan makna dari peragaan pada tahap konkrit. Selain itu bisa juga dengan memakai hal lain untuk menanamkan konsep perkalian dan pembagian bisa digunakan garis bilangan dengan menyepakati aturan permainan pada mistar bilangan untuk operasi hitung perkalian dan pembagian.

3. Tahap pengenalan konsep secara abstrak,

Pada pengenalan konsep secara konkret dan semi konkret mempunyai keterbatasan yaitu jika operasi hitung menjangkau bilangan yang cukup besar maka akan mengalami hambatan dalam menghitungnya, maka melalui proses abstrak kita mulai mengenalkan konsep ke siswa cara atau tahapan penyelesaian tanpa menggunakan alat bantu.

Tahapan – tahapan :

Mengenalkan bahwa hasil dari operasi perkalian atau pembagian dua bilangan bulat positif akan menghasilkan bilangan bulat positif	(+) × (+) = (+) (+) : (+) = (+)	2 × 5 = 10 10 : 5 = 2
Perkalian atau pembagian bilangan bulat positif dengan bilangan bulat negatif, maka hasilnya dapat berupa bilangan bulat negative	(+) × (–) = (–) (–) × (+) = (–) (+) : (–) = (–) (–) × (+) = (–)	2 × (-5) = – 10 -2 × 5 = – 10 10 : (-5) = – 2 -10 : 5 = – 2
Perkalian ataupun pembagian dua bilangan bulat negative maka hasilnya adalah bilangan positif	(–) × (–) = (–) (–) : (–) = (–)	-2 × (–2) = 4 -4 × (–2) = 2

Latihan

1. Berapa hasil perhitungan bilangan cacah dari 4×275 dan 1652:7 dengan menggunakan perhitungan bersusun panjang!
2. Diketahui -108 + 78 – 15 + 354 = p, maka nilai p adalah...
3. Berdasarkan sifat komutatif dan asosiatif perkalian bilangan bulat, isilah tabel kosong dibawah ini:

a	**b**	**c**	**a×b**	**b×a**	**(a×b)×c**	**a×(b×c)**
3	4	5				
2	-5	3				
-4	6	-7				
-5	-4	-3				
-6	-2	4				

4. Pada hari Minggu, ibu berbelanja ke pasar. Ia membeli 5 kg jeruk. 1 kg jeruk berisi 15 buah. Jeruk tersebut akan dimasukkan pada 3 kantong plastik dengan isi sama banyak. Banyak jeruk tiap kantong plastik adalah...
5. Tentukan hasil dari 16 : (-4) dengan menggunakan garis bilanagan!

BAB VIII

BILANGAN RASIONAL DAN IRASIONAL

A. Pengertian Bilangan Rasional

Bilangan rasional adalah bilangan yang dapat dinyatakan atau dapat diubah menjadi pecahan biasa $\left(\frac{a}{b}\right)$ dengan catatan a dan b adalah bilangan bulat dan apabila bilangan ini diubah ke pecahan desimal, maka angkanya akan berhenti di suatu bilangan tertentu. Apabila tidak berhenti, maka akan membentuk pola pengulangan. Agar lebih jelas coba perhatikan contoh berikut:

$\frac{1}{2} = 0{,}5$

$-\frac{2}{5} = -0{,}4$

Arinya adalah $\frac{1}{2}$ itu kalau diubah ke dalam bentuk pecahan desimal maka menjadi 0,5. Jadi angka dibelakang koma berhenti hanya sampai di angka 5 saja, itulah yang dinamakan bilangan rasional. Begitu juga dengan pecahan $-\frac{2}{5}$ kalau diubah ke dalam betuk desimal maka menjadi -0,4 sehingga termasuk ke dalam bilangan rasional.

Namun ada juga kasus dimana ketika pecahan diubah ke dalam bentuk pecahan desimal namun angka dibelakang koma tidak berhenti, tetapi angka membentuk pola pengulangan, itu juga dinamakan bilangan rasional. Agar lebih jelas perhatikan contoh berikut:

$-\frac{1}{3} = -0{,}3333$ ...

$\frac{7}{11} = 0{,}636363$ ...

Nah contoh kasus diatas menandakan pecahan yang diubah ke dalam bentuk desimal membentuk pola bilangan pengulangan dan juga termasuk dalam kriteria bilangan rasional.

B. Pengertian Bilangan Irasional

Bilangan irasional adalah bilangan yang tidak dapat diubah ke pecahan biasa dan apabila bilangan ini diubah ke pecahan desimal, maka angkanya tidak akan berhenti dan tidak memiliki pola tertentu. Contohnya:

$\pi = 3{,}1415926535 \ldots$

$\sqrt{7} = 2{,}64575131106 \ldots$

Bilangan irasional merupakan bilangan yang tidak bisa dinyatakan sebagai pecahan biasa. Biasanya kita itu menyamakan π = 3,14 kan ya? Tapi sebenarnya π itu desimalnya nggak habis-habis. Nih *sneak peek*-nya.

π =3,14159265358979323846264338327950288419716939937510582097494459230781640628620899862803482534211706798214808651328230664709384460955058223172535940812848111745028410270193852110555964462294895493038196442881097566593344612847564823 3… dan seterusnya gak kelar-kelar.

Begitu juga dengan hasil dari $\sqrt{7}$ memperoleh desimal yang tak habis-habis dan tidak mempunyai pola pengulangan yang berarti. Berdasarkan pemaparan tentang bilangan rasional dan irasional kita sudah mampu membedakan kedua bilangan tersebut. Sekarang kita lanjut pada pembahasan tentang pertidaksamaan rasional dan irasional.

C. Pertidaksamaan Rasional dan Irasional

Di dalam matematika, ketika ada dua atau lebih hal yang bernilai sama maka akan diberi tanda sama dengan (=). Sedangkan, bila ada dua atau lebih hal yang nilainya nggak sama akan diberi tanda lebih dari atau kurang dari seperti < , >, ≤, ≥, dan ≠. Nah, kali ini akan pakai notasi-notasi pertidaksamaan tadi bersama dengan bilangan rasional dan bilangan irasional.

1. Pertidaksamaan rasional

Pertidaksamaan pecahan, merupakan pertidaksamaan yang memiliki pembilang dan penyebut, dimana penyebutnya memuat variable. Berikut ini bentuk bentuk umum pertidaksamaan rasional.

$\frac{f(x)}{g(x)};\ dengan\ g(x) \neq 0$

Nah, tadi kita udah sempat bahas ya kalau di pertidaksamaan itu terdapat berbagai notasi yang digunakan seperti $<$, $>$, $\leq$, $\geq$, dan $\neq$. Jadi, untuk pertidaksamaan rasional pun bentuk umum tadi tinggal diganti-ganti notasinya.

Seperti: $\frac{f(x)}{g(x)} \ \square \ 0 \ ; \ dengan \ g(x) \neq 0$

$(<, >, \leq, \geq, \neq)$

Contohnya seperti: $\frac{2x-1}{x+3} \geq 0$

Perlu diketahui, bahwa pertidaksamaan rasional itu ada beberapa tipe. Berikut ini tipe-tipe pertidaksamaan rasional dan contohnya.

- Pertidaksamaan Rasional Linear. Contoh: $\frac{x-3}{x+2} \geq 0$
- Pertidaksamaan Rasional Kuadrat. Contoh: $\frac{x^2-4}{x^2-3x-10} \geq 0$
- Pertidaksamaan Rasional Mutlak. Contoh: $\left|\frac{2x-4}{x-1}\right| < 3$
- Pertidaksamaan Rasional Linear-Kuadrat. Contoh: $\frac{x-3}{x+2} \leq \frac{x+2}{x-3}$

Lalu bagimana cara penyelesaiannya? Sebenarnya karena tipe-tipe pertidaksamaan ini bermacam-macam, maka penyelesaiannya juga macam-macam. Tapi ada beberapa tips yang bisa kita pergunakan ketika menyelesaikan pertidaksamaan-pertidaksamaan tersebut, yaitu:

1. Ubah ke bentuk umum pertidaksamaan
2. Cari pembuat nol dari fungsi pembilang dan penyebut
3. Buat garis bilangan
4. Uji tanda untuk tiap daerah
5. Tentukan himpunan penyelesaian

Contoh: Tentukan penyelesaian dari pertidaksamaan $\frac{x+7}{x-4} \leq 0$

Penyelesaian:

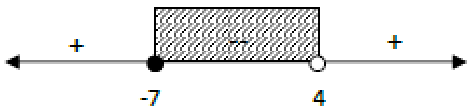
$\Leftrightarrow \frac{x+7}{x-4} \leq 0$ Langkah pertama sudah memenuhi bentuk umum pertidaksamaan karena ruas kanan sudah bernilai nol dan ruas kiri sudah menjadi pecahan yang paling sederhana.

Langkah kedua yaitu mencari angka (harga x) sebagai pembuat nol dari fungsi pembilang dan penyebut.

$\Leftrightarrow x + 7 = 0 \Leftrightarrow x = -7$ (-7 adalah angka (harga) pembuat nol untuk pembilang)

$\Leftrightarrow x - 4 = 0 \Leftrightarrow x = 4$ (4 adalah angka (harga) pembuat nol untuk penyebut)

Langkah ketiga dan langkah ke empat adalah membuat garis bilangan dan membuat tanda untuk tiap daerah:



Langkah terakhir yaitu menentukan himpunan penyelesaian:

Maka himpunan penyelesaiannya adalah $-7 \leq x < 4$

2. Pertidaksamaan irasional

Pertidaksamaan bentuk akar adalah pertidaksamaan yang variabelnya berada di dalam tanda akar, pertidaksamaan ini dapat diselesaikan dengan cara mengkuadratkan kedua ruasnya. Berikut ini adalah bentuk umum pertidaksamaan irasional.

$$\sqrt{f(x)} > a \ \ atau \ \ \sqrt{f(x)} < a$$

$$\sqrt{f(x)} > g(x) \ \ atau \ \ \sqrt{f(x)} < g(x)$$

$$\sqrt{f(x)} > \sqrt{g(x)} \ \ atau \ \sqrt{f(x)} < \sqrt{g(x)}$$

Namun masih ada syarat tambahannya yang tidak boleh dilewatkan, yaitu:

1. Bilangan yang ada di dalam tanda akar harus bernilai positif atau ≥ 0

2. Hasil penarikan akar harus bernilai positif atau ≥ 0

Nah, sekarang kita coba selesaikan contoh soal pertidaksamaan irasional di bawah ini.

Contoh: Tentukan himpunan penyelesaian dari pertidaksamaan $\sqrt{4x+1} \geq 5$

Penyelesaian:

$\sqrt{4x+1} \geq 5$ (kuadratkan kedua ruas sehingga akar dari ruas kiri dihilangkan)

$\Leftrightarrow 4x + 1 \geq 5^2$

$\Leftrightarrow 4x + 1 \geq 25$ (Sekarang kedua ruas dikurangi 1), sehingga menjadi

$\Leftrightarrow 4x \geq 24$

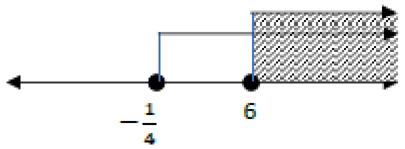
$\Leftrightarrow x \geq \frac{24}{4}$ ... (1) (Cari nilai x) maka diperoleh $x \geq 6$

Syarat yang ada dalam tanda akar:

$\Leftrightarrow 4x + 1 \geq 0$

$\Leftrightarrow x \geq -\frac{1}{4}$

Buatkan garis bilangan untuk menentukan daerah penyelesaiannya



Jadi, daerah penyelesaiannya diperoleh: $x \geq 6$

Latihan

1. Apakah hasil akar dari $\sqrt{4}\ dan\ \sqrt{5}$ adalah termasuk dalam kriteria bilangan rasional? Jelaskan!
2. Tentukan himpunan penyelesaian dari pertidaksamaan pecahan $\frac{3}{x-1} \leq \frac{2}{2x+3}$
3. Buktikan bahwa hasil dari pecahan berikut diubah ke dalam bentuk desimal masih termasuk dalam bilangan rasional!
   a. $-\frac{7}{8} = \cdots$
   b. $\frac{2}{9} = \cdots$
4. Tentukan penyelesaian dari pertidaksamaan $\sqrt{8x+3} \geq \sqrt{5x+6}$

BAB IX

FAKTOR PERSEKUTUAN TERBESAR DAN KELIPATAN PERSEKUTUAN TERKECIL

A. Faktor Persekutuan Terbesar

Faktor Persekutuan terBesar atau yang familiar disingkat menjadi FPB adalah merupakan bilangan bulat positif terbesar yang dapat membagi habis bilangan tersebut. Jadi ternyata bilangan punya faktor, Faktor adalah bilangan-bilangan yang dapat membagi habis sebuah bilangan, maksudnya bilangan itu bisa dibagi oleh bilangan yang kita maksud. Misal kita ambil bilangan 4. Bilangan 4 bisa habis dibagi oleh apa saja? 1, 2, 4. Jadi faktornya 4 itu : 1,2,4.

Lalu ada lagi yang namanya faktor persekutuan. Faktor persekutuan adalah faktor-faktor yang sama dari dua bilangan atau lebih. Misal kita ingin melihat faktor persekutuan dari 2 buah bilangan maka ita harus hiting satu-satu. Agar lebih jelas coba perhatikan contoh berikut:

Berapa faktor persekutuan dari 6 dan 12?

Jawab: 6 = 1, 2, 3, 6

12 = 1, 2, 3, 4, 6, 12

Jadi faktor persekutuaan dari 6 dan 12 adalah 1, 2, 3, 6.

Nah contoh diatas ini namanya Faktor Persekutuan (FP) atau faktor yang sama dapat membagi dari dua bilangan. Lantas bagaimana dengan faktor persekutuan terbesar (FPB)? Sebagaimana kita ketahui definisi dari FPB adalah merupakan bilangan bulat positif terbesar yang dapat membagi habis bilangan tersebut. Artinya setelah kita ketahui FP dari dua bilangan tersebut kita bisa melihat angkat terbesar dari FP yang dapat dijadikan sebagai FPB.

Contoh: Tentukan FPB dari 4, 8 dan 12?

Penyelesaian : Faktor dari 4 adalah = {1, 2, 4}

Faktor dari 8 adalah = {1, 2, 4, 8}

Faktor 12 adalah= {1, 2, 3, 4, 6, 12}

(FP) Faktor persekutuannya adalah 1, 2, 4

Nilai yang terbesar adalah 4, sehingga FPBnya adalah 4.

B. Kelipatan Persekutuan Terkecil

Kelipatan Persekutuan Terkecil atau lebih dikenal dengan sebutan KPK adalah merupakan bilangan bulat positif terkecil yang dapat habis dibagi bilangan tersebut. Tapi sebelum itu, hal utama yang harus kita pahami adalah konsep dari kelipatan. Apa itu kelipatan? Kelipatan itu sama halnya dengan perkalian ataupun konsepnya sama dengan penjumlahan berulang dari suatu bilangan.

Contoh: Berapa kelipatan dari 2? 2, 4, 6, 8, 10, 12,.....

Berapa kelipatan dari 3? 3, 6, 9, 12, 15, 18......

Nah itu yang namanya kelipatan. Sekarang kalau kelipatan persekutuan itu maksudnya apa? kelipatan persekutuan adalah kelipatan yang sama dari dua bilangan atau lebih. Nah dari contoh diatas bilangan 2 dan3. Kelipatannya yang sama dari kedua bilangan tersebut apa saja?

2 = 2, 4, 6, 8, 10, 12,.....

3 = 3, 6, 9, 12, 15, 18......

Jadi kelipatan persekutuan (KP) dari 2 dan 3 adalah 4,8,12...

Lantas bagaimana dengan kelipatan persekutuan terkecil (KPK)? Sebagaimana kita ketahui definisi dari KPK adalah merupakan bilangan bulat positif terkecil yang dapat habis dibagi oleh bilangan tersebut. Artinya setelah kita ketahui KP dari dua bilangan tersebut kita bisa melihat angkat terkecil dari KP yang dapat dijadikan sebagai KPK.

Contoh: Tentukan KPK dari 4 dan 14?

Penyelesaian : Kelipatan 4 adalah = {4, 8, 12, 16, 20, 24, 28, 32, 36, 40, 44, ….}

Kelipatan 14 adalah = {14, 28, 42, 56, 70, 84, 98, …}

Kelipatan persekutuan (KP) dari 4 dan 14 adalah 28, … (kelipatan yang sama dari 4 dan 14)

Kebetulan karena KP dari 4 dan 14 hanya 28 yang terlihat jadi otomatis nilai yang terkecil adalah 28, sehingga KPK dari 4 dan 14 adalah 28.

C. Ragam Cara Menemukan FPB dan KPK dari Suatu Bilangan

Dalam menentukan FPB dari dua atau lebih bilangan kita dapat menggunakan cara atau metode untuk mencari faktor dari masing-masing bilangan, faktor persektuan kemudian mencari FPB nya. Namun ada beberapa cara ataupun metode yang dapat digunakan dalam menentukan nilai FPB dari dua atau lebih bilangan, yaitu:

1. Menggunakan Faktor Persekutuan

Faktor persekutuan merupakan faktor yang sama dari dua bilangan atau lebih dan FPB itu sendiri adalah nilai paling besar dari faktor persekutuan dua bilangan atau lebih itu.

Contoh: Carilah FPB dari 4, 8 dan 12?

Penyelesaian :

Faktor dari 4 adalah = {1, 2, 4}

Faktor dari 8 adalah = {1, 2, 4, 8}

Faktor 12 adalah= {1, 2, 3, 4, 6, 12}

Faktor persekutuannya adalah 1, 2, 4

Nilai yang terbesar adalah 4, sehingga FPBnya adalah 4

Cara ini terlihat sangat mudah, namun untuk bilangan-bilangan yang besar sulit dilakukan karena akan memakan banyak waktu dalam menghitungnya.

2. Menggunakan Faktorisasi Prima

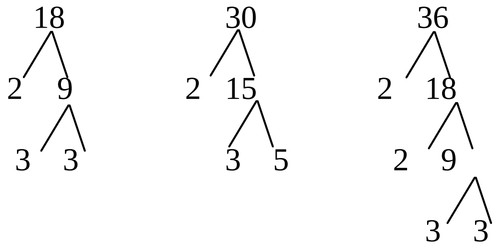
Menggunakan pohon faktor dengan berpatokan pada bilangan prima. Nah, kesulitan menggunakan pohon faktor adalah kita harus mengetahui bilangan-bilangan prima. Apa itu bilangan prima ? bilangan prima adalah bilangan yang dapat dibagi habis oleh dua faktor yaitu 1 dan dirinya sendiri. Contoh bilangan prima adalah 2, 3, 5, 7, 11, 13, ...

Pada cara ini kita ambil bilangan faktor yang sama, selanjutnya ambil yang terkecil dari 2 atau lebih bilangan.

Contoh:

Carilah FPB dari bilangan 18, 30 dan 36

Pertama kita harus menggunakan bilangan prima yang terdapat faktorisasi prima pada pohon factor masing-masing bilangan.



Selanjutnya kita menuliskan faktor-faktor dari bilangan pada pohon faktor:

$18 = 2 \times 3^2$

$30 = 2 \times 3 \times 5$

$36 = 2^2 \times 3^2$

Jadi FPB dari 18, 30 dan 36 adalah $2 \times 3 = 6$

3. Menggunakan Tabel

Menggunakan metode tabel ini dilakukan dengan mencari pembagi dari dua atau lebih bilangan yang akan dicari FPB nya, sampai bilangan-bilangan tersebut tidak dapat dibagi lagi. Cara tabel ini yaitu dengan membagi bilangan yang dicari menggunakan bilangan prima.

Contoh :

Carilah FPB dari bilangan 25 dan 40 dengan menggunakan tabel!

Jawab:

Pembagi	**25**	**40**
2	-	20
2	-	10
2	-	5
5	5	1
5	1	-

Jadi FPB dari 25 dan 40 adalah 5

Selanjutnya dalam kelipatan persekutuan terkecil (KPK) kita juga dapat menentukan nilai KPK dari bilangan dengan menggunakan beberapa cara atau metode, antara lain:

1. Menggunakan Kelipatan Persekutuan

   Kelipatan persekutuan merupakan kelipatan yang sama dari dua bilangan atau lebih. KPK adalah nilai terkecil dari kelipatan persekutuan 2 atau lebih bilangan. Untuk menentukan KPK dari dua atau lebih bilangan kita dapat menggunakan metode mencari kelipatan, kelipatan persekutuan hingga di dapat KPK nya.

   Contoh: Tentukan nilai KPK dari 4 dan 8?

   Jawab :

   Kelipatan 4 adalah = {4, 8, 12, 16, 20, 24, 28, 32, 36, 40, 44, ….}

   Kelipatan 8 adalah = {8, 16, 24. 32. 40, 48, 56, …}

   Kelipatan persekutuannya adalah 8, 16, 24, 32, … (kelipatan yang sama dari 4 dan 8)

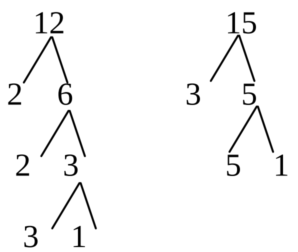
   Nilai yang terkecil adalah 8, sehingga KPKnya adalah 8

2. Menggunakan Faktorisasi Prima

   Menggunakan bilangan prima dalam faktorisasi prima pada pohon factor merupakan bagian penting . Hal yang harus dilakukan dalam mencari KPK menggunakan cara faktorisasi prima yaitu mengalikan semua bilangan faktor dan apabila ada yang sama ambil yang terbesar, apabila keduanya sama ambil salah satunya.

   Contoh: Carilah KPK dari 12 dan 15

   Jawab : Pertama kita harus membuat pohon faktornya



Selanjutnya kita menuliskan faktor-faktor dari bilangan pada pohon faktor:

$12 = 2^2 \times 3$

$15 = 3 \times 5$

Kemudian, kalikan semua faktor dan ambil pangkat yang terbesar

Jadi KPK dari 12 dan 15 adalah $2^2 \times 3 \times 5 = 60$

3. Menggunakan Tabel

Sama hal nya dengan mencari FPB, hakikatnya cara ini memiliki prinsip yang sama. Menggunakan metode tabel, menggunakan metode ini dengan mencari pembagi dari dua atau lebih bilangan yang akan dicari KPK dan FPB nya, sampai bilangan-bilangan tersebut tidak dapat dibagi lagi.

contoh : Tentukan KPK dari bilangan 12 dan 15!

Jawab:

Pembagi	**12**	**15**
2	6	15
2	3	15
3	1	5
5	1	1

Selanjutnya kalau mencari KPK, tabel yang telah kita peroleh, dikalikan semua bilangan yang ada pada kolom pembagi.

Berarti KPK dari 12 dan 15 adalah $2^2 \times 3 \times 5 = 60$.

Latihan

1. Ibu memiliki 28 kue keju dan 40 kue donat. Kue kejo dan donat tersebut akan dimasukkan ke dalam kotak-kotak. Jika setiap kotak memuat jumlah kue keju dan dan kue donat dalam jumlah yang sama, berapakah banyak kotak yang diperlukan?
2. Tentukan nilai dari KPK dan FPB dari 12 dengan 18 dan 60 dengan 84 dengan menggunakan cara berikut:
   a. Menggunakan pohon faktor
   b. Menggunakan tabel
3. Ada 2 buah motor dirumah Putri yang harus rutin di service. Motor pertama harus diservice 30 hari sekali, sedangkan motor kedua diservice 25 hari sekali. Jadi setiap berapa hari kah Putri harus membawa kedua motor tersebut diservice secara bersamaan?
4. Tentukan FPB dan KPK dari pasangan-pasangan bilangan berikut ini!

a. 12 dan 15
b. 20, 24 dan 36

BAB X

RASIO DAN PROPORSI, DESIMAL DAN PERSENTASE

A. Rasio dan Proposisi

Rasio adalah perbandingan antara 2 besaran atau lebih angka yang menandakan berapa kali angka pertama mengandung angka kedua. Ini dapat dianggap sebagai mode membandingkan angka dengan divisi. Dalam rasio dua angka, nilai pertama disebut kuno dan angka kedua adalah konsekuensinya. Dalam menghitung rasio harus menggunakan satuan yang sama, apabila terdapat perbedaan maka harus dilakukan penyamaan satuan terlebih dahulu.

Rasio dapat ditunjukkan dengan berbagai cara seperti menggunakan ":" untuk nilai contoh individual dan dapat juga menggunakan "/" untuk penilaian satu individu dari total. Rasio dilambangkan dengan a/b atau a : b, dimana $b \neq 0$. Rasio sebagai desimal, setelah membagi satu penilaian dengan total, dan juga sebagai persentase, setelah membagi satu penilaian dengan total.

Contoh:

Siswa kelas 5 SD Suka maju ada 15 siswa laki-laki dan 20 siswa perempuan. sedangkan dikelas 6 SD tersebut ada 12 laki-laki dan 16 siswa perempuan. Nyatakan banyaknya siswa laki-laki dan siswa perempuan di kelas 5 dan di kelas 6 SD Suka maju itu sebagai sebuah rasio!

Jawab: Rasio untuk kelas 5 SD adalah 15/60,

Rasio untuk kelas 6 SD adalah 12/16.

Selanjutnya apabila dua rasio adalah sama, maka mereka membentuk sebuah *proporsi*. Proporsi adalah perbandingan antara 2 buah ratio. Perbandingannya dinyatakan sebagai A/B= C/D. Kita dapat menyusun proporsi matematika dalam dua cara, yaitu: dapat membandingkan angka dengan (:) titik dua, atau menulis proporsi dalam bentuk (/) fraksi yang setara. Proporsi memberi tahu kita tentang sebagian atau sebagian tentang keseluruhan. Banyak perhitungan dapat diselesaikan dengan menggunakan proporsi untuk menunjukkan hubungan antar angka. Ini mengacu pada beberapa jenis di atas total.

Ada berbagai cara untuk mengetahui apakah dua rasio membentuk proporsi. maka kuantitas kedua adalah proporsi rata-rata antara kuantitas pertama dan ketiga. Ada berbagai cara untuk mengetahui apakah dua rasio membentuk proporsi atau tidak, salah satunya adalah sebagai berikut:

- Periksa untuk melihat apakah faktor skala serupa dipakai di atas dan bawah.
- Upayakan dan sederhanakan satu atau kedua rasio tersebut.
- Produk silang: Lipat gandakan angka yang diagonal satu sama lain. Jika produknya sama, kedua rasio tersebut membentuk proporsi.

Sebagaimana diketahui bahwa proporsi adalah penyamaan matematika dalam dua angka.Oleh sebab itu kita harus menegtahui sifat-sifat dari proposisi. Adapun Sifat-sifat Proporsi, yaitu :

Sifat 1: Untuk setiap bilangan rasional a/b dan c/d, dengan $a \neq 0$ dan c 0, a/b jika dan hanya jika b/a=d/c

Misalkan pada sebuah toko swalayan 7 butir jeruk super dijual dengan harga Rp. 10.000,00. Di toko swalayan lain 21 butir jeruk super dijual dengan harga Rp. 30.000,00. Pada toko swalayan mana harga jeruk super lebih murah?

Jawab: Kita tahu bahwa harga satu butir jeruk pada toko swalayan pertama adalah 10.000/7 rupiah dan di toko swalayan kedua adalah 30.000/21 rupiah. Karena 10.000/7 = 30.000/21, harga jeruk di kedua toko itu sama.

Sifat 2: Untuk sebarang bilangan-bilangan rasional a/b dan c/d, dengan $c^{1}0$, a/b = c/d jika dan hanya jika a/c = b/d.

Misalkan di dalam sebuah pabrik mobil, perakitan mobil-mobil menggunakan robot-robot. Jika 3 robot dapat merakit 17 mobil dalam waktu 10 menit, berapa banyak mobil dapat dirakit oleh 14 robot dalam waktu 45 menit jika semua robot mempunyai kemampuan kerja yang sama?

Jawab: Jika 3 robot merakit 17 mobil dalam waktu 10 menit, maka 3 robot dapat merakit 17/10 mobil dalam 1 menit. Akibatnya, 1 robot merakit 1/3 x 17/10 atau 17/30 mobil dalam waktu 1 menit. Jika 14 robot merakit n mobil dalam waktu 45 menit, maka 14 robot merakit n/45 mobil dalam 1 menit. Dengan demikian 1 robot merakit 1/14 x n/14 atau n/(14x45) mobil dalam waktu 1 menit. Karena setiap robot mempunyai kemampuan yang sama, kita mempunyai proporsi n / (14x15) = 17/30. Persamaan ini dengan mudah kita selesaikan dan kita peroleh n = 357, atau 357 mobil.

B. Desimal

Bilangan pecahan yang mempunyai penyebut khusus yang merupakan kelipatan sepuluh (yaitu 10, 100, 1000, dst) disebut pecahan desimal. Jika bilangan-bilangan pecahan tersebut ditulis dalam bentuk pecahan desimal, maka penulisannya adalah sebagai berikut:

$\frac{1}{10}$ ditulis 0,1

$\frac{1}{100}$ ditulis 0,01

$\frac{1}{1000}$ ditulis 0,001

Bilangan desimal memiliki ciri khas dalam penulisannya, yaitu menggunakan tanda koma sebagai pemisah antara bilangan bulat dan bilangan pecahannya. Menurut asal terbentuknya, bilangan desimal termasuk dalam kelompok bilangan pecahan, nih. Untuk memahami bentuk bilangan desimal, kita harus bisa menentukan nilai bilangan desimal terlebih dahulu.

Contoh: 2,145

Penjelasan:

Dari bilangan desimal di atas, angka 2 adalah bilangan bulat yang menunjukkan bilangan satuan. Kemudian, angka 1 yang terletak di belakang koma menunjukkan bilangan persepuluhan yang nilainya 0,1. Selanjutnya angka 4 merupakan bilangan bulat yang menunjukkan bilangan perseratusan dengan nilai 0,04. Terakhir, angka 5 menunjukkan bilangan perseribuan yang nilainya 0,005. Dengan begitu, bilangan di atas terdiri atas, 2 satuan + 1 persepuluhan + 4 perseratusan + 5 perseribuan.

Membaca bilangan pecahan desimal berbeda dengan membaca bilangan biasa lainnya. Sebagai contoh : 654,32, dibaca “enam ratus lima puluh empat koma tiga dua satu”. Tidak boleh dibaca “enam ratus lima puluh empat koma tiga ratus dua puluh satu”, karena nilai tempat angka dibelakang koma pada pecahan desimal berbeda dengan nilai tempat angka di depan koma.

Nilai tempat pada pecahan desimal dapat dijelaskan seperti contoh dibawah ini: 654,321

1 adalah perseribu

2 adalah perseratus

3 adalah persepuluh

4 adalah satuan

5 adalah puluhan

6 adalah ratusan

Dengan memperhatikan sistem nilai tempat, kita dapat menyatakan bentuk panjang pecahan campuran dari bilangan pecahan desimal misalnya 293,794 yaitu

$293{,}794 = 200 + 90 + 3 + 0{,}7 + 0{,}09 + 0{,}004$

$293{,}794 = 200 + 90 + 3 + \frac{7}{10} + \frac{9}{100} + \frac{4}{1000}$

$293{,}794 = 200 + 90 + 3 + \frac{700}{1000} + \frac{90}{1000} + \frac{4}{1000}$

$293{,}794 = 200 + 90 + 3 + \frac{794}{1000}$

Pada dasarnya membandingkan pecahan desimal akan mudah dilakukan apabila digit bilangan bulatnya sama dan digit bilangan desimalnya sama pula. Jika pecahan desimal mempunyai nilai angka terdepan paling kecil, berarti nilainya juga paling kecil. Kemudian jika nilai angka terdepan sama besar, maka lihat nilai angka terdepan kedua, yang nilai angka keduanya paling kecil adalah pecahan yang nilainya paling kecil. Jika nilai angka terdepan kedua juga masih sama, maka amati nilai angka terdepan ketiga, begitulah seterusnya. Agar lebih jelas coba perhatikan contoh dibawah ini.

Contoh 1:

Ada dua pecahan desimal yaitu 1,259 dan 1, 243. Coba bandingkan manakah yang lebih besar diantara keduanya?

Jawab: terlihat bahwa angka pertama yang menempati tempat satuan sama, kemudian angka kedua yang menempati tempat persepuluhan juga bernilai sama sehingga perlu dilanjutkan dengan membandingkan angka ketiga pada tempat perseratusan dari pecahan 1,259 yang mempunyai nilai lebih besar daripada angka ketiga yang menempati tempat perseratusan pada pecahan desimal 1,243. Oleh karena itu 1,259 lebih besar daripada 1,243 atau bisa ditulis dengan 1,259 > 1,243.

Contoh 2:

Terdapat dua pecahan desimal yaitu 0,90 dengan 0,9. Bandingkan manakah bilangan yang paling kecil diantara keduanya?

Jawab: Oleh karena angka pertama pada tempat satuan bernilai sama, maka dilanjutkan dengan membandingkan nilai angka kedua dan ternyata sama juga. Sudah disebutkan diatas bahwa angka 0 terakhir pada pecahan desimal dapat dihilangkan, atau kita dapat memnambah angka 0 pada digit terakhir tanpa mengubah nilai pecahan desimal. Sehingga dengan demikian 0,9 dan 0,90 memiliki nilai yang sama besar, sebab 0,9 = 0,9 atau 0,90 = 0,90.

Contoh 3:

Bandingkan dua pecahan desimal berikut, manakah yang lebih kecil antara 0,174 dengan 0, 214.

Jawab: angka pertama yang menempati tempat satuan sama, sehingga perlu dilanjutkan dengan membandingkan angka kedua yang menempati tempat persepuluhan. Angka kedua pada tempat persepuluhan dari pecahan 0, 214 mempunyai nilai lebih besar daripada angka kedua yang menempati tempat persepuluhan pada pecahan desimal 0,174. Oleh karena itu 0,174 lebih kecil daripada 0,214 atau bisa ditulis dengan 0,174< 0,214.

C. Persentase

Banyak yang masih keliru dalam mengucapkan kata persen. Sebenarnya jika kita lihat dari segi bahasa, istilah persen berasal dari bahasa latin yaitu *per centum* yang artinya persetarus. Pelafalannya merupakan "percentage" bukan "procentage", sehingga penyebutan yang benar adalah persentase bukan prosentase. Lambang persen ditunjukkan dengan simbol "%".

Persen merupakan perbandingan atau rasio yang digunakan untuk menyatakan bagian dari seratus. Persen artinya perseratus sehingga pecahan biasa yang penyebutnya seratus dapat juga disebut persen. Dalam matematika, persentase atau perseratus adalah sebuah angka perbandingan untuk menyatakan pecahan dari seratus. Persentase juga digunakan meskipun bukan unsur ratusan. Misalnya, N % = N/100. Jadi, n % dari suatu kuantitas adalah n/100 dari kuantitas itu. Dengan demikian, 1% adalah 1/100 dari keseluruhan dan 100% menunjukkan seluruh kuantitas.

Mengubah pecahan biasa ke bentuk persen dapat dilakukan dengan terlebih dahulu mengubah pecahan biasa ke bentuk pecahan senilai dengan penyebut seratus. Agar lebih jelas coba perhatikan contoh dibawah ini:

$\frac{3}{4} = \frac{3\times25}{4\times25} = \frac{75}{100} = 75\%$

$\frac{5}{20} = \frac{5\times5}{20\times5} = \frac{25}{100} = 25\%$

Sebaliknya, untuk mengubah persen menjadi bentuk biasa dapat dilakukan dengan mengubah persen menjadi pecahan perseratus dan kemudian disederhanakan. Coba perhatikan contoh dibawah ini:

$90\% = \frac{90}{100} = \frac{9}{10}$

$8\% = \frac{8}{100} = \frac{4}{50}$

Selain itu, di dalam pengerjaan hitungan persen, seringkali kita diminta untuk mengubah persen menjadi desimal. Hal ini dapat dikerjakan dengan menulis persen sebagai suatu bilangan pecahan dan kemudian mengubah pecahan itu menjadi bilangan desimal.

Contoh: a. $5\% = \frac{5}{100} = 0{,}005$

b. $250\% = \frac{250}{100} = 2{,}5$

c. $\frac{1}{3}\% = \frac{\frac{1}{3}}{100} = \frac{0{,}3}{100} = 0{,}003$

Pendekatan lain untuk penulisan persen sebagai desimal adalah pertama mengubah 1% ke sebuah decimal. Karena 1% = 1 /100 = 0,01. Masalah-masalah terapan berkaitan dengan persen biasanya mengambil satu dari bentuk berikut:

1. Menentukan persen dari suatu bilangan.
2. Menentukan persen suatu bilangan disbanding suatu bilangan lain.
3. Menentukan suatu bilangan jika persen dari suatu bilangan diketahui.

Latihan

1. Anton membeli mobil seharga Rp. 80.000.000,- dengan memeberi uang muka 20%. Berapa rupiah besar uang muka tersebut?
2. Jelaskan bagaimana mengurutkan pecahan desimal berikut ini.

   10,02 28,02 13,07 45,23 13,11
3. Pak Amin, Pak Badrun, dan Pak Candra memperoleh uang Rp. 2.520.000,- untuk pengerjaan pengecetan sebuah rumah. Pak Amin bekerja selama 30 jam, pak Badrun bekerja selama 50 jam dan pak Candra bekerja selama 60 jam. Mereka membagi uang itu sesuai dengan proporsi jam kerja mereka. Berapa besar uang yang mereka terima masing-masing?
4. Jaka telah mengikuti tes masuk perguruan tinggi. Jika jaka mempunyai 45 jawaban benar dari 80 soal tes. Berapa persen jawaban jaka yang benar?
5. Siswa SD Tadika sedang belajar menggunakan kalkulator. Jika terdapat 3 buah kalkulator untuk setiap 4 orang siswa di sebuah sekolah dasar. Berapa banyak kalkulator yang dibutuhkan untuk 44 orang siswa?

BAB XI

ARITMATIKA SOSIAL (PERDAGANGAN DAN PERBANKAN)

A. Definisi dan Konsep Aritmatika Sosial

Aritmatika sosial merupakan salah satu cabang matematika yang sering dijumpai dalam kehidupan sehari-hari. Cabang ilmu ini erat kaitannya dengan perhitungan keuangan di ritel. Aritmatika sosial sama dengan mempelajari bilangan dengan operasi sederhana.

Pada zaman dahulu apabila seseorang ingin membeli suatu barang, maka ia harus menyediakan barang miliknya sebagai ganti atau penukar barang yang diinginkan tersebut. Misalnya seorang petani ingin membeli pakaian, maka petani tersebut bisa menukarnya dengan tiga ekor ayam atau membelinya dengan dua karung beras. Pembelian dengan cara tukar menukar dikenal dengan istilah barter.

Kemudian dengan berkembangnya pengetahuan dan peradaban umat manusia, jual beli dengan cara barter mulai ditinggalkan. Kegiatan jual beli dilakukan dengan member nilai atau harga terhadap suatu barang. Setelah mengalami proses, akhirnya manusia menemukan benda yang disebut mata uang.

Sejalan dengan perkembangan dengan dalam kehidupan sehari-hari, kita sering mendengar istilah-istilah perdagangan seperti harga pembelian, harga penjualan, untung dan rugi. Demikian pula, istilah impas, rabat (diskon), bruto, neto, tara, dan bonus. Istilah-istilah ini merupakan bagian dari matematika yang disebut aritmetika sosial, yaitu yang membahas perhitungan keuangan dalam perdagangan dan kehidupan sehari-hari beserta aspek-aspeknya.

B. Aritmatika Sosial dalam Aspek Perdagangan

Memperoleh barang-barang yang akan dijual, tentu penjual membeli barang dagangannya dari pabrik, grosir, atau tempat lainnya. Harga barang dari pabrik, grosir, atau tempat lainnya disebut harga pembelian atau modal. Sedangkan uang yang diterima oleh pedagang dari hasil penjualan barang disebut harga penjualan. Dengan demikian, kegiatan perdagangan selalu berkaitan dengan harga pembelian atau modal yang menjadi dasar perhitungan. Pada sapek perdagangan, terdapat dua kemungkinan yang akan dialami oleh pedagang, yaitu: Pedagang mendapatkan untung atau mengalami kerugian.

1. Untung atau Laba

Untung atau laba adalah selisih dari harga penjualan dengan pembelian jika harga penjualan lebih dari harga pembelian. Jika harga penjualan lebih dari harga pembelian, maka dikatakan untung, sebaliknya jika harga penjualan kurang dari harga pembelian, maka dikatakan rugi. Jika harga penjualan sama dengan harga pembelian, maka dikatakan impas. Rumus menghitung untung/laba adalah:

Untung = Harga Penjualan – Harga Pembelian

Contoh :

Satu lusin pensil dibeli dengan harga Rp. 18.000,-. Kemudian dijual dengan harga Rp. 1.800,- tiap buah. Berapa rupiahkah untungnya?

Jawaban :

Diketahui harga pembelian = Rp. 18.000,-

Harga penjualan = Rp. 12 x Rp. 1800,- = Rp. 21.600,-

Untung = harga penjualan – harga pembelian

= Rp. 21.600,- – Rp. 18.000,-

= Rp. 3.600,-

Jadi rupiah keuntungannya yaitu Rp. 3.600,-

2. Rugi

Rugi adalah selisih dari harga penjualan dengan pembelian jika harga penjualan kurang dari harga pembelian. Adapun rumus untuk menghitung rugi adalah sebagai berikut:

Rugi = Harga Pembelian – Harga Penjualan

Contoh :

Seorang pedagang melon membeli 100 buah melon dengan harga seluruhnya Rp. 600.000,-. kemudian 40 buah melon itu dijual dengan harga Rp. 7.000,- setiap buah, 52 buah dijual dengan harga Rp. 6.000,- dan sisanya busuk. Berapa kerugian pedagang itu?

Jawab :

Harga pembelian = Rp. 600.000,-

Harga penjualan = (40 × Rp. 7.000,-) + (52 × Rp. 6.000,-)

= Rp. 280.000,- + Rp. 312.000,-

= Rp. 592.000,-

Rugi = Rp. 600.000,- – Rp. 592.000,- = Rp. 8.000,-

3. Rabat (Diskon), Bruto, Tara dan Neto

Pada aritmatika perdagangan kita juga mengenal adanya diskon (rabat), bruto, tara dan neto. Untuk lebih jelasnya kita perhatikan bahasan diskusi berikut.

a. Diskon (Rabat)

Diskon atau rabat adalah potongan harga penjualan pada saat transaksi jual-beli yang diberikan oleh penjual kepada pembeli. Istilah diskon/rabat ini sering kita jumpai di pusat-pusat perbelanjaan, misalnya dalam perdagangan pakaian, makanan, elektronik dan berbagai produk lain. Diskon (rabat) seringkali dijadikan alat untuk menarik minat para pembeli, misalnya ada toko yang melakukan obral dengan diskon dari 50%, sehingga para pembeli menjadi tertarik untuk berbelanja di toko tersebut, karena harganya terkesan murah. Besarnya diskon selalu dihitung pada harga semula. Selisih antara harga semula dan diskon yang ditawarkan disebut dengan harga bersih atau harga jual barang tersebut.

Contoh:
Sebuah penerbit buku menitipkan dua jenis buku masing-masing sebanyak 200 dan 500 buah. Pemilik toko harus membayar hasil penjualan buku kepada penerbit setiap 3 bulan. Harga buku jenis pertama Rp. 7.500,00 sebuah, sedangkan buku jenis kedua Rp. 10.000,00. Rabat untuk setiap buku pertama 30% sedang untuk buku kedua hanya 25%. Jika pada akhir 3 bulan pertama toko itu berhasil memasarkan 175 buku jenis pertama dan 400 buku jenis kedua, berapa:
a. Rabat yang diterima pemilik toko buku?

b. Uang yang harus disetorkan kepada penerbit?

Penyelesaian:
a. Untuk buku jenis pertama:
Harga jual = 175 × Rp. 7.500,00 = Rp. 1.312.500,00
Untuk buku jenis kedua:
Harga jual = 400 × Rp. 10,000,00 = Rp. 4.000.000,00

Rabat buku pertama = 30% × Rp. 1.312.500,00
= 00 ,500.312.1100 30
= Rp. 393.750,00
Rabat buku kedua = 25% × Rp. 4.000.000,00

$= \frac{25}{100} \times 4.000.000{,}00$

= Rp. 1.000.000,00
Rabat total yang diterima pemilik toko adaah:
Rp. 393.750,00 + Rp. 1.000.000,00 = Rp. 1.393.750,00

b. Tulis T = hasil penjualan total,
P = rabat yang diterima, dan
S = jumlah uang yang harus disetor ke penerbit
T = Rp. 1.312.500,00 + Rp. 4.000.000,00 = Rp. 5.312.500,00
S = T – P = Rp. 5.312.500,00 – Rp. 1.393.750,00
= Rp. 3.919.750,00
Jumlah uang yang harus disetor ke penerbit Rp. 3.919.750,00

b. Bruto, Tara dan Neto

Istilah bruto, tara, dan neto sering kita jumpai dalam masalah berat barang. Dalam kehidupan sehari-hari bruto diarikan sebagai berat isi beserta kemasan atau bisa disebut dengan berat kotor, neto adalah berat bersih atau bisa disebut berat isi tanpa kemasannya, dan tara adalah selisih antara bruto dan neto. Adapun rumus menghitung bruto, tara, dan neto adaah sebagai berikut:

Bruto = neto + tara

Tara = bruto – neto

Neto = bruto – tara

Tips: Jika diketahui persen tara dan bruto, kalian dapat mencari tara dengan rumus berikut: Tara = persen tara × bruto

Contoh:

Seorang pedagang membeli 5 karung beras dengan bruto masing-masing 72 kg dan tara 1%. Berapa rupiah pedagang itu harus membayar jika harga setiap kg beras Rp. 4.000,-?

Jawab :

Berat bruto = (5 × 72 kg) = 360 kg

Tara 1% = 1100 × 360 kg = 3,6 kg

Neto = 360 kg – 3,6 kg = 356,40 kg

Pedagang harus membayar = 356,40 × Rp. 4.000,-

= Rp. 1.425.600,-

C. Aritmatika Sosial dalam Aspek Perbankan

Pada aktivitas perbankan tidak akan lepas dari perhitungan matematika. Seorang pengusaha dalam menjalankan usahanya harus berurusan dengan bank. Terkadang bank tersebut digunakan untuk menyimpan uang, kadang pula untuk tempat meminjam uang guna menjadi modal dalam menjalankan usahanya. Di lingkungan sekitar kita, sering kita jumpai bahwa seseorang membeli mobil secara angsuran dengan bunga 10% pertahun atau seseorang meminjam uang di bank dengan bunga 2% per bulan. Jadi kata bunga bukanlah kata asing di telinga masyarakat Indonesia.

Secara umum bunga dapat diartikan sebagai jasa berupa uang yang diberikan oleh pihak peminjam kepada pihak yang meminjamkan modal atas persetujuan bersama. Ada kalanya juga bunga dapat diartikan sebagai jasa berupa uang yang diberikan oleh pihak bank kepada pihak yang menabung atas persetujuan bersama. Dalam dunia perbankan terdapat bunga majemuk dan bunga tunggal. Bunga tunggal adalah bunga yang dihitung hanya berdasarkan besarnya modal saja, sedangkan bunga majemuk adalah bunga yang dihitung berdasarkan besarnya modal dan bunga. Namun, bunga yang akan dibahas disini hanya bunga tunggal saja. Sehingga, jika ada istilah bunga pada materi ini, yang akan yang dimaksud adalah bunga tunggal. Besarnya bunga biasanya berbeda untuk setiap bank, sesuai dengan kebermanfaatan uang dan kesepakatan kedua pihak. Berikut ini dijelaskan contoh kasus penggunaan bunga tabungan pada aspek aritmatika sosial perbankan.

Contoh:

Pak Rudi berencana membangun usaha produksi sepatu di daerahTanggulangin Sidoarjo. Untuk memenuhi kebutuhan modalnya, Pak Rudi berencana meminjam uang di Bank sebesar Rp. 200.000.000,00 (dibaca: dua ratus juta rupiah) dengan jangka waktu peminjaman selama 1 tahun (12 bulan). Ada dua bank yang menawarkan bantuan modal kepada Pak Rudi, yaitu:

Bank 1: memberikan bunga sebesar 20% per tahun.

Bank 2: memberikan bunga sebesar 2% per bulan.

Kedua bank tersebut memberi persyaratan untuk mengangsur tiap bulan dengan nominal tetap. Jika kalian adalah Pak Rudi, maka Bank mana yang akan kalian pilih untuk meminjam modal usaha?

Penjelasan:

Pada kasus tersebut, mari kita uraikan besarnya bunga yang harus kita tanggung dari meminjam uang tersebut.

Bunga di Bank 1 = 20% × 200.000.000 = 40.000.000 (selama 1 tahun)

Bunga di Bank 2 = 2% × 200.000.000 = 4.000.000 (selama 1 bulan)

Ingat, besarnya persentase bunga yang diberikan oleh Bank 2 adalah dalam satuan bulan, sehingga jika langsung kita kalikan dengan besarnya modal,maka didapat nominal bunga dalam satuan bulan juga. Karena Pak Rudi berencana meminjam selama 12 bulan, maka:

Besarnya bunga menjadi 4.000.000 × 12 = 48.000.000.

Dengan memperhatikan nominal bunga yang harus kita tanggung jika kita minjam modal di Bank 1 dan Bank 2 tersebut tentu kita akan memilih meminjam di Bank 1, karena beban bunga yang harus kita tanggung adalah paling ringan.

Bagi Anda yang ingin menjadi pengusaha, tentu cara mengambil keputusan seperti dijelaskan di atas sangat penting. Karena sebagai peminjam kita menginginkan bunga yang sekecil mungkin.

Latihan

1. Seorang pedagang telur membeli telur sebanyak 72 butir dengan harga Rp. 1.500,00 tiap butir. Separuhnya dijual Rp. 1.750,00 tiap butir, dan sisanya dijual Rp. 1000 per butir. Tentukan untung atau ruginya!
2. Bu Imah membeli satu karung tomat dengan bruto 25 kg tiap karungnya (tara 4%). Tomat dijual kembali dengan harga Rp. 5.000,00 per kg. Setelah tomat terjual seluruhnya Bu Imah memperoleh untung/laba sebesar Rp. 40.000,00. Berapa harga pembelian satu karung tomat?
3. Pak Budi membeli mobil dengan harga 125.000.000,00. Mobil tersebut kemudian dijual kembali dengan harga Rp120.000.000,00. Tentukan:
   a) kerugian yang dialami Pak Budi
   b) persentase kerugian
4. Vega menyimpan uang di bank sebesar Rp. 2.000.000,- dengan suku bunga 18% setahun dengan bunga tunggal.Tentukan
   - a. Besarnya bunga pada akhir bulan pertama;
   - b. Besarnya bunga pada akhir bulan keenam;
   - c. Besarnya uang setelah 2 tahun.
5. Seorang pedagang memiliki barang yang dijual dengan harga Rp126.000,00. Jika dari harga tersebut pedagang mendapatkan keuntungan 5%, tentukan harga pembelian barang!

REFERENSI

Abdullah, Mikrajuddin. 2018. *Matematika Arah Kiblat*. Bandung: ITB Press.

As'ari A.R, Tohir M, Valentino E, Imron Z, Taufiq I. (2017) Matematika SMP/MTs Kelas VII Semester I. Pusat Kurikulum dan Perbukuan, Balitbang, Kemendikbud

Dalle, Juhriyansyah. 2006. Matematika Islam (Kajian Terhadap Pemikiran Khawarizmi). *Jurnal Pemikiran Islam dan Kependidikan Al-Ta'lim*. Volume XIII, Nomor 24.

Dixon, Exward T. 1891. *The Foundations of Geometry*. Cambridge: Deighton Bell and Co, London.

Gunawan, H. 2015. *Lingkaran*. Graha Ilmu: Yogyakarta.

https://yos3prens.wordpress.com/2013/02/19/menemukan-luas-permukaan-limas-beraturan/

https://matematikarekk.wordpress.com

http://staffnew.uny.ac.id/upload/132048518/pendidikan/Handout-Geometriruang-2.pdf

https://seminar.iplbi.or.id/wp-ontent/uploads/2017/06/HERITAGE2017-C-009-016-Identifikasi-Geometri-sebagai-Dasar-Bentuk-pada-Arsitektur-Tradisional-Nusa-Tenggara-Barat.pdf

https://www.downloadsoftwaregratisan.com/14-aplikasi-matematika-gratis-terbaik/

https://www.researchgate.net/publication/284590839_POLA_GEOMETRI_PADA_SENI_DAN_ARSITEKTUR_ISLAM_DI_ANDALUSIA

https://www.adhyaksapersada.co.id/ukuran-luas-tanah/

http://jurnal.untan.ac.id/index.php/justin/article/viewFile/12904/11691

http://unmermadiun.ac.id/ejurnal/index.php/agritek/article/view/102/191

Hudojo, H. 2005. *Pengembangan Kurikulum dan Pembelajaran Matematika.* Malang: Universitas Negeri Malang.

J. Friberg, "Methods and traditions of Babylonian mathematics. Plimpton 322, Pythagorean triples, and the Babylonian triangle parameter equations", Historia Mathematica, 8, 1981, pp. 277—318.

Marini, Arita. 2015. *Geometri dan Pengukuran*. Bandung: Remaja Rosdakarya.

M.Cholik Adinawan dan Sugijono, *Matematika Untuk SMP Kelas VII*, (Jakarta:Erlangga, 2007) h.153.

Nari, Nola. 2017. *Penggunaan Software Geogebra Untuk Perkuliahan Geometri.* Seminar Internasional yang diselengaarakan oleh IAIN Batu Sangkar. 2nd International Seminaron Education 2017 Empowering Local Wisdom on Education for Global Issue Batusangkar, September 05-06-2017. http:// *ecampus.iainbatusangkar.ac.id › article*.

Negoro, S.T dan B. Harahap. 1998. *Ensiklopedia Matematika*. Jakarta: Ghalia Indonesia.

Nur'aini, Indah L, dkk. 2017. *Pembelajaran Matematika Geometri Sacara Realistis dengan Geogebra*. Jurnal Matematika Vol 16 (2). http:ejournal.unisba.ac.id file:///C:/Users/User/AppData/Local/Temp/3900-12718-1-PB.pdf

Polya, G. 1973. *How to Solve 2nd* Ed. Princeton : Princeton University Press.

Rich, B. 2004. *Geometri Schaul's easy outline*. Jakarta: Erlangga.

Ruseffendi, E.T. 1991. *Pengantar Kepada Membantu Guru Mengembangkan Kompetensinya dalam Pengajaran Matematika untuk Meningkatkan CBSA.* Bandung: Tarsito.

Ruseffendi, E.T. 1998. *Statistika Dasar untuk Penelitian Pendidikan*. Bandung: IKIP Bandung Press

Seputro, Theresia, M.H.T. 1992. *Pengantar Dasar Matematika Logika dan Teori Himpunan*. Jakarta: Erlangga.

Shadiq, F. 2004. *Geometri*. *Pusat Pengembangan Penataran Guru Matematika*: Yogyakarta.

Simangunson, Wilson dan Sukino. (2006). *Matematika untuk SMP Kelas VII*. Jakarta: Erlangga.

Sinaga, B. Sinambela, P. N. J. M. Sitanggang, A. K. dkk. (2014) Matematika. Jakarta: Kemendikbud.

Siregar, Machrani, A.D. dan Tanti J.S. 2015. *Geometri*. Medan: Simphony Baru.

Soleh, Muhammad. 1998. *Pokok-pokok Pengajaran Matematika Sekolah*, Jakarta: Departemen Pendidikan dan Kebudayaan.

Sukirman, 2008. *Matematika*. Jakarta: Universitas Terbuka.

The Geometry of Rene Descarter. 1954. Diterjemahkan oleh David Eugene Smith dan Marcia L. Latham. Newyork. 10 N.Y: Dover Publication.

Tim MKPBM Jurusan Pendidikan Matematika. 2001. *Strategi Pembelajaran Matematika Kontemporer*, Bandung : UPI.

W.S, Mada Sanjaya. 2019. *Matematika Geometri Abu Kamil dalam Kitab Al-Misaha wa Al-Handasa*. Bandung: Bolabot

Wahyuni,Septia dan Elfi Rahmadhani. 2019. *Pelatihan Penggunaan Cabri 3D pada Matakuliah Geometri*. Jurnal Pengabdian Masyarakat dan Pendidikan MIPA. Volume 3 (1). https://journal.uny.ac.id/index.php/

Walle, Jhon A. Van De. 2008. *Matematika Sekolah Dasar dan Menengah*, Alih bahasa: Suyono, Jakarta: Erlangga.

Winarni, S.E. dan Sri Harmini. 2011. *Matematika untuk PGSD*. Bandung: Remaja Rosdakarya.