

**ANTRIAN M/G/1 DENGAN SINGLE WORKING VACATION DAN  
VACATION INTERRUPTION TERHADAP NILAI HARAPAN  
BANYAKNYA PELANGGAN PADA BANK MUAMALAT  
KANTOR CABANG PEMBANTU SUKARAMAI**

**SKRIPSI**

**RAHMI SUSILOWATI**

**0703163046**



**PROGRAM STUDI MATEMATIKA  
FAKULTAS SAINS DAN TEKNOLOGI  
UNIVERSITAS ISLAM NEGERI SUMATERA UTARA MEDAN  
MEDAN  
2021**

**ANTRIAN M/G/1 DENGAN SINGLE WORKING VACATION DAN  
VACATION INTERRUPTION TERHADAP NILAI HARAPAN  
BANYAKNYA PELANGGAN PADA BANK MUAMALAT  
KANTOR CABANG PEMBANTU SUKARAMAI**

**SKRIPSI**

*Diajukan untuk Memenuhi Syarat Mencapai Gelar Sarjana Matematika*

**RAHMI SUSILOWATI**

**0703163046**



**PROGRAM STUDI MATEMATIKA  
FAKULTAS SAINS DAN TEKNOLOGI  
UNIVERSITAS ISLAM NEGERI SUMATERA UTARA MEDAN  
MEDAN  
2021**

## PERSETUJUAN SKRIPSI

Hal : Surat Persetujuan Skripsi

Lamp : -

Kepada Yth.,  
Dekan Fakultas Sains dan Teknologi  
Universitas Islam Negeri Sumatera Utara Medan

*Assalamu'alaikum Wr. Wb.*

Setelah membaca, meneliti, memberikan petunjuk, dan mengoreksi serta mengadakan perbaikan, maka kami selaku pembimbing berpendapat bahwa skripsi saudara,

Nama : Rahmi Susilowati  
Nomor Induk Mahasiswa : 0703163046  
Program Studi : Matematika  
Judul : Antrian M/G/1 dengan *Single Working Vacation* dan *Vacation Interruption* Terhadap Nilai Harapan Banyaknya Pelanggan Pada Bank Muamalat Kantor Cabang Pembantu Sukaramai.

Dapat disetujui untuk segera *dimunafasyahkan*. Atas perhatiannya kami ucapkan terimakasih.

Komisi Pembimbing,

Pembimbing Skripsi I,

Pembimbing Skripsi II,

Dr. Riri Syafitri Lubis, S.Pd, M.Si.  
NIDN. 2013078401

Rina Widyasari, M.Si.  
NIDN. 0118078801

Mengetahui,  
Ketua Program Studi Matematika  
Fakultas Sains dan Teknologi  
Universitas Islam Negeri Sumatera Utara Medan

Dr. Riri Syafitri Lubis, S.Pd, M.Si.  
NIDN. 2013078401



**KEMENTERIAN AGAMA REPUBLIK INDONESIA  
UNIVERSITAS ISLAM NEGERI SUMATERA UTARA  
MEDAN**

**FAKULTAS SAINS DAN TEKNOLOGI**  
Jl. Lap. Golf No. 120, Kp. Tengah, Kec. Pancur Batu, Kabupaten Deli Serdang,  
Sumatera Utara 20353  
Telp. (061) 6615683-6622925, Fax. (061) 6615683  
Url: <http://saintek.uinsu.ac.id>, E-mail: [saintek@uinsu.ac.id](mailto:saintek@uinsu.ac.id)

---

**PENGESAHAN SKRIPSI**

Nomor: / / / /

Judul : Antrian M/G/1 dengan *Single Working Vacation* dan *Vacation Interruption* Terhadap Nilai Harapan Banyaknya Pelanggan Pada Bank Muamalat Kantor Cabang Pembantu Sukaramai.

Nama : Rahmi Susilowati

NIM : 0703163046

Program Studi : Matematika

Fakultas : Sains dan Teknologi

Telah dipertahankan di hadapan Dewan Penguji Skripsi Program Studi Matematika Fakultas Sains dan Teknologi UIN Sumatera Utara Medan dan dinyatakan LULUS.

Pada hari/tanggal : Kamis, 21 Januari 2021

Tempat : Ruang Sidang Fakultas Sains dan Teknologi

Tim Ujian Munaqasyah,  
Ketua,

Dr. Riri Syafitri Lubis, S.Pd, M.Si

NIDN. 2013078401

Dewan Penguji,

Penguji I,

Penguji II,

Dr. Riri Syafitri Lubis, S.Pd., M.Si

NIDN. 20130778401

RinaWidyasari, S.Si., M.Si.

NIDN. 0118078801

Penguji III,

Penguji IV,

Ismail Husein, S.Pd.I., M.Si

NIDN. 2022049101

Rima Aprilia, S.Si., M.Si

NIDN. 0130048801

Mengesahkan,

Dekan Fakultas Sains dan Teknologi  
UIN Sumatera Utara Medan,

Dr. Mhd. Syahnan, MA  
NIP. 196609051991031002

## ABSTRAK

Antrian terjadi dikarenakan jumlah pelanggan yang datang melebihi kapasitas pelayanan, sehingga pelanggan harus mengantri agar dapat dilayani. *Working vacation* merupakan server melayani dengan kecepatan yang lebih rendah. Server dapat kembali pada periode sibuk dengan peluang  $p$  (*vacation interruption*) atau melanjutkan *vacation* dengan peluang  $1 - p$ , dengan metode *single working vacation and vacation interruption* tujuan dari penelitian ini yaitu memperoleh pengaruh laju pelayanan serta nilai harapan banyaknya pelanggan dalam sistem setelah keberangkatan satu pelanggan dan meminimumkan biaya operasi pada saat periode *vacation* (jeda). Penelitian antrian M/G/1 dengan *Single Working Vacation and Vacation Interruption* diperoleh bahwa rata-rata laju kedatangan ( $\lambda$ ) adalah 0,069 serta rata-rata laju pelayanan ( $\mu_b$ ) adalah 1,5 dengan rata-rata waktu *vacation* ( $\theta$ ) adalah 0,41 dan rata-rata nilai harapan banyaknya pelanggan dalam sistem ( $E(L)$ ) adalah 0,19 dan untuk biaya operasi juga dapat diminumkan menjadi -16,38. Artinya sistem antriannya belum efisien, dikarenakan tingkat kesibukan server yang rendah dan nilai harapan banyaknya pelanggan dalam sistem adalah 0 atau tidak ada pelanggan yang menunggu dalam sistem.

Kata kunci: Antrian, *Working vacation*, Nilai harapan.

## ABSTRACT

Queuing occurs because the number of customers who arrive exceeds the service capacity, so customers have to queue to be served. A working vacation is a server serving at a slower speed. The server can return to a busy period with a  $p$  (vacation interruption) opportunity or continue a vacation with a  $1 - p$  opportunity, with the single working vacation and vacation interruption method. The objective of this study is to obtain the effect of service rate and the expected value of the number of customers in the system after the departure of one customer and minimize operating costs during the vacation period (pause). The  $M / G / 1$  queue study with Single Working Vacation and Vacation Interruption found that the average arrival rate ( $\lambda$ ) was 0.069 and the average service rate ( $\mu_b$ ) was 1.5 with the average vacation time ( $\theta$ ) was 0, 41 and the average value of the expected number of customers in the system ( $E(L)$ ) is 0,19 and for operating costs it can also be drunk to -16,38. This means that the queuing system is not efficient, due to the low level of server activity and the expected value of the number of customers in the system is 0 or there are no customers waiting in the system.

Keywords: Queue, Working vacation, Expectation value.

## KATA PENGANTAR

*Assalamu'alaikum Wr. Wb*

Syukur Alhamdulillah atas rahmat Allah SWT yang telah memberikan hidayah-Nya, sehingga penulis dapat menyelesaikan skripsi yang berjudul **“Antrian M/G/1 dengan *Single Working Vacation* dan *Vacation Interruption* Terhadap Nilai Harapan Banyaknya Pelanggan Pada Bank Muamalat Kantor Cabang Pembantu Sukaramai”**. Shalawat dan salam senantiasa tercurah kepada Nabi Muhammad Shalallahu'Alaihi Wassalam yang diutus sebagai rahmat untuk sekalian alam serta keluarga dan sahabat beliau serta orang-orang yang berpegang teguh dengan petunjuk beliau hingga hari akhir.

Skripsi ini disusun guna melengkapi persyaratan untuk dapat menyelesaikan pendidikan Strata Satu (S1) Fakultas Sains Dan Teknologi Jurusan Matematika Universitas Islam Negeri Sumatera Utara Medan. Penulis menyadari dalam penyusunan skripsi ini tidak akan selesai tanpa bantuan dari berbagai pihak, untuk itu penulis ingin mengucapkan terimakasih yang sebesar-besarnya kepada:

1. Kepada yang tercinta Ayahanda Alm. Riadi, S.Pd dan Ibunda Ruwiyah yang telah membesarkan, mendidik, membimbing, melindungi, memberikan semangat yang tinggi, dan selalu memberikan dukungan kepada penulis, motivasi untuk terus berkarya dan kakak saya yang selalu menjadi penyemangat.
2. Bapak **Prof. Dr. Syahrin Harahap, M.A.**, selaku Rektor Universitas Islam Negeri Sumatera Utara Medan
3. Bapak **Dr. Mhd. Syahnan, M.A.**, selaku Dekan Fakultas Sains dan Teknologi Universitas Islam Negeri Sumatera Utara Medan.
4. Ibu **Dr. Riri Syafitri Lubis, S.Pd, M.Si.**, selaku Ketua Jurusan Matematika Fakultas Sains dan Teknologi Universitas Islam Negeri Sumatera Utara, sekaligus Dosen Pembimbing yang telah bersedia meluangkan waktu, tenaga dan pikiran guna memberikan banyak arahan dan bimbingan kepada penulis dalam menyelesaikan skripsi ini.

5. Ibu **Rima Aprilia, M.Si.**, selaku Sekretaris Jurusan Matematika Fakultas Sains dan Teknologi Universitas Islam Sumatera Utara.
6. Bapak **Hendra Cipta, M.Si.**, selaku penasehat Akademik yang telah membantu mengarahkan dan membimbing penulis selama menjalankan perkuliahan di Fakultas Sains dan Teknologi Universitas Islam Negeri Sumatera Utara .
7. Ibu **Rina Widayari, M.Si.**, selaku Dosen Pembimbing yang telah bersedia meluangkan waktu, tenaga dan pikiran guna memberikan banyak arahan dan bimbingan kepada penulis dalam menyelesaikan skripsi ini.
8. Bapak/Ibu Dosen dan para staff pengajar di Universitas Islam Negeri Sumatera Utara Medan yang telah memberikan pendidikan dan pengetahuan kepada penulis.
9. Seluruh teman-teman Jurusan Matematika Stambuk 2016 yang telah membantu dan mendukung penulis dalam menyelesaikan skripsi ini.

Kepada semua pihak yang membantu penyusunan skripsi ini, penulis mengucapkan terima kasih dan hanya Allah SWT yang dapat memberikan balasan yang setimpal atas jasa dan bantuan yang telah diberikan kepada penulis. Penulis menyadari skripsi ini tidak luput dari kesalahan, dari itu penulis mengharapkan kritik dan saran demi kesempurnaannya sehingga skripsi ini dapat bermanfaat bagi semua pihak yang membaca dan memperluas cakrawala pemikiran dimasa yang akan datang. Akhir kata penulis mengucapkan terima kasih.

*Wassalamu'alaikum Wr. Wb*

Medan, Juni 2020

Penulis,

**Rahmi Susilowati**

**NIM.0703163046**

## DAFTAR ISI

<b>KATA PENGANTAR .....</b>	<b>i</b>
<b>DAFTAR ISI.....</b>	<b>iii</b>
<b>BAB 1 PENDAHULUAN.....</b>	<b>1</b>
1.1. Latar Belakang Masalah ...	1
1.2. Rumusan Masalah .....	6
1.3. Tujuan Penelitian .....	6
1.4. Manfaat Penelitian.....	6
<b>BAB II TINJAUAN TEORI .</b>	<b>7</b>
2.1. Bank.....	7
2.2. Perkembangan Bank Syariah di Indonesia .....	7
2.3. Peranan Bank.....	8
2.4. Teori Antrian .....	8
2.4.1. Karakteristik Sistem Antrian.....	9
2.4.2. Proses Antrian .....	9
2.4.3. Pola Kedatangan dalam Sistem.....	9
2.4.4. Karakteristik Pelayanan. ....	10
2.4.5. Distribusi waktu pelayanan.....	10
2.4.6. Kapasitas Antrian. ....	11
2.4.7. Disiplin Antrian .....	11
2.4.8. Model Sistem Antrian.....	11
2.4.8.1. Notasi Kendall .....	12
2.4.9. Sistem Antrian <i>Steady State</i> dan <i>Trasient</i> .....	12
2.5. Kebijakan <i>Vacation</i> .....	12
2.5.1. <i>Multiple Vacation</i> ...	13
2.5.2. <i>Single Vacation</i> .....	13
2.5.3. <i>N-policy Vacation</i> .....	13
2.5.4. <i>Gated Service</i> .....	13
2.5.5. <i>Limited Service</i> .....	13
2.5.6. <i>Decrementing Service</i> ..	14

2.5.7. <i>Bernoulli Schedule</i> .....	14
2.5.8. <i>Repairable Queue</i> .....	14
2.6. Kebijakan <i>Single Working Vacation</i> .....	15
2.7. Kebijakan <i>Vacation Interruption</i> .....	15
2.8. Nilai Harapan .....	15
2.9. Proses Poisson .....	16
2.10. Analisis Rantai Markov ..	17
2.11. Formulasi dan Rantai Markov .....	17
2.12. Antrian M/G/1 dengan <i>Single Working Vacation</i> dan <i>Vacation Interruption</i> .....	19
2.13. Meminimumkan biaya operasi .....	19
2.14. Penelitian Terdahulu.....	20
<b>BAB III METODOLOGI PENELITIAN.....</b>	<b>22</b>
3.1. Tempat dan Waktu .....	22
3.2. Jenis dan Sumber Data .....	22
3.3. Variabel Penelitian .....	22
3.4. Prosedur Penelitian.....	22
3.5. Analisis Data .....	23
<b>BAB IV HASIL DAN PEMBAHASAN.....</b>	<b>25</b>
4.1. Nilai harapan banyaknya pelanggan dalam sistem.....	26
4.1.1. Nilai harapan banyaknya pelanggan pada hari senin tanggal 12 oktober 2020 .....	33
4.1.2. Nilai harapan banyaknya pelanggan pada hari selasa tanggal 13 oktober 2020 .....	36
4.1.3. Nilai harapan banyaknya pelanggan pada hari rabu tanggal 14 oktober 2020 .....	40
4.2. Laju pelayanan dalam sistem .....	47
4.3. Meminimumkan biaya operasi .....	47

<b>BAB V KESIMPULAN DAN SARAN .....</b>	<b>52</b>
5.1. KESIMPULAN .....	52
5.2. SARAN .....	52
<b>DAFTAR PUSTAKA</b>	

## DAFTAR TABEL

Tabel 4.1.1.1. Data antrian transaksi di teller pada hari senin .....	26
Tabel 4.1.1.2. Data waktu <i>vacation</i> pada hari senin .....	28
Tabel 4.1.2.1. Data antrian transaksi di teller pada hari selasa .....	33
Tabel 4.1.2.2 Data waktu <i>vacation</i> pada hari selasa .....	35
Tabel 4.1.3.1. Data antrian transaksi di teller pada hari rabu.....	40
Tabel 4.1.3.2 Data waktu <i>vacation</i> pada hari rabu.....	42

## DAFTAR LAMPIRAN

- Lampiran 1. Uji Kesesuaian Distribusi Kedatangan Pelanggan, Menggunakan *One – Sample Kolmogorov Smirnov Test*.
- Lampiran 2. Uji Kesesuaian Distribusi Waktu Pelayanan Pelanggan menggunakan *One – Sample Kolmogorov Smirnov Test*.
- Lampiran 3. Uji Kesesuaian Distribusi Waktu *Vacation* menggunakan *One – Sample Kolmogorov Smirnov Test*.
- Lampiran 4. Surat izin riset
- Lampiran 5. Surat balasan izin riset dari Bank Muamalat KCP Sukaramai Medan

# BAB I

## PENDAHULUAN

### 1.1. Latar Belakang Masalah

Antrian sering kita jumpai di sekitar kita, seperti pada saat seseorang akan mengantri untuk membeli atau membayar sesuatu, namun masih banyak antrian yang terjadi di lingkungan masyarakat selain di bank, seperti antrian untuk membeli tiket kereta api, membeli tiket di wahana rekreasi taman bermain, antrian barang dalam kantor pos dan masih banyak lagi antrian yang terjadi dalam kehidupan sehari-hari (Andika *et al.*, 2018).

Antrian yang dalam bahasa Inggris disebut dengan *queueing* atau *waiting line* sering terjadi dalam kehidupan sehari-hari. Umumnya, semua orang pernah menunggu dalam suatu garis tunggu pada sebuah fasilitas pelayanan sebelum mendapatkan layanan yang dibutuhkan. Antrian terjadi karena jumlah pelanggan yang datang melebihi jumlah fasilitas pelayanan yang disediakan, sehingga pelanggan yang datang tidak bisa segera dilayani karena kesibukan pelayan (Nia *et al.*, 2016).

Model antrian dengan server *vacation* (jeda) sudah banyak dipelajari dan berhasil diterapkan dalam sistem produksi, sistem layanan, dan sistem komunikasi (Tao Li *et al.*, 2016). *Working vacation* merupakan server yang menyediakan pelayanan dengan kecepatan yang lebih rendah saat terjadi *vacation* (jeda) supaya tidak menghentikan pelayanan sepenuhnya. Salah satu ilmu yang dapat digunakan untuk memecahkan masalah antrian adalah matematika. Suatu antrian adalah suatu garis tunggu dari pelanggan yang memerlukan pelayanan dari satu atau lebih pelayanan (fasilitas pelayanan). Studi matematika dari kejadian atau gejala garis tunggu disebut teori antrian. Kejadian garis tunggu disebabkan oleh kebutuhan pelayanan yang melebihi kapasitas pelayanan atau fasilitas pelayanan, sehingga pelanggan yang datang tidak bisa langsung mendapatkan pelayanan.

Antrian yang sangat panjang dan terlalu lama tentu saja merugikan pihak yang membutuhkan pelayanan, karena banyaknya waktu terbuang selama menunggu. Di samping itu pihak pemberi pelayanan secara tidak langsung juga mengalami kerugian, karena akan mengurangi efisiensi kerja, keuntungan yang sedikit, dan bahkan akan menimbulkan citra kurang baik pada pelanggannya.

Teori antrian diharapkan dapat menjadikan keuntungan dalam meminimumkan biaya operasi atau memaksimumkan keuntungan bisnis. Walaupun biaya operasi kecil, tidak dapat dikatakan tidak mengambil *vacation interruption*, karena laju pelayanan optimal selama *working vacation*nya sangat besar. Sehingga perlu pertimbangan peubah lainnya. Proses antrian merupakan suatu proses yang berhubungan dengan kedatangan pelanggan pada suatu fasilitas pelayanan, menunggu dalam baris antrian jika belum dapat dilayani, dilayani dan akhirnya meninggalkan fasilitas tersebut sesudah dilayani.

Dalam proses antrian sering sekali terjadi gangguan pelayanan, misalnya gangguan karena kerusakan salah satu server, penjadwalan atau karena salah satu server yang meninggalkan sistem sementara. Gangguan pelayanan karena kerusakan berkala dalam sistem adalah kejadian umum yang membawa dampak pada efisiensi sistem, panjang antrian dan waktu tunggu pelanggan dalam sistem. Hal ini yang menjadi kendala dalam sistem antrian dan akan mengakibatkan antrian yang panjang. Pemakaian waktu seminim mungkin merupakan hal yang penting untuk diperhatikan oleh setiap penyedia jasa layanan. Semua pelanggan sangat menghargai waktu karena merupakan sesuatu yang penting dalam kehidupan, sehingga selalu menginginkan sistem optimal yang dapat memberikan pelayanan yang baik (Nurfitria *et al.*, 2017).

Persoalan antrian merupakan hal yang mendasari dari antrian untuk bisa mendapatkan pelayanan. Persoalan antrian ini disebabkan oleh banyaknya yang datang atau pelanggan yang ingin dilayani sedangkan jumlah pelayan terbatas. Contoh permasalahan antrian bisa ditemukan pada antrian *teller* bank, antrian pengisian bahan bakar minyak, antrian kantor pos, antrian tiket kendaraan umum, antrian pasar swalayan, antrian administrasi sekolah atau perguruan tinggi,

antrian pasien rumah sakit, dan lain sebagainya. Rata-rata lamanya waktu untuk menunggu sangat bergantung pada rata-rata tingkat kecepatan layanan. Menunggu dapat terjadi karena kebutuhan akan layanan yang melebihi kapasitas pelayanan yang ada, sehingga mengakibatkan konsumen yang datang tidak segera terlayani (Maxsi Ary, 2019).

Salah satu tempat yang tidak terlepas dari masalah antrian adalah bank. Saat ini bank merupakan salah satu pelaku terpenting dalam perekonomian sebuah negara. Masyarakat umum maupun kalangan industri sangat membutuhkan jasa bank untuk memperlancar aktivitasnya. Untuk meningkatkan jumlah nasabah selain melakukan promosi dengan menciptakan produk baru yang lebih menarik, pihak bank juga harus melakukan pelayanan yang cepat dan mudah supaya transaksi berjalan dengan baik. Bank harus bisa memikirkan bagaimana memberikan pelayanan yang efisien agar dapat memuaskan nasabahnya.

Untuk memberikan kepuasan pelanggan, sebuah sistem harus berusaha memberikan pelayanan terbaik. Pelayanan terbaik yang dimaksudkan adalah dengan memberikan pelayanan yang cepat sehingga pelanggan tidak menunggu terlalu lama dan banyaknya pelanggan yang mengantri dalam sistem juga semakin berkurang. Dalam mengurangi waktu tunggu, maka perlu dilakukan penambahan fasilitas pelayanan untuk menghindari terjadinya antrian yang terus memanjang.

Memenuhi kepuasan nasabah terhadap pelayanan ini tidak lepas dari peran *teller* bank yang berinteraksi langsung dengan nasabah saat melakukan transaksi. *Teller* bertanggung jawab dalam memberikan layanan perbankan kepada nasabah berupa transaksi tunai maupun non tunai. Peranan *teller* sangat penting terhadap reputasi bank, karena sebagian besar nasabah mengunjungi *teller* untuk melakukan transaksi. Salah satu bagian yang paling penting adalah pelayanan waktu di *teller*, nasabah yang antri lama akan mengeluh dan menganggap kualitas layanan Bank tersebut tidak bagus (Yasinta Mayangsari dan Estik Hari Prastiwi, 2016).

Saat jumlah nasabah yang datang melebihi jumlah *teller* yang tersedia maka nasabah harus menunggu dalam antrian sebelum dapat dilayani. Lamanya waktu menunggu dalam antrian dapat mempengaruhi kepuasan nasabah terhadap pelayanan bank tersebut.

Salah satu bank yang akan menjadi objek penelitian ini adalah bank muamalat. Bank Muamalat Kantor Cabang Pembantu Sukaramai Medan merupakan bank yang tidak terlepas dari masalah antrian. Nasabah menginginkan pelayanan yang cepat dan tidak harus menunggu lama dalam antrian sebelum melakukan transaksi. Panjangnya antrian dan lamanya waktu tunggu menyebabkan nasabah menjadi bosan dan menganggap waktu mereka terbuang percuma saat mengantri, sementara di luar sana mungkin mereka bisa melakukan sesuatu yang lebih bermanfaat dari pada hanya sekedar menunggu antrian. Nasabah mungkin akan membatalkan transaksi di bank tersebut dan memilih melakukan transaksi di bank lain yang memberikan pelayanan lebih memuaskan. Oleh karena itu, penentuan model antrian sangat penting dalam rangka meningkatkan kualitas pelayanan bagi nasabah sehingga dapat meningkatkan kepuasan nasabah terhadap bank tersebut (Nia *et al.*, 2016).

Penelitian ini menggunakan metode sistem antrian M/G/1/SWV-BI dengan M berarti kedatangan pelanggan ke sistem mengikuti proses Poisson, G berarti *general*, yakni waktu pelayanan server memiliki sebaran tertentu dan bersifat umum, 1 artinya jumlah server sebanyak 1 dengan *single working vacation* dan *vacation interruption* yang menyebar Bernoulli, yaitu server memulai *vacation* (jeda) pada saat periode kosong dan waktu *vacation* mengikuti distribusi eksponensial dengan parameter  $\theta$ . Pada periode *working vacation*, jika pelanggan datang akan dilayani dengan kecepatan yang lebih rendah, jika terdapat pelanggan dalam antrian selama periode ini, maka pada periode *vacation*, server bisa menghentikan atau melanjutkan *vacation* dengan kebijakan jika ada pelanggan dalam antrian, itu berarti *vacation interruption* telah terjadi sehingga server dapat kembali pada masa kerja normal dan periode sibuk dengan peluang

$p$  (*vacation interruption*) atau melanjutkan *vacation* dengan peluang  $1 - p$  (Shan Gao dan Zaiming Liu, 2013).

Pelanggan yang ada di sistem akan dilayani oleh server secara kontinu selama periode sibuk. Server akan mengambil *working vacation* untuk panjang waktu tertentu jika sudah tidak ada pelanggan dalam sistem. Kemudian ketika *vacation*nya berakhir server akan kembali ke periode sibuk. Jika sudah ada yang mengantri maka server akan melayani kembali tetapi jika belum ada yang mengantri server akan *idle* (menunggu) sampai ada pelanggan yang datang dan melayaninya dengan kecepatan sibuk.

Sistem antrian dengan *vacation* (jeda) telah dipelajari secara luas, studi komprehensif cukup baik menggunakan model *vacation* (jeda), termasuk beberapa aplikasi seperti sistem produksi / persediaan, sistem komunikasi, dan sistem komputer. *Working vacation* biasanya dibagi menjadi dua kebijakan: *working vacation* berganda (MWV) dan *working vacation* tunggal (SWV). Kebijakan MWV beroperasi sebagai berikut. Server utama dimulai *vacation* jika sistem menjadi kosong. Selama *vacation* (jeda), para server pengganti menyediakan layanan tingkat rendah kepada pelanggan. Jika server utama kembali dari *vacation* (jeda) tanpa ada pelanggan yang menunggu, maka terjadi *vacation* lagi. Jika tidak, *vacation* akan berakhir dan mengubah tingkat layanan ke tarif reguler (Doo Ho Lee dan Bo Keun Kim, 2016).

Server *interruption vacation* harusnya kembali ke masa kerja normal, jika ada setidaknya  $N$  pelanggan yang menunggu dalam sistem pada saat penyelesaian layanan selama masa *working vacation*. Jika tidak, server melanjutkan *vacation* hingga sistem kosong setelah *vacation* berakhir atau setidaknya ada  $N$  pelanggan setelah layanan berakhir.

Pada karya ilmiah ini dikaji sistem antrian M/G/1 dengan *working vacation* dan *vacation interruption* yang menyebar Bernoulli, yaitu dimana pada periode *working vacation*, pelanggan dilayani dengan kecepatan yang lebih rendah, jika terdapat pelanggan dalam antrian selama periode ini, maka pada periode *vacation*, server bisa menghentikan atau melanjutkan *vacation* dengan kebijakan

jika ada pelanggan dalam antrian, server dapat kembali pada periode sibuk dengan peluang  $p$  (*vacation interruption*) atau melanjutkan *vacation* dengan peluang  $1 - p$ . Informasi yang ingin diperoleh adalah kinerja server sehingga dapat dilakukan peningkatan dalam hal-hal yang dianggap perlu serta mampu meminimumkan biaya operasi dan konsumsi energi.

### **1.2. Rumusan Masalah**

Berdasarkan latar belakang masalah tersebut, penelitian ini dirumuskan sebagai berikut :

Dapat mengetahui pengaruh laju pelayanan serta nilai harapan banyaknya pelanggan dalam sistem setelah keberangkatan satu pelanggan dan dapatkah meminimumkan biaya operasi pada saat periode *vacation* (jeda)?

### **1.3. Tujuan Penelitian**

Tujuan penelitian ini ialah menjelaskan sistem antrean *M/G/1* dengan *Single Working Vacation* dan *Vacation Interruption* yang menyebar Bernoulli dengan disiplin keputusan antrian FIFO. Informasi yang ingin diperoleh ialah

1. Memperoleh nilai harapan banyaknya pelanggan dalam sistem setelah keberangkatan satu pelanggan.
2. Memperoleh pengaruh laju pelayanan ketika periode *vacation* (jeda) terhadap nilai harapan banyaknya pelanggan dalam sistem.
3. Memperoleh laju pelayanan ketika periode *vacation* (jeda) yang meminimumkan biaya operasi.

### **1.4. Manfaat Penelitian**

Penulisan tugas akhir ini diharapkan dapat memberikan manfaat sebagai berikut:

1. Bagi pembaca dapat memberikan gambaran mengenai antrian *M/G/1* dengan *Single Working Vacation* dan *Vacation interruption*
2. Bagi instansi dapat dijadikan pertimbangan sebagai dasar pengambilan dalam pengoptimalan server.

## **BAB II**

### **TINJAUAN TEORI**

#### **2.1. Bank**

Menurut UU no. 7 tahun 1992, Bank adalah Badan usaha yang kegiatannya menghimpun dana dari masyarakat dalam bentuk simpanan dan menyalurkan kepada masyarakat dalam bentuk kredit guna meningkatkan taraf hidup masyarakat.

Prof. G. M. Verryn Stuart dalam bukunya “Bank Politik” mengatakan “bank adalah suatu badan yang bertujuan untuk memuaskan kebutuhan kredit, baik dengan alat-alat pembayarannya sendiri atau dengan uang yang diperolehnya dari orang lain, maupun dengan jalan mengedarkan alat-alat penukar baru berupa uang giral”.

Defenisi lain mengatakan “bank adalah suatu badan yang tugas utamanya sebagai peranan untuk menyalurkan penawaran dan permintaan kredit pada waktu yang ditentukan” (Suyatno, 1999:1).

#### **2.2. Perkembangan Bank Syariah di Indonesia**

##### **2.2.1. PT Bank Muamalat Indonesia (BMI)**

Bank Muamalat Indonesia lahir sebagai hasil kerja Tim Perbankan MUI tersebut. Pada awal pendirian Bank Muamalat Indonesia, keberadaan bank syariah ini belum mendapat perhatian yang optimal dalam tatanan industri perbankan nasional. Landasan hukum operasi bank yang menggunakan sistem syariah ini hanya dikategorikan sebagai “bank dengan sistem bagi hasil”, tidak ada terdapat rincian landasan hukum syariah serta jenis-jenis usaha yang diperbolehkan (Antonio, 2001:25).

Adapun ayat Alquran mengenai sistem bagi hasil terdapat dalam surah An-nisa ayat 29:

يَا أَيُّهَا الَّذِينَ آمَنُوا لَا تَأْكُلُوا أَمْوَالَكُمْ بَيْنَكُمْ بِالْبَاطِلِ إِلَّا أَنْ تَكُونَ تِجَارَةً عَنْ تَرَاضٍ مِنْكُمْ وَلَا تَقْتُلُوا أَنْفُسَكُمْ إِنَّ اللَّهَ  
كَانَ بِكُمْ رَحِيمًا (٢٩)

*Artinya : Hai orang-orang yang beriman, janganlah kamu saling memakan harta sesamamu dengan jalan yang bathil, kecuali dengan jalan perniagaan yang Berlaku dengan suka sama-suka di antara kamu. dan janganlah kamu membunuh dirimu, Sesungguhnya Allah adalah Maha Penyayang kepadamu.(Q.S An - Nisa : 29)*

Ayat tersebut menjelaskan, “Janganlah kalian menjalankan usaha yang menyebabkan perbuatan yang diharamkan, tetapi berniagaalah menurut peraturan yang diakui oleh syariat, yaitu perniagaan yang dilakukan suka sama suka diantara pihak pembeli dan pihak penjual dan carilah keuntungan yang diakui secara syariat”.

Ibnu Umar *radhiyallahu ‘anhu* beliau berkata bahwa Rasulullah *shallallahu ‘alaihi wasallam* bersabda,

لَا يُقِيمُ الرَّجُلُ الرَّجُلَ مِنْ مَجْلِسِهِ ثُمَّ يَجْلِسُ فِيهِ وَلَكِنْ تَفَسَّحُوا وَتَوَسَّعُوا

Artinya : “Janganlah seseorang mengusir orang lain dari tempat duduknya, kemudian ia duduk di tempat tersebut, namun hendaklah kalian melonggarkan dan meluaskan majelis kalian” (Muttafaqun ‘alaih).

Hadis tersebut menjelaskan untuk mematuhi aturan yang berlaku dan tertiblah saat menunggu antrian. Saat mengantri, maka yang didahulukan adalah yang datang terlebih dahulu. Ketika mengantri, sebaiknya kita menyadari bahwa kita memiliki hak nomor antrian kita. Demikian pula para pengantri di depan kita, mereka memiliki hak yang tertera dalam nomor antrian mereka. Jika ini kita sadari, maka tidak selayaknya bagi seorang untuk merampas hak orang lain. Kita diperintahkan oleh Allah SWT untuk selalu berbuat adil kepada sesama makhluk hidup.

### **2.3. Peranan Bank**

Peranan bank dalam hubungan luar negeri adalah jembatan dengan dunia internasional dalam lalu lintas devisa, moneter, dan perdagangan, serta membantu terjadinya perdagangan ekspor-impor, pariwisata, dan transfer uang. Sedangkan di dalam negeri, bank berfungsi memenuhi kebutuhan ekonomi dalam bentuk penyediaan dan pengelolaan uang, yang antara lain meliputi administrasi,

keuangan, penggunaan uang, perdagangan, pertukaran dan lain-lain (Fuad *et al.*, 2000:72)

## **2.4. Teori Antrian**

Antrian pada dasarnya adalah pertibaan pelanggan di satu atau lebih fasilitas pelayanan. Setibanya di fasilitas itu pelanggan dapat segera dilayani atau mungkin harus menunggu sampai fasilitas tersedia. Teori antrian merupakan sebuah alat analisis yang menyediakan informasi efektif tentang masalah antrian. Teori antrian diperkenalkan oleh A. K Erlang, seorang ahli matematika asal Denmark pada tahun 1913 dalam bukunya *Solution of Some Problem in the Theory of probability of Significance in Automatic Telephon Exchange*. Teori ini didukung oleh asumsi distribusi pertibaan, distribusi waktu pelayanan, disiplin antrian, sistem antrian *steady states* dan *transient*, serta tingkat pertibaan layanan (Rangkuti, 2013:290)

Antri atau menunggu untuk mendapatkan pelayanan adalah suatu masalah klasik yang dihadapi dalam kehidupan masyarakat maupun dalam suatu kegiatan produksi. Setiap hari kita menemui masalah antrian atau menunggu, baik itu terjadi saat mengambil uang di bank, melakukan pembayaran di kasir, membeli tiket bus atau kereta api, dan lain-lain. Semua itu merupakan masalah antrian yang dapat menimbulkan biaya tambahan karena waktu yang terbuang dan tambahan tenaga kerja atau fasilitas untuk memperlancar suatu proses (Herjanto, 2009:99)

### **2.4.1. Karakteristik Sistem Antrian**

Sistem antrian bisa digambarkan sebagai suatu keadaan dimana terdapat input (dapat berupa manusia, benda, pekerjaan, dan sebagainya) yang akan dilayani atau diproses, masuk ke dalam daerah tunggu dan mengantri untuk mendapatkan pelayanan, dan akhirnya keluar dari sistem.

### **2.4.2. Proses Antrian**

Proses antrian (*queueing process*) adalah suatu proses yang berhubungan dengan pertibaan seorang pelanggan pada suatu fasilitas

pelayanan, kemudian menunggu dalam suatu baris (antrian) dan jika semua pelayannya sibuk, akhirnya meninggalkan fasilitas tersebut.

#### 2.4.3. Pola kedatangan dalam sistem

Pola kedatangan pada suatu fasilitas pelayanan dapat teratur maupun tidak teratur (acak). Pola kedatangan disebut acak jika tidak tergantung satu sama lain, misalnya orang yang masuk ke kantor pos untuk suatu urusan, atau pelanggan yang memasuki suatu restaurant (Herjanto, 2009:103).

Dalam masalah antrian, jumlah kedatangan per unit waktu dapat diestimasi dengan suatu distribusi probabilitas yang disebut Distribusi Poisson. Untuk setiap tingkat rata-rata kedatangan, suatu distribusi Poisson dapat dibuat dengan rumus:

$$P(X) = \frac{e^{-\lambda} \lambda^x}{X!} \quad (2.1)$$

dimana

$P(X)$  = probabilitas X kedatangan

$X$  = jumlah kedatangan per unit waktu

$\lambda$  = rata-rata tingkat kedatangan

$E$  = 2,7183

#### 2.4.4. Karakteristik pelayanan

Pada umumnya dalam suatu antrian berlaku sistem *first-in-first-out* (FIFO), pelanggan yang terlebih dahulu mengantri akan mendapatkan layanan terlebih dahulu. Namun bisa saja hal ini tidak berlaku, misalnya dalam rumah sakit, pasien yang berada dalam situasi darurat akan mendapatkan pertolongan terlebih dahulu. Sistem layanan biasa dikelompokkan dalam jumlah jalur (*channel*), atau jumlah pemberi layanan (server), dan jumlah tahapan (*phase*, jumlah pelanggan berhenti untuk menerima suatu layanan) yang harus dilakukan.

#### 2.4.5. Distribusi waktu pelayanan

Pola pelayanan sama seperti pola kedatangan, bisa konstan ataupun acak. Jika polanya konstan, berarti waktu yang digunakan untuk melayani setiap pelanggan relatif sama. Tetapi dalam banyak hal, waktu pelayanan terdistribusi secara acak, khususnya jika pelayanan dilakukan oleh manusia. Oleh karena itu, waktu layanan sering diasumsikan berbentuk distribusi probabilitas eksponensial negatif. Ini merupakan pendekatan matematika yang baik, terutama jika rata-rata tingkat kedatangan diasumsikan berdistribusi poisson. Jika rata-rata waktu pelayanan yang diharapkan,  $1/\mu$ , mengikuti distribusi eksponensial negatif, maka rata-rata tingkat pelayanan,  $\mu$ , mengikuti distribusi eksponensial (Herjanto, 2009:107).

Laju pelayanan yaitu banyaknya pelanggan yang dilayani tiap satuan waktu yang pelayanannya berdistribusi Eksponensial. Jika fungsi nilai harapan  $E(L)$  menurun ketika  $\mu_v$  meningkat untuk berbagai nilai  $\theta$  dan  $p$ . Artinya, semakin besar laju pelayanan pelanggan ketika *working vacation* maka semakin sedikit pelanggan yang berada didalam sistem. Ketika nilai  $\mu_v$  sama dengan  $\mu_b$ , fungsi  $E(L)$  memiliki nilai yang sama untuk berbagai nilai  $\theta$  dan  $p$ . Artinya, tidak peduli berapa lama waktu *vacation* (jeda) dan seberapa besar kemungkinan *vacation interruption* akan terjadi, peluang bahwa pelanggan dilayani pada tingkat layanan sibuk akan semakin besar. Sehingga dapat dikatakan tidak ada pengaruh  $\theta$  dan  $p$  terhadap  $E(L)$  ketika  $\mu_v = \mu_b$ , tapi secara umum  $E(L)$  menurun dengan peningkatan  $\theta$  dan  $p$  ketika  $\mu_v \neq \mu_b$ .

#### 2.4.6. Kapasitas Antrian

Kapasitas sistem antrian adalah jumlah maksimum pelanggan, mencakup yang sedang dilayani dan yang berada dalam antrian, yang dapat ditampung oleh fasilitas pelayanan pada saat yang sama. Sebuah sistem antrian yang tidak membatasi jumlah pelanggan di dalam fasilitas pelayanannya dikatakan memiliki kapasitas tak terhingga, sedangkan suatu sistem yang membatasi jumlah pelanggan yang ada didalam fasilitas pelayanannya dikatakan memiliki kapasitas yang terbatas.

#### 2.4.7. Disiplin Antrian

Disiplin antrian menunjukkan pedoman keputusan yang digunakan untuk menseleksi individu-individu yang memasuki ke antrian untuk dilayani terlebih dahulu (prioritas). Disiplin antrian yang paling umum adalah pedoman *first come first served* (FCFS), artinya yang pertama kali datang pertama kali dilayani. Beberapa disiplin antrian lainnya ialah *shortest operating (service) time* (SOT), *last come first served* (LCFS), *longest operating time* (LOT), dan *service in random order* (SIRO) (Rangkuti, 2013:293).

#### 2.4.8. Model Sistem Antrian

Model antrian yang berbeda-beda akan digunakan suatu notasi yang disebut *Kendall's Notation*. Notasi ini sering dipergunakan karena beberapa alasan. Pertama, karena notasi tersebut merupakan alat yang efisien untuk mengidentifikasi tidak hanya model-model antrian, tetapi juga asumsi-asumsi yang harus dipenuhi. Kedua, hampir semua buku yang membahas teori antrian menggunakan notasi ini. Berikut notasi yang selalu digunakan adalah

##### 2.4.8.1. Notasi Kendall

$$(a/b/c) : (d/e/f)$$

a = distribusi pertibaan

b = distribusi waktu pelayanan

c = jumlah pelayan

d = disiplin pelayanan

e = jumlah pelanggan maksimal (dalam antrian dan sistem)

f = ukuran sumber pemanggil

Notasi baku yang mengganti simbol a dan b untuk distribusi pertibaan dan keberangkatan adalah sebagai berikut:

M : pertibaan atau keberangkatan berdistribusi poisson (distribusi waktu antara pertibaan) atau (waktu pelayanan berdistribusi eksponensial

D : waktu antara pertibaan atau waktu pelayanan yang konstan dan deterministik

Ek : waktu antara pertibaan atau waktun pelayanan berdistribusi Erlang atau Gamma dengan parameter k

GI : distribusi independen umum dari waktu pertibaan (waktu antara pertibaan)

G : distribusi umum dari keberangkatan (waktu pelayanan)

#### 2.4.9. Sistem Antrian *Steady State* dan Transient

*Steady state* diasumsikan bahwa sistem mencapai keadaan keseimbangan. Ini berarti ciri-ciri operasi seperti panjang antrian dan rata-rata waktu menunggu akan memiliki nilai konstan setelah sistem berjalan selama suatu periode waktu. Sistem antrian yang tidak dapat berjalan cukup lama pada kondisi *steady state* dinamakan keadaan transient (Rangkuti, 2013:300).

### 2.5. Kebijakan *Vacation*

Sistem antrian *vacation* dibentuk dengan memperkenalkan kebijakan *vacation* yang sesuai dengan sistem antrian klasik. Kebijakan *vacation* menunjukkan aturan dimulainya *vacation* dan aturan pemberhentian *vacation*. Pada suatu layanan lengkap yaitu server mulai melayani pelanggan, server akan terus-menerus melayani pelanggan sampai sistem menjadi kosong. *Vacation* (jeda) dimulai pada akhir masa sibuk. kebijakan *vacation* (jeda) dengan layanan lengkap adalah sebagai berikut:

#### 2.5.1. *Multiple Vacation* (MV).

Setelah tidak ada pelanggan dalam sistem, server mulai mengambil *vacation* dengan panjang acak V. Server akan mengambil *vacation* (jeda) lain jika tidak ada pelanggan yang menunggu dalam sistem pada saat *vacation* (jeda) selesai dengan cepat. Server mengakhiri periode *vacation* (jeda) dan memulai periode sibuk pada saat ada pelanggan dalam sistem dan menyelesaikan *vacation* (jeda) dengan cepat.

### 2.5.2. *Single Vacation (SV)*.

Setelah sistem menjadi kosong, server mulai mengambil *vacation* dengan panjang acak  $V$ . Jika ada pelanggan dalam sistem pada saat *vacation* maka pelanggan dilayani dengan waktu yang cepat, server mulai melayani pelanggan, dan jika tidak ada pelanggan server tetap dalam keadaan diam.

### 2.5.3. *N-policy Vacation (NV)*

Setelah sistem menjadi kosong, server mulai mengambil *vacation*, periode sibuk baru akan dimulai ketika ada kedatangan  $N$  dalam sistem.

Server juga dapat mengalami *vacation* bahkan ketika sistem tidak kosong. Adapun kebijakan *vacation* layanan yang tidak lengkap adalah sebagai berikut:

### 2.5.4. *Gated service (GS)*.

Ketika server kembali dari liburan dan memulai periode layanan, server hanya melayani pelanggan yang ada pada saat itu, menunda semua layanan pada pelanggan yang tiba selama periode layanan, hingga setelah selesai liburan berikutnya.

### 2.5.5. *Limited Service (LS)*.

Adapun pekerjaan yang dilakukan dalam melayani pelanggan selama periode layanan memiliki batas waktu tertentu. Misalnya, jumlah pelanggan yang dilayani secara terus-menerus tidak lebih besar dari  $M$  (terbatas- $M$ ) atau total lama waktu kerja periode layanan tidak lebih besar dari  $T$  (batas- $T$ ). ketika layanan mencapai batas waktu tertentu, server memulai liburan meskipun ada beberapa pelanggan dalam sistem yang belum terlayani.

### 2.5.6. *Decrementing Service (DS)*.

Server melanjutkan layanan antrian setelah liburan, server tetap melayani pelanggan sampai jumlah pekerjaan (total waktu layanan pelanggan) lebih kecil dari jumlah pekerjaan pada awal periode sibuk, dan kemudian mengambil liburan. Sebagai contoh, server dapat memulai liburan ketika jumlah pelanggan dalam sistem menjadi  $M$  kurang dari jumlah pelanggan ketika periode sibuk dimulai.

### 2.5.7. *Bernoulli Schedule (BS)*.

Server mengambil liburan pada waktu  $V$  dengan peluang  $p$  dan server pelanggan lain, jika ada, pelanggan yang dilayani maka peluangnya  $1-p$ .

### 2.5.8. *Repairable Queue (RQ)*.

Layanan operasi mungkin bisa saja mengalami gangguan, dan terus server pelanggan setelah perbaikan, mengambil waktu perbaikan sebagai liburan server (Quan-Lin, 2019:137-138).

## 2.6. Kebijakan *Single Working Vacation*

Kebijakan *single working vacation*, *working vacation* dimulai ketika tidak ada pelanggan dalam antrian. ketika *vacation* berakhir, jika tidak ada pelanggan dalam antrian maka server tetap dalam keadaan diam dan siap untuk melayani pelanggan yang baru tiba. Server mengambil *single working vacation* pada saat sistem menjadi kosong. Selama masa *vacation*, server tetap bekerja dengan tarif layanan yang berbeda dari pada menghentikan layanan sepenuhnya.

## 2.7. Kebijakan *Vacation Interruption (VI)*

Kebijakan *working vacation*, diasumsikan bahwa server menyediakan layanan dengan tingkat pelayanan yang lebih lambat dalam periode *vacation*, tetapi dalam waktu yang nyata. (Mangey Ram, 2020:281).

## 2.8. Nilai Harapan

Nilai harapan peubah acak diskrit  $X$ , dilambangkan dengan  $E(X)$ , didefinisikan sebagai jumlah hasil kali nilai peubah acak dengan masing-masing peluangnya. Nilai harapan fungsi peluang kontinu  $X$  adalah jumlah hasil kali  $x$  dengan  $f(x)$ , pada semua selang peubah acak yang terdefinisi untuk  $X$ .

Jika  $X$  menyatakan suatu variabel acak diskrit yang dapat mengambil nilai  $x_1, x_2, x_3, \dots, x_n$  yang masing-masing mempunyai probabilitas sebagai berikut  $p(x_1), p(x_2), p(x_3), \dots, p(x_n)$  dimana  $p(x_1) + p(x_2) + p(x_3) + \dots + p(x_n) = 1$ , maka nilai harapan dari  $X$  yang dinyatakan sebagai  $E(X)$  didefinisikan sebagai berikut:

$$X \text{ diskrit } E(X) = \sum_{i=1}^n x_i p(x_i) \quad (2.5)$$

Dengan prinsip yang sama, untuk semua variabel acak kontinu  $X$  yang dapat mengambil setiap nilai  $x$  yang memiliki probabilitas  $f(x)dx$ , nilai harapan dinyatakan sebagai berikut:

$$X \text{ kontinu } E(X) = \int x.f(x)dx \quad (2.6)$$

Nilai harapan panjang antrean stasioner adalah sebagai berikut

$$E(L) = L'(1) = \lim_{z \rightarrow 1} \mathcal{K} \times \frac{\mathcal{D}'(z)\mathcal{N}''(z) - \mathcal{N}'(z)\mathcal{D}''(z)}{(\mathcal{D}'(z))^2} = \frac{\mathcal{N}''(1)}{\mathcal{N}'(1)} - \frac{\mathcal{D}''(1)}{\mathcal{D}'(1)} \quad (2.7)$$

dimana

$E(L)$  : nilai harapan banyaknya pelanggan dalam sistem

$\mathcal{D}$  : waktu antar pertibaan pelanggan dalam sistem,

$\mathcal{N}$  : banyaknya pelanggan dalam sistem antrian

## 2.9. Proses Poisson

Proses poisson adalah proses yang berkaitan erat dengan distribusi eksponensial. Dapat dibuktikan jika antar waktu kerusakan komponen berdistribusi eksponensial maka proses terjadinya kerusakan tersebut akan sesuai dengan proses poisson dengan peluang sebagai berikut:

$$P_n(t) = \frac{\lambda t^n}{n!} e^{-\lambda t} \quad (2.9)$$

Dimana  $P_n(t)$  adalah peluang terdapat  $n$  kerusakan dengan jangka waktu  $t$ , dan  $n = 0, 1, \dots$

Jika proses Bernoulli berhubungan dengan jumlah ulangan terbatas atau waktu terbatas dimulai saat awal, proses poisson tidak meninjau saat awal atau total waktu. Waktu dapat terjadi secara acak pada selang yang sangat panjang. Interval waktu yang singkat dapat dianggap sebagai satu ulangan dengan probabilitas sukses yang sama. Proses poisson berhubungan dengan kejadian yang dapat terjadi pada ruang acak atau waktu acak dalam interval atau periode ulang tertentu.

## 2.10. Analisis Rantai Markov

Analisis rantai markov adalah suatu metode yang mempelajari sifat-sifat suatu variabel pada masa sekarang yang didasarkan pada sifat-sifatnya di masa lalu dalam usaha menaksirkan sifat-sifat variabel tersebut di masa yang akan datang. Model rantai markov dikembangkan oleh seorang ahli Rusia A. A. Markov pada tahun 1896.

Analisis rantai markov merupakan suatu teknik matematika yang biasa digunakan untuk melakukan pemodelan bermacam-macam sistem dan proses bisnis. Model rantai markov ditemukan oleh seorang ahli Rusia yang bernama A. A. Markov pada tahun 1906. Secara matematis persamaan rantai markov dapat ditulis sebagai berikut:

$$K_n = P \times K_{n-1} \quad (2.10)$$

$K_n$  : peluang kejadian ke n

$K_{n-1}$  : peluang kejadian ken-1

$P$  : probabilitas transisional

Proses markov adalah proses stokastik dimana masa lalu tidak mempunyai pengaruh pada masa yang akan datang bila masa sekarang diketahui.

## 2.11. Formulasi dan Rantai Markov

Antrian dengan *single working vacation* dan *vacation interruption* yang berjadwal Bernoulli, dimana pelanggan tiba di sistem sesuai dengan proses poisson  $\lambda$ . Sistem bisa saja menjadi kosong ketika pelayanan selesai dengan cepat, sehingga terjadi *single working vacation* dimana layanan pada tingkat yang rendah.

### 1. Waktu layanan selama periode sibuk

Selama periode sibuk, waktu pelayanan pelanggan memiliki distribusi:

$$G_b(x) = P(S_b \leq x) = 1 - \exp\left\{-\int_0^x \mu_b(u) du\right\} \quad (2.16)$$

dimana

$G_b(x)$ : distribusi waktu pelayanan selama periode sibuk

$P$  : peluang

$S_b$  : waktu pelayanan selama periode sibuk

$\mu_b$  : laju pelayanan pelanggan saat periode sibuk

dan momen ke- $n$   $\beta_b^{(n)} = \int_0^{\infty} x^n dG_b(x), n \geq 2$  dengan mean  $1/\mu_b \in (0, \infty)$

dimana  $\mu_b(x)$  adalah laju pelayanan pelanggan selama periode sibuk.

2. Selama periode *working vacation*, waktu pelayanan pelanggan memiliki distribusi:

$$G_v(x) = P(S_v \leq x) = 1 - \exp \left\{ - \int_0^x \mu_v(u) du \right\} \quad (2.17)$$

dimana

$G_v(x)$  : distribusi waktu pelayanan selama periode *working vacation*

$P$  : peluang

$S_v$  : waktu pelayanan selama periode *working vacation*

$\mu_v$  : laju pelayanan pelanggan saat periode *working vacation*

dan momen ke- $n$   $\beta_v^{(n)} = \int_0^{\infty} x^n dG_v(x), n \geq 2$  dengan mean  $1/\mu_v \in (0, \infty)$

dimana  $\mu_v(x)$  adalah laju pelayanan pelanggan selama *working vacation*.

3. Waktu *vacation*

Waktu *vacation*  $V$  berdistribusi secara eksponensial dengan laju  $\theta$ .

Diasumsikan bahwa keputusan memilih *working vacation* dan *vacation interruption* saling bebas.

## 2.12. Antrian M/G/1 dengan *Single Working* dan *Vacation Interruption*

1. Fungsi pembangkit peluang panjang antrian stasioner  $L$  ketika keberangkatan satu pelanggan

$$L(z) = \frac{\theta(1-\rho)}{\theta(\lambda+\theta) - \lambda[\rho\theta G_v(\theta) - \lambda(1-G_v(\theta))]} \frac{(\lambda+\theta)(z-1)A(z) - \lambda z(A(z) - B(z) - C(z))}{z - A(z)}$$

2. Peluang *state* dari server

$$P(J=0) = \pi_0 = \frac{\theta(\lambda+\theta)(1-\rho)}{\theta(\lambda+\theta) - \lambda[\rho\theta G_v(\theta) - \lambda(1-G_v(\theta))]} \quad (2.18)$$

$$P(J=1) = 1 - P(J=0) = \frac{\theta(\lambda+\theta)\rho - \lambda[\rho\theta G_v(\theta) - \lambda(1-G_v(\theta))]}{\theta(\lambda+\theta) - \lambda[\rho\theta G_v(\theta) - \lambda(1-G_v(\theta))]} \quad (2.19)$$

dimana

$L(z)$  : Fungsi pembangkit peluang panjang antrian

$\lambda$  : tingkat kedatangan pelanggan

$\theta$  : parameter durasi *vacation* yang berdistribusi eksponensial

$\rho$  : utilasi server (tingkat kesibukan sebuah server dalam melakukan pelayanan relative terhadap tingkat kedatangan pelanggan)

$G_v(\theta)$  : distribusi waktu pelayanan selama *vacation*

## 2.13. Meminimumkan Biaya Operasi dan Simulasi

Teori antrian diharapkan dapat menjadikan keuntungan dalam meminimumkan biaya operasi atau memaksimumkan keuntungan bisnis. Diasumsikan bahwa waktu pelayanan pada periode sibuk dan *working vacation* mengikuti distribusi eksponensial dan Erlang. Misalkan adalah biaya satuan waktu setiap pelanggan yang menunggu, dan adalah biaya layanan setiap satuan waktu selama periode *vacation* (jeda) dan periode sibuk. Dapat diformulasikan

$$Z_c = c_w E(L) + c_0 \mu_v P(J=0) + c_1 \mu_b P(J=1) \quad (2.20)$$

dimana

$Z_c$  : meminimumkan biaya operasi

$c_w$  : biaya satuan waktu setiap pelanggan yang menunggu

- $E(L)$  : nilai harapan banyaknya pelanggan dalam sistem
- $c_0$  dan  $c_1$  : biaya layanan satuan waktu selama periode *vacation* dan periode sibuk
- $\mu_b$  : laju pelayanan saat periode sibuk
- $\mu_v$  : laju pelayanan saat periode *working vacation*

Walaupun biaya operasi kecil untuk nilai yang lebih kecil, tidak dapat dikatakan tidak mengambil *vacation interruption* merupakan pilihan terbaik mengambil keputusan, karena laju pelayanan optimal selama *working vacation*nya sangat besar. Sehingga perlu pertimbangan peubah lainnya.

#### 2.14. Penelitian Terdahulu

Beberapa penelitian sebelumnya mengenai teori antrian dengan berbagai metode adalah sebagai berikut:

Pada tahun 2016 Yashinta *et al*, dengan judul “ Sistem Antrian Teller Bank Mandiri Sebagai Upaya Meningkatkan Efisiensi Kecepatan Transaksi” menggunakan metode *Multichannel Single Phase* diperoleh sistem antrian yang kurang optimal, karena server banyak yang menganggur saat sepi dan tingkat kesibukan server yang rendah serta kesibukan server akan meningkat pada jam tertentu.

Pada tahun 2017 Nurfitriani, *et al*, dengan judul “Analisis Antrian Dengan Model Single Channel Single Phase Service Pada Stasiun Pengisian Bahan Bakar Umum (SPBU) I Gusti Ngurahrai Palu” memperoleh bahwa waktu antrian tidak dapat diminumkan karena tingkat kesibukan server yang cukup tinggi, dan harus menambah pegawai tetapi biaya operasi juga meningkat.

Pada tahun 2018 Kartika, *et al*, dengan judul “Analisis Sistem Antrian Teller Guna Optimalisasi Pelayanan Pada PT. Bank Negara Indonesia (BNI) 46 Cabang Unit Kampus Manado” menggunakan metode *Multiple Channel Query System M/M/S* diperoleh bahwa sistem antrian belum optimal, dikarenakan server yang terbatas dengan jumlah pelanggan yang cukup tinggi mengakibatkan periode antrian yang panjang.

Pada tahun 2019 Majid *et al*, dengan judul “*Analysis of an M/M/1 Queue With Working Vacation and Vacation Interruption*” memperoleh sistem antrian yang pelayanannya lebih baik dan bahkan dapat meminimumkan waktu tunggu pelanggan. Pada tahun yang sama Maxsi Ary dengan judul “Analisis Model Sistem Antrian Pada Pelayanan Administrasi” menggunakan metode *Single Channel Single Phase*, sudah optimal karena tidak ada antrian yang signifikan pada proses pelayanan, sehingga petugas pelayanan masih cukup untuk melakukan pelayanan.

Pada tahun 2016 sampai 2018 dengan metode *Multi channel Single Phase*, *Single Channel Phase*, dan *Multiple Channel Query System M/M/S* diketahui bahwa metode tersebut tidak dapat mengoptimalkan sistem antrian serta waktu antrian juga tidak dapat diminimumkan karena ada beberapa faktor yaitu server yang banyak menganggur, tingkat kesibukan server hanya pada jam tertentu dan jumlah server yang terbatas. Pada 2019 sistem antrian sudah optimal karena tidak ada antrian yang signifikan dan waktu antrian dapat diminimumkan. Dengan menggunakan sistem antrian M/G/1 pada penelitian ini, maka dapat meminimumkan waktu antrian, meminimumkan biaya operasi, dan pelanggan yang datang akan dilayani dengan tingkat kecepatan yang lebih rendah.

## **BAB III**

### **METODOLOGI PENELITIAN**

#### **3.1. Tempat dan Waktu**

Penelitian ini bertempat pada Bank Muamalat kantor cabang pembantu sukaramai yang beralamat di Jl. Sukaramai, Kec. Medan Denai Kota medan. Penelitian ini dimulai dari bulan Februari sampai Oktober 2020.

#### **3.2. Jenis dan Sumber Data**

Jenis data yang digunakan berdasarkan sifatnya pada penelitian ini adalah data kuantitatif, dan data berdasarkan sumbernya adalah data primer. Data kuantitatif adalah data yang memiliki bentuk angka atau bilangan yang dapat dianalisis dan diperhitungkan secara statistik atau matematika, dan data primer adalah jenis data yang diambil atau dikumpulkan secara langsung dari objek penelitian oleh seorang peneliti yang diperlukan untuk menganalisis sebuah antrian yang terjadi di bank dengan menggunakan *single working vacation and vacation interruption* yang menyebar Bernoulli, yang didapat dengan melakukan riset sendiri pada Bank Muamalat kantor cabang pembantu sukaramai.

#### **3.3. Variabel Penelitian**

Adapun variabel penelitian yang diteliti adalah nilai harapan banyaknya pelanggan dalam sistem setelah keberangkatan satu pelanggan (Y), waktu kedatangan ( $X_1$ ), waktu pelayanan ( $X_2$ ), waktu *working vacation* ( $X_3$ ).

#### **3.4. Prosedur Penelitian**

Prosedur penelitian dalam penelitian ini yaitu:

##### 1. Pembuatan rancangan penelitian

Pada tahap ini dimulai dari menentukan masalah yang akan dikaji, studi pendahuluan, membuat rumusan masalah, tujuan penelitian, manfaat penelitian, mencari tinjauan pustaka, menentukan metodologi, dan mencari sumber-sumber yang dapat mendukung jalannya penelitian ini.

## 2. Pelaksanaan penelitian

Tahap pelaksanaan penelitian yaitu pengumpulan data yang dibutuhkan untuk menjawab masalah yang ada. Menganalisis data yang diperoleh melalui hasil dari pengamatan pada Bank Muamalat KCP Sukaramai.

## 3. Pembuatan laporan penelitian

Laporan penelitian merupakan langkah terakhir yang menentukan apakah penelitian sudah dilakukan dengan baik. Tahap pembuatan laporan penelitian ini peneliti melaporkan hasil penelitian sesuai dengan yang telah diperoleh dalam bentuk skripsi.

### 3.5. Analisis data

#### 1. Pengumpulan data berupa referensi

Penelitian ini dilakukan dengan studi kepustakaan yaitu mengumpulkan bahan materi sebagai referensi dari berbagai sumber seperti artikel, buku, jurnal, paper dan literature lainnya yang berhubungan dengan antrian M/G/1 dengan *Single Working Vacation* dan *Vacation Interruption*.

#### 2. Pengumpulan data

Data penelitian merupakan data primer, dimana data diambil secara langsung dari tempat penelitian di Bank Muamalat kantor cabang pembantu Sukaramai.

#### 3. Pengolahan Data

Pengolahan dilakukan dengan dua metode, metode yang dimaksud peneliti adalah manual dan menggunakan aplikasi program SPSS.

##### a. Menghitung nilai harapan banyaknya pelanggan dalam sistem

$$E(L) = L'(1) = \lim_{z \rightarrow 1} \mathcal{K} \times \frac{\mathcal{D}'(z)\mathcal{N}''(z) - \mathcal{N}'(z)\mathcal{D}''(z)}{(\mathcal{D}'(z))^2} = \frac{\mathcal{N}''(1)}{\mathcal{N}'(1)} - \frac{\mathcal{D}''(1)}{\mathcal{D}'(1)}$$

dimana:

$$\mathcal{K} = \frac{\theta(1-\rho)(1-\bar{p}G_v(\theta))}{(\theta(\lambda+\theta) + \lambda^2(1-\gamma))(1-\bar{p}G_v(\theta)) - \lambda(1-\gamma)(\rho\theta + p\lambda)G_v(\theta)}$$

$$\mathcal{D}'(1) = (1-\rho)(1-\bar{p}G_v(\theta))$$

$$\mathcal{D}''(1) = 2(1-\rho)(1-\bar{p}\alpha) - \lambda^2 \beta^{(2)}(1-\bar{p}\tilde{G}_v(\theta))$$

$$\mathcal{N}'(1) = \frac{(\theta(\lambda+\theta) + \lambda^2(1-\gamma))(1-\bar{p}G_v(\theta)) - \lambda(1-\gamma)(\rho\theta + p\lambda)G_v(\theta)}{\theta}$$

$$\begin{aligned} \mathcal{N}''(1) = & 2(\lambda+\theta)\left[(1-\bar{p}\alpha) + \rho(1-\bar{p}G_v(\theta))\right] - 2\lambda(2-\gamma)\left[\rho G_v(\theta) - \frac{\lambda}{\theta}(1-G_v(\theta))\right] \\ & + \lambda(\gamma-1)\left[\lambda^2\beta^2\tilde{G}_v(\theta) - \frac{2\lambda^2}{\theta^2} + \frac{2\rho\lambda}{\theta}(1-\tilde{G}_v(\theta)) + 2\alpha\left(\rho + \frac{\lambda}{\theta}\right)\right] \end{aligned}$$

b. laju pelayanan dalam sistem

jika  $\mu_v$  meningkat artinya semakin besar laju pelayanan pelanggan ketika *working vacation* maka semakin sedikit pelanggan yang berada didalam sistem.

c. Menghitung meminimumkan biaya operasi

$$Z_c = c_w E(L) + c_0 \mu_v P(J=0) + c_1 \mu_b P(J=1)$$

4. Melakukan interpretasi hasil analisis.

Setelah mendapatkan hasil dari analisis sistem antrian, tahap selanjutnya adalah menjelaskan mengenai analisis sistem antrian

5. Menarik kesimpulan.

## BAB IV

### HASIL DAN PEMBAHASAN

Pada penelitian ini dibahas kebijakan *single working vacation* dan *vacation interruption* yang menyebar Bernoulli pada antrean M/G/1 dengan tingkat kedatangan  $\lambda$ , dan tingkat pelayanan pada periode sibuk  $\mu_b$ . Disiplin antrian yang digunakan adalah *First In First Out* (FIFO), yaitu pelanggan yang lebih dahulu datang ke sistem akan lebih dahulu mendapatkan pelayanan. Server memulai *working vacation* pada saat antrian kosong, durasi dari *vacation* mengikuti sebaran eksponensial dengan parameter  $\theta$ . Server yang sedang *vacation* ini mungkin sedang dalam proses perbaikan ataupun sedang melayani pelanggan sekunder.

Pada periode *vacation*, server bisa menghentikan atau melanjutkan *vacation* dengan kebijakan jika ada pelanggan dalam antrian, server dapat kembali pada periode sibuk dengan peluang  $p$  (*vacation interruption*) atau melanjutkan *vacation* dengan peluang  $1-p$ , sehingga disebut *vacation interruption* yang menyebar Bernoulli. Jika *vacation* dilanjutkan maka pelanggan yang datang pada saat *working vacation* dilayani dengan tingkat pelayanan  $\mu_v$ .

Jika pada saat *working vacation* berakhir terdapat pelanggan pada antrian, tingkat pelayanan berubah menjadi  $\mu_b$  dan periode sibuk pun dimulai. Sebaliknya, jika tidak ada pelanggan, maka server menjadi periode menganggur (*idle*), dan periode sibuk yang baru akan terjadi bila kedatangan pelanggan terjadi. Utilitas server, dilambangkan oleh, menyatakan tingkat kesibukan sebuah server dalam melakukan pelayanan relatif terhadap tingkat kedatangan pelanggan.

*Working vacation* ialah periode dengan tingkat pelayanan yang rendah yang disebabkan oleh sedikitnya pelanggan pada sistem. Hal tersebut dilakukan untuk menghemat biaya operasi. Asumsi-asumsi yang digunakan dalam model ialah waktu antar kedatangan, waktu pelayanan, dan waktu *working vacation* saling bebas (*independent*).

#### 4.1. Nilai harapan banyaknya pelanggan dalam sistem

Nilai harapan banyak pelanggan dalam sistem antrian M/G/1 SWV merupakan jumlah dari banyak pelanggan dalam sistem saat periode sibuk tanpa *working vacation* dan banyak pelanggan tambahan dalam sistem saat *server* melakukan *vacation* adalah sebagai berikut:

$$E(L) = L'(1) = \lim_{z \rightarrow 1} \mathcal{K} \times \frac{\mathcal{D}'(z)\mathcal{N}''(z) - \mathcal{N}'(z)\mathcal{D}''(z)}{(\mathcal{D}'(z))^2} = \frac{\mathcal{N}''(1)}{\mathcal{N}'(1)} - \frac{\mathcal{D}''(1)}{\mathcal{D}'(1)}$$

dimana:

$$\mathcal{K} = \frac{\theta(1-\rho)(1-\bar{p}G_v(\theta))}{(\theta(\lambda+\theta)+\lambda^2(1-\gamma))(1-\bar{p}G_v(\theta))-\lambda(1-\gamma)(\rho\theta+p\lambda)G_v(\theta)}$$

$$\mathcal{D}'(1) = (1-\rho)(1-\bar{p}G_v(\theta))$$

$$\mathcal{D}''(1) = 2(1-\rho)(1-\bar{p}\alpha) - \lambda^2\beta^{(2)}(1-\bar{p}\tilde{G}_v(\theta))$$

$$\mathcal{N}'(1) = \frac{(\theta(\lambda+\theta)+\lambda^2(1-\gamma))(1-\bar{p}G_v(\theta))-\lambda(1-\gamma)(\rho\theta+p\lambda)G_v(\theta)}{\theta}$$

$$\begin{aligned} \mathcal{N}''(1) = & 2(\lambda+\theta)\left[(1-\bar{p}\alpha)+\rho(1-\bar{p}G_v(\theta))\right]-2\lambda(2-\gamma)\left[\rho G_v(\theta)-\frac{\lambda}{\theta}(1-G_v(\theta))\right] \\ & +\lambda(\gamma-1)\left[\lambda^2\beta^2\tilde{G}_v(\theta)-\frac{2\lambda^2}{\theta^2}+\frac{2\rho\lambda}{\theta}(1-\tilde{G}_v(\theta))+2\alpha\left(\rho+\frac{\lambda}{\theta}\right)\right] \end{aligned}$$

4.1.1. Nilai harapan banyaknya pelanggan pada hari senin tanggal 12 oktober 2020

Tabel 4.1.1.1. Data antrian transaksi di teller pada hari senin

No	Waktu kedatangan	Mulai pelayanan	Selesai pelayanan	Lama pelayanan
1	8:15:03	8:17:12	8:19:10	0:01:58
2	8:16:17	8:19:24	8:21:16	0:01:52
3	8:17:10	8:21:34	8:23:00	0:01:26
4	8:20:13	8:21:12	8:25:00	0:01:38
5	8:21:52	8:25:25	8:27:14	0:01:49
6	8:21:57	8:27:47	8:29:30	0:01:43
7	8:35:10	8:37:01	8:38:59	0:02:00
8	8:36:27	8:39:13	8:40:50	0:01:37

9	8:36:35	8:41:19	8:43:00	0:01:41
10	9:06:15	9:08:03	9:09:47	0:01:44
11	9:27:21	9:30:04	9:32:02	0:01:58
12	9:29:19	9:32:23	9:34:13	0:01:50
13	9:30:06	9:34:34	9:36:28	0:01:54
14	9:42:31	9:44:01	9:45:39	0:01:38
15	9:43:06	9:46:05	9:47:58	0:01:43
16	9:45:27	9:48:11	9:50:00	0:01:49
17	10:22:01	10:24:06	10:25:59	0:01:53
18	10:25:12	10:26:25	10:27:13	0:01:48
19	10:25:19	10:27:31	10:29:13	0:01:41
20	10:26:27	10:30:11	10:32:00	0:01:49
21	10:26:51	10:32:28	10:33:49	0:01:29
22	10:26:56	10:34:23	10:36:10	0:01:47
23	11:01:48	11:03:06	11:04:50	0:01:44
24	11:01:30	11:05:18	11:07:15	0:01:53
25	11:04:06	11:07:43	11:09:36	0:01:53
26	11:17:06	11:19:05	11:21:01	0:01:56
27	11:20:14	11:21:49	11:23:46	0:01:57
28	11:22:10	11:24:03	11:25:51	0:01:48
29	11:33:28	11:35:04	11:37:12	0:02:08
30	11:35:11	11:37:42	11:39:05	0:01:23
31	11:35:30	11:39:33	11:41:50	0:02:17
<b>ISTIRAHAT</b>				
32	13:28:04	13:32:01	13:33:50	0:01:49
33	13:30:29	13:34:24	13:36:13	0:01:49
34	13:30:35	13:36:47	13:38:39	0:01:52
35	13:31:14	13:39:00	13:40:56	0:01:56
36	13:32:12	13:41:30	13:43:17	0:01:47
37	13:32:26	13:44:30	13:46:22	0:01:52
38	13:34:31	13:46:54	13:48:49	0:01:55
39	14:04:18	14:06:28	14:08:11	0:01:43
40	14:07:02	14:08:42	14:10:30	0:01:48
41	14:19:51	14:21:16	14:22:59	0:01:43
42	14:21:07	14:23:22	14:25:01	0:01:39
43	14:22:18	14:25:30	14:27:16	0:01:46
Jumlah	3:22:38 atau 3,37 jam			1:17:25 atau 1,28 jam

Tabel 4.1.1.2. Data waktu *vacation*

No	Mulai <i>vacation</i>	Berakhir <i>vacation</i>	Lama <i>vacation</i>
1	8:00:00	8:17:12	0:17:12
2	8:43:00	9:08:03	0:25:03
3	9:09:47	9:30:04	0:20:17
4	9:50:00	10:24:06	0:34:06
5	10:36:10	11:03:06	0:26:56
6	11:41:50	12:00:00	0:18:10
7	13:48:49	14:06:28	0:17:39
8	14:27:16	15:00:00	0:32:44
Jumlah			3:12:07 atau 3,2 jam

Dari tabel tersebut diketahui bahwa terdapat 43 pelanggan yang melakukan transaksi dengan waktu 1 jam 17 menit 25 detik pada hari senin, dengan waktu *vacation* terjadi sebanyak 8 kali.

#### 1. Laju kedatangan

Laju kedatangan yaitu banyaknya kedatangan tiap satuan waktu.. Data waktu kedatangan pelanggan, waktu mulai dilayani, dan waktu selesai dilayani. Dari tabel dapat dilihat jumlah pelanggan yang datang sebanyak 43, dengan waktu kedatangan 3:22:38 atau 3,37 jam

$$\lambda = \frac{3,37}{43} = 0,078$$

Jadi diperoleh tingkat kedatangan nasabah adalah 0,078 per menit.

#### 2. Laju pelayanan

Laju pelayanan yaitu banyaknya pelanggan yang dilayani tiap satuan waktu. Pada penelitian ini, formula yang telah didapatkan hanya sesuai untuk distribusi pelayanan Eksponensial. Dari tabel lama waktu pelayanan pelanggan diketahui total waktu pelayanan untuk 43 pelanggan adalah 1:17:25 atau 1,28 jam sehingga laju pelayanan atau banyaknya pelayanan tiap jam adalah:

$$\mu_b = \frac{43}{1,28} = 33,6 \approx 34$$

$$\mu_n = \frac{1,28}{43} = 0,029$$

dan waktu layanan selama *vacation* (jeda) adalah:

$$\mu_v = \frac{43}{3,2} = 13,4$$

### 3. Waktu *vacation* (jeda)

Waktu *vacation* adalah rata – rata waktu yang diperlukan dalam satu kali *vacation* (satu kali jeda) yang dilakukan oleh server, distribusi waktu *vacation* adalah distribusi eksponensial. Dari tabel 4.1.1. 2. diketahui bahwa total waktu *vacation* (jeda) bagi server adalah 3,2 jam. Server melakukan 8 kali *vacation*. Dengan demikian rata – rata waktu *vacation* bagi server adalah:

$$\theta = \frac{3,2}{8} = 0,4 \text{ jam}$$

dan distribusi waktu *vacation* (jeda)

$$\tilde{G}_v = e^{-\theta} - 1$$

$$\tilde{G}_v = e^{-0,4} - 1$$

$$\tilde{G}_v = \left(\frac{2,718}{0,4}\right) - 1$$

$$\tilde{G}_v = 6,795 - 1 = 5,795$$

dengan  $\alpha = B'(1)$

$$B(1) = \tilde{G}_v(\theta)$$

$$B'(1) = 1, \text{ dan di tetapkan } \gamma = 0,99 \text{ dan } \beta = 1$$

### 4. Utilitas sistem atau peluang server sibuk

$$\rho = \frac{\lambda}{\mu_b} = \frac{0,078}{34} = 0,0023 \text{ untuk,}$$

$$p = \frac{43}{7} = 6,1 \approx 6 \text{ dan } \bar{p} = 1 - 6 = -5$$

### 5. Proses *brith and death*

a. Peluang terjadi satu kedatangan pada interval waktu  $[t, t + \Delta t]$

$$P[X(t + \Delta t) - X(t) = 1] = \lambda_n \Delta t + o(\Delta t)$$

$$= 0,078 \times 1,28 + 0$$

$$= 0,09$$

Jadi peluang terjadi satu kedatangan adalah 0,09 permenit.

b. Peluang tidak terjadi kedatangan pada interval waktu  $[t, t + \Delta t]$

$$P[X(t + \Delta t) - X(t) = 1] = 1 - \lambda_n \Delta t + o(\Delta t)$$

$$= 1 - 0,09$$

$$= 0,91$$

Jadi peluang tidak terjadi kedatangan adalah 0,91 permenit.

c. Peluang terjadi satu kepergian pada interval waktu  $[t, t + \Delta t]$

$$P[X(t + \Delta t) - X(t) = 1] = \mu_n \Delta t + o(\Delta t)$$

$$= 0,029 \times 1,28 + 0$$

$$= 0,037$$

Jadi peluang terjadinya satu kepergian adalah 0,037 permenit.

d. Peluang tidak terjadi kepergian pada interval waktu  $[t, t + \Delta t]$

$$P[X(t + \Delta t) - X(t) = 1] = 1 - \mu_n \Delta t + o(\Delta t)$$

$$= 1 - 0,037$$

$$= 0,96$$

Jadi peluang tidak terjadi kepergian adalah 0,96

6. Analisis berdasarkan formula nilai harapan banyaknya pelanggan dalam sistem pada hari senin

$$E(L) = L'(1) = \lim_{z \rightarrow 1} \mathcal{K} \times \frac{\mathcal{D}'(z)\mathcal{N}''(z) - \mathcal{N}'(z)\mathcal{D}''(z)}{(\mathcal{D}'(z))^2} = \frac{\mathcal{N}''(1)}{\mathcal{N}'(1)} - \frac{\mathcal{D}''(1)}{\mathcal{D}'(1)}$$

untuk memperoleh nilai harapan banyaknya pelanggan  $E(L)$  terlebih dahulu mencari nilai  $\mathcal{K}$  dengan rumus sebagai berikut:

$$\mathcal{K} = \frac{\theta(1 - \rho)(1 - \bar{p}G_v(\theta))}{(\theta(\lambda + \theta) + \lambda^2(1 - \gamma))(1 - \bar{p}G_v(\theta)) - \lambda(1 - \gamma)(\rho\theta + p\lambda)G_v(\theta)}$$

$$= \frac{0,4(1 - 0,0023)(1 - (-5)(5,795))}{(0,4(0,078 + 0,4) + (0,078^2)(1 - 0,99))(1 - (-5)(5,795)) - 0,078(1 - 0,99)((0,0023)(0,4) + 6(0,078)(5,795))}$$

$$= \frac{(0,39908)(29,975)}{(0,4(0,478) + (0,006)(0,01))(29,975 - 0,00078)(0,00092 + 0,468)(5,795)}$$

$$\mathcal{K} = \frac{11,962}{15,578} = 0,768$$

jadi untuk nilai  $\mathcal{K} = 0,768$ .

Kemudian mencari nilai  $\mathcal{D}'(1)$  yaitu turunan pertama dari waktu antar pertibaan pelanggan dalam sistem dengan rumus sebagai berikut:

$$\begin{aligned} \mathcal{D}'(1) &= (1 - \rho)(1 - \bar{p}G_v(\theta)) \\ &= (1 - 0,0023)(1 - (-5)(5,795)) \\ &= (0,9977)(29,975) \\ &= 29,906 \end{aligned}$$

jadi turunan pertama dari waktu antar pertibaan pelanggan dalam sistem adalah

$$\mathcal{D}'(1) = 29,906.$$

Kemudian mencari turunan kedua dari waktu antar pertibaan pelanggan dalam sistem dengan rumus sebagai berikut:

$$\begin{aligned} \mathcal{D}''(1) &= 2(1 - \rho)(1 - \bar{p}\alpha) - \lambda^2 \beta^{(2)}(1 - \bar{p}\tilde{G}_v(\theta)) \\ &= 2(1 - 0,0023)(1 - (-5)(1)) - (0,078^2)(1^2)(1 - (-5)(5,795)) \\ &= 2(0,9977)(6) - (0,006)(29,975) \\ &= 11,972 - 0,179 \\ &= 11,793 \end{aligned}$$

jadi turunan kedua dari waktu antar pertibaan pelanggan dalam sistem adalah

$$\mathcal{D}''(1) = 11,793.$$

Kemudian mencari nilai  $\mathcal{N}'(1)$  yaitu turunan pertama dari banyaknya pelanggan dalam sistem antrian dengan rumus sebagai berikut:

$$\begin{aligned} \mathcal{N}'(1) &= \frac{(\theta(\lambda + \theta) + \lambda^2(1 - \gamma))(1 - \bar{p}G_v(\theta)) - \lambda(1 - \gamma)(\rho\theta + p\lambda)G_v(\theta)}{\theta} \\ &= \frac{(0,4(0,078 + 0,4) + (0,078^2)(1 - 0,99))(1 - (-5)(5,795)) - 0,078(1 - 0,99)(0,0023(0,4) + 6(0,078))(5,795)}{0,4} \end{aligned}$$

$$\begin{aligned}
&= \frac{(0,4(0,478) + (0,00006)(29,975)) - 0,078(0,01)(0,00092 + 0,468)(5,795)}{0,4} \\
&= \frac{(0,0312 + 0,001799) - (0,00078)(0,46892)(5,795)}{0,4} \\
\mathcal{N}'(1) &= \frac{0,0329 - 0,00212}{0,4} \\
&= \frac{0,0309}{0,4} \\
&= 0,077
\end{aligned}$$

jadi turunan pertama dari banyaknya pelanggan dalam sistem antrian adalah  $\mathcal{N}'(1) = 0,077$ .

Kemudian mencari nilai  $\mathcal{N}''(1)$  yaitu turunan kedua dari banyaknya pelanggan dalam sistem antrian dengan rumus sebagai berikut:

$$\begin{aligned}
\mathcal{N}''(1) &= 2(\lambda + \theta) \left[ (1 - \bar{p}\alpha) + \rho(1 - \bar{p}G_v(\theta)) \right] - 2\lambda(2 - \gamma) \left[ \rho G_v(\theta) - \frac{\lambda}{\theta}(1 - G_v(\theta)) \right] \\
&\quad + \lambda(\gamma - 1) \left[ \lambda^2 \beta^2 \tilde{G}_v(\theta) - \frac{2\lambda^2}{\theta^2} + \frac{2\rho\lambda}{\theta}(1 - \tilde{G}_v(\theta)) + 2\alpha\left(\rho + \frac{\lambda}{\theta}\right) \right] \\
&= 2(0,078 + 0,4) \left[ (1 - (-5)(1) + 0,0023(1 - (-5)(5,795))) \right] - 2(0,078)(2 - 0,99) \\
&\quad \left[ 0,0023(5,795) - \frac{0,078}{0,4}(1 - 5,795) \right] + 0,078(0,99 - 1) \\
&\quad \left[ (0,078^2)(1^2)(5,795) - \left( \frac{2(0,078^2)}{0,16} + \frac{2(0,0023(0,078))}{0,4} \right)(1 - 5,795) + 2(1)(0,0023 + \frac{0,078}{0,4}) \right] \\
&= (0,956) \left[ (6 + 0,0023(29,975)) \right] - (0,156(1,01)) \left[ 0,0133 - (-0,0935) \right] + 0,00078 \\
&\quad \left[ (0,006)(1)(5,795) - (0,0769)(-4,795 + 0,3946) \right] \\
&= (0,956)(6,089) - (0,1576)(0,107) + 0,0078(0,035 - (0,0769)(-4,40)) \\
&= 5,802 - 0,017 + 0,00291 \\
&= 5,79
\end{aligned}$$

jadi turunan kedua dari banyaknya pelanggan dalam sistem antrian adalah  $\mathcal{N}''(1) = 5,79$ .

Kemudian substitusikan  $z = 1$  ke rumus nilai harapan banyaknya pelanggan dalam sistem yaitu:

$$\begin{aligned}
E(L) &= L'(1) = \lim_{z \rightarrow 1} \mathcal{K} \times \frac{\mathcal{D}'(z)\mathcal{N}''(z) - \mathcal{N}'(z)\mathcal{D}''(z)}{(\mathcal{D}'(z))^2} = \frac{\mathcal{N}''(1)}{\mathcal{N}'(1)} - \frac{\mathcal{D}''(1)}{\mathcal{D}'(1)} \\
&= 0,768 \times \frac{(29,906)(5,79) - (0,077)(11,793)}{(29,906^2)} \\
&= 0,768 \times \frac{173,156 - 0,9081}{894,37} \\
&= 0,768 \times \frac{172,248}{894,37} \\
&= \frac{132,29}{894,37} \\
&= 0,15
\end{aligned}$$

jadi nilai harapan banyaknya pelanggan dalam sistem pada hari senin sekitar 0,15.

#### 4.1.2. Nilai harapan banyaknya pelanggan pada hari selasa 13 oktober 2020

Tabel 4.1.2.1. Data antrian transaksi di teller pada hari selasa

No	Waktu kedatangan	Mulai pelayanan	Selesai pelayanan	Lama pelayanan
1	8:02:56	8:04:10	8:05:55	0:01:45
2	8:05:32	8:06:17	8:08:15	0:01:58
3	8:07:09	8:08:30	8:10:26	0:01:54
4	8:07:13	8:10:45	8:12:43	0:01:58
5	8:09:47	8:13:34	8:15:20	0:01:46
6	8:13:51	8:15:45	8:17:38	0:01:53
7	8:16:10	8:18:35	8:20:28	0:01:53
8	8:16:43	8:20:59	8:22:41	0:01:42
9	8:19:27	8:23:01	8:24:53	0:01:52
10	8:21:31	8:25:20	8:27:04	0:01:44
11	8:22:26	8:27:30	8:28:21	0:01:51
12	8:23:26	8:28:36	8:30:06	0:01:30
13	8:23:30	8:30:37	8:32:23	0:01:46
14	9:11:29	9:13:50	9:15:42	0:01:52
15	9:13:52	9:16:12	9:18:10	0:01:58
16	9:15:15	9:18:45	9:20:39	0:01:54
17	9:38:45	9:40:11	9:42:06	0:01:55
18	9:39:43	9:42:35	9:44:31	0:01:56
19	9:40:31	9:45:02	9:46:42	0:01:40
20	9:41:29	9:47:22	9:49:10	0:01:48
21	9:41:59	9:49:36	9:51:33	0:01:57

22	9:43:03	9:52:01	9:54:00	0:01:59
23	9:43:31	9:54:37	9:56:28	0:01:51
24	9:45:42	9:57:05	9:59:01	0:01:56
25	9:46:50	9:59:45	10:01:42	0:01:58
26	9:48:01	10:02:16	10:04:14	0:01:58
27	10:09:36	10:11:58	10:13:42	0:01:48
28	10:10:45	10:14:08	10:16:05	0:01:57
29	10:12:28	10:16:38	10:18:30	0:01:52
30	10:13:53	10:19:06	10:21:00	0:01:54
31	10:14:19	10:21:39	10:23:34	0:01:55
32	10:21:07	10:24:04	10:26:00	0:01:56
33	10:22:06	10:26:31	10:28:25	0:01:54
34	10:23:10	10:29:57	10:31:53	0:01:56
35	10:23:10	10:32:35	10:34:27	0:01:52
36	10:24:14	10:35:01	10:36:52	0:01:51
37	10:24:28	10:37:25	10:39:18	0:01:53
38	10:25:17	10:39:52	10:41:20	0:01:38
39	10:27:39	10:41:48	10:43:45	0:01:57
40	11:10:40	11:12:15	11:14:10	0:01:55
41	11:13:50	11:14:39	11:16:32	0:01:53
42	11:13:55	11:17:03	11:19:58	0:01:55
43	11:15:56	11:20:19	11:22:10	0:01:51
44	11:27:20	11:29:00	11:30:48	0:01:48
45	11:30:16	11:32:08	11:34:00	0:01:52
46	11:30:24	11:34:30	11:36:23	0:01:53
47	11:31:15	11:37:01	11:39:00	0:01:59
48	11:31:32	11:39:22	11:41:20	0:01:58
49	11:31:47	11:41:44	11:43:33	0:01:49
50	11:31:52	11:44:05	11:45:50	0:01:45
51	11:32:04	11:46:37	11:48:27	0:01:50
52	11:33:11	11:48:40	11:50:34	0:01:54
53	11:34:52	11:51:00	11:52:46	0:01:46
<b>ISTIRAHAT</b>				
54	13:25:13	13:32:09	13:34:05	0:01:56
55	13:25:46	13:34:32	13:36:12	0:01:40
56	13:26:01	13:36:34	13:38:30	0:01:56
57	13:27:12	13:38:56	13:40:53	0:01:57
58	13:30:21	13:41:11	13:42:09	0:01:58
59	13:30:51	13:42:39	13:44:38	0:01:59
60	13:32:16	13:45:03	13:47:01	0:01:58

61	13:50:52	13:52:16	13:54:15	0:01:59
62	13:53:20	13:54:34	13:56:29	0:01:55
63	13:57:51	13:59:50	14:02:43	0:01:53
64	13:59:48	14:03:07	14:05:05	0:01:58
65	14:01:19	14:05:27	14:07:20	0:01:53
66	14:02:50	14:07:41	14:09:35	0:01:54
67	14:17:31	14:18:16	14:20:13	0:01:57
68	14:20:25	14:22:11	14:24:07	0:01:56
69	14:21:40	14:24:30	14:26:18	0:01:48
70	14:22:15	14:26:40	14:28:33	0:01:53
71	14:23:19	14:29:06	14:30:55	0:01:49
Jumlah	4:30:02 atau 4,5 jam			2:13:04 atau 2,22 jam

Tabel 4.1.2.2 Data waktu *vacation*

No	Mulai <i>vacation</i>	Berakhir <i>vacation</i>	Lama <i>vacation</i>
1	8:32:23	9:13:50	0:41:27
2	9:20:39	9:40:11	0:19:32
3	10:43:45	11:12:15	0:28:30
4	14:30:55	15:00:00	0:29:05
Jumlah			1:58:34 atau 1,97 jam

1. Laju kedatangan

$$\lambda = \frac{4,5}{71} = 0,063$$

Jadi diperoleh tingkat kedatangan nasabah adalah 0,063 per menit.

2. Laju pelayanan

$$\mu_b = \frac{71}{2,22} = 31,9 \approx 32$$

$$\mu_n = \frac{2,22}{71} = 0,031$$

dan waktu layanan selama *vacation* (jeda) adalah:

$$\mu_v = \frac{71}{1,97} = 36,04$$

3. Waktu *vacation*

$$\theta = \frac{1,97}{4} = 0,49 \text{ jam}$$

dan distribusi waktu *vacation* (jeda)

$$\tilde{G}_v = e^{-\theta} - 1$$

$$\tilde{G}_v = e^{-0,49} - 1$$

$$\tilde{G}_v = \left( \frac{2,718}{0,49} \right) - 1$$

$$\tilde{G}_v = 5,547 - 1 = 4,547$$

dengan  $\alpha = B'(1)$

$$B(1) = \tilde{G}_v(\theta)$$

$$B'(1) = 1, \text{ dan di tetapkan } \gamma = 0,99 \text{ dan } \beta = 1$$

4. Utilitas sistem atau peluang *server* sibuk

$$\rho = \frac{\lambda}{\mu_b} = \frac{0,063}{32} = 0,0019 \text{ untuk,}$$

$$p = \frac{71}{7} = 10,1 \approx 10 \text{ dan } \bar{p} = 1 - 10 = -9$$

5. Proses *brith and death*

a. Peluang terjadi satu kedatangan pada interval waktu  $[t, t + \Delta t]$

$$\begin{aligned} P[X(t + \Delta t) - X(t) = 1] &= \lambda_n \Delta t + o(\Delta t) \\ &= 0,063 \times 2,22 + 0 \\ &= 0,139 \end{aligned}$$

Jadi peluang terjadi satu kedatangan adalah 0,139 permenit.

b. Peluang tidak terjadi kedatangan pada interval waktu  $[t, t + \Delta t]$

$$\begin{aligned} P[X(t + \Delta t) - X(t) = 0] &= 1 - \lambda_n \Delta t + o(\Delta t) \\ &= 1 - 0,139 \\ &= 0,861 \end{aligned}$$

Jadi peluang tidak terjadi kedatangan adalah 0,861 permenit.

c. Peluang terjadi satu kepergian pada interval waktu  $[t, t + \Delta t]$

$$\begin{aligned} P[X(t + \Delta t) - X(t) = 1] &= \mu_n \Delta t + o(\Delta t) \\ &= 0,031 \times 2,22 + 0 \\ &= 0,068 \end{aligned}$$

Jadi peluang terjadinya satu kepergian adalah 0,068 permenit.

d. Peluang tidak terjadi kepergian pada interval waktu  $[t, t + \Delta t]$

$$\begin{aligned} P[X(t + \Delta t) - X(t) = 0] &= 1 - \mu_n \Delta t + o(\Delta t) \\ &= 1 - 0,068 \\ &= 0,932 \end{aligned}$$

Jadi peluang tidak terjadi kepergian adalah 0,932.

6. Analisis berdasarkan formula nilai harapan banyaknya pelanggan dalam sistem pada hari selasa.

$$E(L) = L'(1) = \lim_{z \rightarrow 1} \mathcal{K} \times \frac{\mathcal{D}'(z)\mathcal{N}''(z) - \mathcal{N}'(z)\mathcal{D}''(z)}{(\mathcal{D}'(z))^2} = \frac{\mathcal{N}''(1)}{\mathcal{N}'(1)} - \frac{\mathcal{D}''(1)}{\mathcal{D}'(1)}$$

untuk memperoleh nilai harapan banyaknya pelanggan  $E(L)$  terlebih dahulu = 0,068 mencari nilai  $\mathcal{K}$  dengan rumus sebagai berikut:

$$\begin{aligned} \mathcal{K} &= \frac{\theta(1-\rho)(1-\bar{p}G_v(\theta))}{(\theta(\lambda+\theta) + \lambda^2(1-\gamma))(1-\bar{p}G_v(\theta)) - \lambda(1-\gamma)(\rho\theta + p\lambda)G_v(\theta)} \\ &= \frac{(0,49)(1-0,0019)(1-(-9)(4,547))}{(0,49(0,063+0,49) + (0,063^2)(1-0,99))(1-(-9)(4,547)) - 0,063(1-0,99)((0,0019)(0,49) + (10)(0,063)(4,547))} \end{aligned}$$

$$\mathcal{K} = \frac{(0,489)(41,923)}{(0,2709 + 0,0000379)(41,923) - (0,00063)(0,000931 + 2,865)}$$

$$\mathcal{K} = \frac{20,503}{(0,275)(41,923) - (0,00063)(2,865541)}$$

$$\mathcal{K} = \frac{20,503}{11,526 - 0,00185}$$

$$\mathcal{K} = \frac{20,503}{11,524}$$

$$\mathcal{K} = 1,779$$

jadi untuk nilai  $\mathcal{K} = 1,779$ .

Kemudian mencari nilai  $\mathcal{D}'(1)$  yaitu turunan pertama dari waktu antar pertibaan pelanggan dalam sistem dengan rumus sebagai berikut:

$$\mathcal{D}'(1) = (1 - \rho)(1 - \bar{p}G_v(\theta))$$

$$\mathcal{D}'(1) = (1 - 0,0019)(1 - (-9)(4,547))$$

$$\mathcal{D}'(1) = (0,9981)(41,923)$$

$$\mathcal{D}'(1) = 41,843$$

jadi turunan pertama dari waktu antar pertibaan pelanggan dalam sistem adalah

$$\mathcal{D}'(1) = 41,843.$$

Kemudian mencari turunan kedua dari waktu antar pertibaan pelanggan dalam sistem dengan rumus sebagai berikut:

$$\mathcal{D}''(1) = 2(1 - \rho)(1 - \bar{p}\alpha) - \lambda^2 \beta^{(2)}(1 - \bar{p}\tilde{G}_v(\theta))$$

$$= 2(1 - 0,0019)(1 - (-9)(1)) - (0,063^2)(1^2)(1 - (-9)(4,547))$$

$$= (1,9962)(10) - (0,00369)(41,923)$$

$$= 19,962 - 0,166392$$

$$\mathcal{D}''(1) = 19,796$$

jadi turunan kedua dari waktu antar pertibaan pelanggan dalam sistem adalah

$$\mathcal{D}''(1) = 19,796.$$

Kemudian mencari nilai  $\mathcal{N}'(1)$  yaitu turunan pertama dari banyaknya pelanggan dalam sistem antrian dengan rumus sebagai berikut:

$$\mathcal{N}'(1) = \frac{(\theta(\lambda + \theta) + \lambda^2(1 - \gamma))(1 - \bar{p}G_v(\theta)) - \lambda(1 - \gamma)(\rho\theta + p\lambda)G_v(\theta)}{\theta}$$

$$= \frac{(0,27097) + (0,00396)(0,01)(41,923) - (0,063(0,01))(0,000931 + 2,86461)}{0,49}$$

$$= \frac{0,27097 + 0,00166 - (0,00063)(2,865)}{0,49}$$

$$= \frac{0,27097 + 0,00166 - 0,001805}{0,49}$$

$$= \frac{0,27083}{0,49}$$

$$\mathcal{N}'(1) = 0,553$$

jadi turunan pertama dari banyaknya pelanggan dalam sistem antrian adalah  $\mathcal{N}'(1) = 0,553$ .

Kemudian mencari nilai  $\mathcal{N}''(1)$  yaitu turunan kedua dari banyaknya pelanggan dalam sistem antrian dengan rumus sebagai berikut:

$$\mathcal{N}''(1) = 2(\lambda + \theta) \left[ (1 - \bar{p}\alpha) + \rho(1 - \bar{p}G_v(\theta)) \right] - 2\lambda(2 - \gamma) \left[ \rho G_v(\theta) - \frac{\lambda}{\theta}(1 - G_v(\theta)) \right] \\ + \lambda(\gamma - 1) \left[ \lambda^2 \beta^2 \tilde{G}_v(\theta) - \frac{2\lambda^2}{\theta^2} + \frac{2\rho\lambda}{\theta}(1 - \tilde{G}_v(\theta)) + 2\alpha\left(\rho + \frac{\lambda}{\theta}\right) \right]$$

$$\mathcal{N}''(1) = 2(0,063 + 0,49) \left[ (1 - (-9)(1) + 0,0019(1 - (-9)(4,547))) \right] - 2(0,063)(2 - 0,99)$$

$$\left[ 0,0019(4,547) - \frac{0,063}{0,49}(1 - 4,547) \right] + 0,063(0,99 - 1)$$

$$\left[ (0,063^2)(1^2)(4,547) - \frac{2(0,063^2)}{0,2401} + \frac{2(0,0019)(0,063)}{0,49}(1 - 4,547) + 2(1)(0,0019 + \frac{0,063}{0,49}) \right]$$

$$\mathcal{N}''(1) = (1,106)[10 + 0,0796] - 0,1273[0,00864 - (-0,456)] + 0,00063$$

$$[(0,0180 - 0,0335(-3,547) + 0,261)]$$

$$\mathcal{N}''(1) = 11,1481 - 0,0591 + 0,3979$$

$$\mathcal{N}''(1) = 11,487$$

jadi turunan kedua dari banyaknya pelanggan dalam sistem antrian adalah  $\mathcal{N}''(1) = 11,487$ .

Kemudian substitusikan  $z = 1$  ke dalam rumus nilai harapan banyaknya pelanggan dalam sistem adalah:

$$E(L) = L'(1) = \lim_{z \rightarrow 1} \mathcal{K} \times \frac{\mathcal{D}'(z)\mathcal{N}''(z) - \mathcal{N}'(z)\mathcal{D}''(z)}{(\mathcal{D}'(z))^2} = \frac{\mathcal{N}''(1)}{\mathcal{N}'(1)} - \frac{\mathcal{D}''(1)}{\mathcal{D}'(1)}$$

$$E(L) = L'(1) = 1,779 \times \frac{(41,843)(11,487) - (0,553)(19,796)}{(41,843^2)}$$

$$E(L) = L'(1) = 1,779 \times \frac{480,6525 - 10,94697}{1750,886}$$

$$E(L) = L'(1) = 1,779 \times \frac{469,7056}{1750,886}$$

$$E(L) = L'(1) = 0,47 \approx 0,5$$

jadi nilai harapan banyaknya pelanggan dalam sistem pada hari selasa sekitar 0,5

#### 4.1.3. Nilai harapan banyaknya pelanggan pada hari rabu 14 oktober 2020

Tabel 4.1.3.1. Data antrian transaksi di teller pada hari rabu

No	Waktu kedatangan	Mulai pelayanan	Selesai pelayanan	Lama pelayanan
1	8:02:41	8:04:51	8:06:49	0:01:48
2	8:03:01	8:07:12	8:09:09	0:01:57
3	8:09:26	8:10:50	8:12:45	0:01:55
4	8:21:16	8:23:18	8:25:15	0:01:57
5	8:24:30	8:26:03	8:28:00	0:01:57
6	8:26:41	8:28:25	8:30:15	0:01:50
7	8:45:30	8:47:09	8:49:00	0:01:51
8	8:46:32	8:50:02	8:52:00	0:01:58
9	8:58:56	9:00:51	9:02:41	0:01:50
10	9:01:02	9:03:18	9:05:10	0:01:52
11	9:03:57	9:05:36	9:07:30	0:01:54
12	9:10:53	9:13:11	9:15:08	0:01:57
13	9:13:50	9:15:31	9:17:29	0:01:58
14	9:15:17	9:17:58	9:19:50	0:01:52
15	9:15:51	9:20:10	9:22:09	0:01:59
16	9:20:29	9:21:43	9:23:13	0:01:30
17	9:23:16	9:23:40	9:25:32	0:01:52
18	9:49:23	9:51:00	9:52:49	0:01:49
19	9:52:11	9:53:27	9:55:18	0:01:51
20	9:55:09	9:57:28	9:59:12	0:01:54
21	10:02:46	10:04:10	10:06:07	0:01:57
22	10:03:13	10:06:39	10:08:32	0:01:53
23	10:07:10	10:09:13	10:11:10	0:01:57
24	10:10:22	10:11:46	10:13:39	0:01:53
25	10:12:32	10:14:00	10:15:55	0:01:55
26	10:35:04	10:37:02	10:39:00	0:01:58
27	10:37:17	10:39:23	10:41:13	0:01:50
28	10:40:32	10:42:01	10:43:57	0:01:54

29	10:42:29	10:44:16	10:46:15	0:01:59
30	10:43:18	10:46:40	10:48:20	0:01:40
31	10:50:18	10:52:37	10:54:21	0:01:44
32	10:52:30	10:54:49	10:56:39	0:01:50
33	10:53:35	10:57:05	10:59:00	0:01:55
34	11:03:17	11:04:20	11:06:16	0:01:56
35	11:10:05	11:12:06	11:14:03	0:01:57
36	11:12:35	11:14:34	11:16:19	0:01:45
37	11:13:06	11:16:37	11:18:36	0:01:59
38	11:15:14	11:19:00	11:20:49	0:01:49
39	11:15:55	11:21:01	11:22:58	0:01:57
40	11:17:16	11:23:16	11:25:13	0:01:57
41	11:19:29	11:25:43	11:27:35	0:01:52
42	11:20:30	11:28:05	11:30:02	0:01:57
43	11:20:44	11:30:34	11:32	0:01:58
44	11:20:55	11:34:15	11:36:12	0:01:57
45	11:23:26	11:36:54	11:38:48	0:01:56
46	11:25:39	11:39:09	11:41:00	0:01:51
<b>ISTIRAHAT</b>				
47	13:32:10	13:35:26	13:37:19	0:01:53
48	13:34:26	13:37:20	13:39:15	0:01:45
49	13:39:27	13:40:13	13:42:08	0:01:55
50	13:40:22	13:42:30	13:44:19	0:01:49
51	13:41:09	13:44:43	13:46:36	0:01:53
52	13:57:27	13:59:00	14:01:00	0:02:00
53	13:59:30	14:01:31	14:03:29	0:01:58
54	14:03:56	14:03:50	14:05:27	0:01:57
55	14:09:19	14:11:21	14:13:17	0:01:56
56	14:10:15	14:13:40	14:15:23	0:01:43
57	14:10:59	14:15:57	14:17:56	0:01:59
58	14:13:51	14:18:21	14:20:09	0:01:48
59	14:15:20	14:20:34	14:22:31	0:01:57
60	14:15:32	14:22:57	14:24:54	0:01:53
61	14:17:14	14:25:14	14:27:10	0:01:56
62	14:20:11	14:27:59	14:29:41	0:01:42
63	14:24:36	14:30:27	14:32:26	0:01:59
Jumlah	4:10:59 atau 4,1765 jam			1:58:50 atau 1,975 jam

Tabel 4.1.3.2 Data waktu *vacation*

No	Mulai <i>vacation</i>	Berakhir <i>vacation</i>	Lama <i>vacation</i>
1	8:30:15	8:47:09	0:16:54
2	9:25:32	9:51:00	0:25:28
3	10:15:55	10:37:02	0:21:07
4	11:41:00	12:00:00	0:19:00
5	13:46:36	13:59:00	0:12:24
6	14:32:26	15:00:00	0:27:34
			2:02:27 atau 2,0378

1. Laju kedatangan

$$\lambda = \frac{4,1765}{63} = 0,066$$

Jadi diperoleh tingkat kedatangan nasabah adalah 0,066 per menit.

2. Laju pelayanan

$$\mu_b = \frac{63}{1,975} = 31,8 \approx 32$$

$$\mu_n = \frac{1,975}{63} = 0,031$$

dan waktu layanan selama *vacation* (jeda) adalah:

$$\mu_v = \frac{63}{2,0378} = 30,91$$

3. Waktu *vacation* (jeda)

$$\theta = \frac{2,0378}{6} = 0,34 \text{ jam}$$

dan distribusi waktu *vacation* (jeda)

$$\tilde{G}_v = e^{-\theta} - 1$$

$$\tilde{G}_v = e^{-0,49} - 1$$

$$\tilde{G}_v = \left( \frac{2,718}{0,34} \right) - 1$$

$$\tilde{G}_v = 7,994 - 1 = 6,994$$

dengan  $\alpha = B'(1)$

$$B(1) = \tilde{G}_v(\theta)$$

$B'(1) = 1$ , dan di tetapkan  $\gamma = 0,99$  dan  $\beta = 1$

4. Utilitas sistem atau peluang *server* sibuk

$$\rho = \frac{\lambda}{\mu_b} = \frac{0,066}{32} = 0,0021 \text{ untuk,}$$

$$p = \frac{63}{7} = 9 \text{ dan } \bar{p} = 1 - 9 = -8$$

5. Proses *brith and death*

a. Peluang terjadi satu kedatangan pada interval waktu  $[t, t + \Delta t]$

$$\begin{aligned} P[X(t + \Delta t) - X(t) = 1] &= \lambda_n \Delta t + o(\Delta t) \\ &= 0,031 \times 1,975 + 0 \\ &= 0,13 \end{aligned}$$

Jadi peluang terjadi satu kedatangan adalah 0,13 permenit.

b. Peluang tidak terjadi kedatangan pada interval waktu  $[t, t + \Delta t]$

$$\begin{aligned} P[X(t + \Delta t) - X(t) = 0] &= 1 - \lambda_n \Delta t + o(\Delta t) \\ &= 1 - 0,13 \\ &= 0,87 \end{aligned}$$

Jadi peluang tidak terjadi kedatangan adalah 0,87 permenit.

c. Peluang terjadi satu kepergian pada interval waktu  $[t, t + \Delta t]$

$$\begin{aligned} P[X(t + \Delta t) - X(t) = -1] &= \mu_n \Delta t + o(\Delta t) \\ &= 0,031 \times 1,975 + 0 \\ &= 0,061 \end{aligned}$$

Jadi peluang terjadinya satu kepergian adalah 0,061 permenit.

d. Peluang tidak terjadi kepergian pada interval waktu  $[t, t + \Delta t]$

$$\begin{aligned} P[X(t + \Delta t) - X(t) = 1] &= 1 - \mu_n \Delta t + o(\Delta t) \\ &= 1 - 0,061 \\ &= 0,939 \end{aligned}$$

Jadi peluang tidak terjadi kepergian adalah 0,939 permenit.

6. Analisis berdasarkan formula nilai harapan banyaknya pelanggan dalam sistem pada hari rabu

$$E(L) = L'(1) = \lim_{z \rightarrow 1} \mathcal{K} \times \frac{\mathcal{D}'(z)\mathcal{N}''(z) - \mathcal{N}'(z)\mathcal{D}''(z)}{(\mathcal{D}'(z))^2} = \frac{\mathcal{N}''(1)}{\mathcal{N}'(1)} - \frac{\mathcal{D}''(1)}{\mathcal{D}'(1)}$$

untuk memperoleh nilai harapan banyaknya pelanggan  $E(L)$  terlebih dahulu mencari nilai  $\mathcal{K}$  dengan rumus sebagai berikut:

$$\begin{aligned} \mathcal{K} &= \frac{\theta(1-\rho)(1-\bar{p}G_v(\theta))}{(\theta(\lambda+\theta) + \lambda^2(1-\gamma))(1-\bar{p}G_v(\theta)) - \lambda(1-\gamma)(\rho\theta + p\lambda)G_v(\theta)} \\ &= \frac{(0,34)(1-0,0021)(1-(-8)(6,994))}{(0,34(0,066+0,34) + (0,066^2)(1-0,99))(1-(-8)(6,994)) - 0,066(1-0,99)((0,0021)(0,34) + (9)(0,066))(6,994)} \end{aligned}$$

$$\mathcal{K} = \frac{(0,3393)(56,952)}{(0,138+0,0000436)(56,952) - (0,00066)(4,1551)}$$

$$\mathcal{K} = \frac{19,323}{7,864 - 0,00274}$$

$$\mathcal{K} = \frac{19,323}{7,8614}$$

$$\mathcal{K} = 2,46$$

jadi untuk nilai  $\mathcal{K} = 2,46$ .

Kemudian mencari nilai  $\mathcal{D}'(1)$  yaitu turunan pertama dari waktu antar pertibaan pelanggan dalam sistem dengan rumus sebagai berikut:

$$\mathcal{D}'(1) = (1-\rho)(1-\bar{p}G_v(\theta))$$

$$\mathcal{D}'(1) = (1-0,0021)(1-(-8)(6,994))$$

$$\mathcal{D}'(1) = (0,9979)(56,952)$$

$$\mathcal{D}'(1) = 56,8324$$

jadi turunan pertama dari waktu antar pertibaan pelanggan dalam sistem adalah

$$\mathcal{D}'(1) = 56,8324.$$

Kemudian mencari turunan kedua dari waktu antar pertibaan pelanggan dalam sistem dengan rumus sebagai berikut:

$$\mathcal{D}''(1) = 2(1-\rho)(1-\bar{p}\alpha) - \lambda^2 \beta^{(2)}(1-\bar{p}\tilde{G}_v(\theta))$$

$$\mathcal{D}''(1) = 2(1-0,0021)(1-(-8)(1)) - (0,066^2)(1^2)(1-(-8)(6,994))$$

$$\mathcal{D}''(1) = 17,962 - 0,2481$$

$$\mathcal{D}''(1) = 17,714$$

jadi turunan kedua dari waktu antar pertibaan pelanggan dalam sistem adalah

$$\mathcal{D}''(1) = 17,714.$$

Kemudian mencari nilai  $\mathcal{N}'(1)$  yaitu turunan pertama dari banyaknya pelanggan dalam sistem antrian dengan rumus sebagai berikut:

$$\mathcal{N}'(1) = \frac{(\theta(\lambda + \theta) + \lambda^2(1-\gamma))(1-\bar{p}G_v(\theta)) - \lambda(1-\gamma)(\rho\theta + p\lambda)G_v(\theta)}{\theta}$$

$$= \frac{(0,34(0,066 + 0,34) + (0,066^2)(1-0,99))(1-(-8)(6,994)) - 0,066(1-0,99)((0,0021)(0,34) + 9(0,066))(6,994)}{0,34}$$

$$\mathcal{N}'(1) = \frac{(0,138 + 0,0000004356)(56,952) - 0,00066(0,00297)}{0,34}$$

$$\mathcal{N}'(1) = \frac{7,862 - 0,00000195}{0,34}$$

$$\mathcal{N}'(1) = \frac{7,862}{0,34}$$

$$\mathcal{N}'(1) = 23,123$$

jadi turunan pertama dari banyaknya pelanggan dalam sistem antrian adalah

$$\mathcal{N}'(1) = 23,123.$$

Kemudian mencari nilai  $\mathcal{N}''(1)$  yaitu turunan kedua dari banyaknya pelanggan dalam sistem antrian dengan rumus sebagai berikut:

$$\begin{aligned}
\mathcal{N}''(1) &= 2(\lambda + \theta) \left[ (1 - \bar{p}\alpha) + \rho(1 - \bar{p}G_v(\theta)) \right] - 2\lambda(2 - \gamma) \left[ \rho G_v(\theta) - \frac{\lambda}{\theta}(1 - G_v(\theta)) \right] \\
&\quad + \lambda(\gamma - 1) \left[ \lambda^2 \beta^2 \tilde{G}_v(\theta) - \frac{2\lambda^2}{\theta^2} + \frac{2\rho\lambda}{\theta}(1 - \tilde{G}_v(\theta)) + 2\alpha\left(\rho + \frac{\lambda}{\theta}\right) \right] \\
&= 2(0,066 + 0,34) \left[ (1 - (-8)(1) + 0,0021(1 - (-8)(6,994))) \right] - 2(0,066)(2 - 0,99) \\
&\quad \left[ 0,0021(6,994) - \frac{0,066}{0,34}(1 - 6,994) \right] + 0,066(0,99 - 1) \\
&\quad \left[ (0,066^2)(1^2)(6,994) - \frac{2(0,066^2)}{(0,34^2)} + \frac{2(0,0021)(0,066)}{0,34}(1 - 6,994) + 2(1)(0,0021 + \frac{0,066}{0,34}) \right] \\
&= 0,6842(9,1196) - 0,1333(1,178) - 0,00066(0,0305 - 0,0762(-5,994) + 0,392) \\
\mathcal{N}''(1) &= 6,239 - 0,1571 - 0,879
\end{aligned}$$

$$\mathcal{N}''(1) = 5,203$$

jadi turunan kedua dari banyaknya pelanggan dalam sistem antrian adalah  $\mathcal{N}''(1) = 5,203$ .

Kemudian substitusikan  $z = 1$  ke dalam rumus nilai harapan dalam sistem adalah:

$$\begin{aligned}
E(L) = L'(1) &= \lim_{z \rightarrow 1} \mathcal{K} \times \frac{\mathcal{D}'(z)\mathcal{N}''(z) - \mathcal{N}'(z)\mathcal{D}''(z)}{(\mathcal{D}'(z))^2} = \frac{\mathcal{N}''(1)}{\mathcal{N}'(1)} - \frac{\mathcal{D}''(1)}{\mathcal{D}'(1)} \\
&= 2,46 \times \frac{(56,8324)(5,203) - (23,123)(17,714)}{(56,8324^2)} \\
&= 2,46 \times \frac{-113,902}{3229,9} \\
&= -0,09 \\
&= 2,46 \times \frac{(56,8324)(5,203) - (23,123)(17,714)}{(56,8324^2)}
\end{aligned}$$

$$E(L) = L'(1) = 2,46 \times \frac{-113,902}{3229,9}$$

$$E(L) = L'(1) = -0,09$$

jadi nilai harapan banyaknya pelanggan dalam sistem pada hari rabu sekitar -0,09.

Dari analisis tersebut diketahui bahwa pada hari senin  $\lambda=0,078$  hari selasa = 0,063 dan pada hari rabu  $\lambda = 0,066$ . Terlihat bahwa *server* tidak terlalu sibuk, dengan waktu *vacation* pada hari senin  $\theta = 0,4$  jam hari selasa  $\theta = 0,49$  jam dan pada hari rabu  $\theta = 0,34$  jam. Nilai harapan banyaknya pelanggan pada hari senin  $E(L) = 0,15$  pada hari selasa mengalami peningkatan yaitu  $E(L) = 0,5$  dan pada hari rabu mengalami penurunan  $E(L) = -0,09$ .

Pada lampiran , dapat dilihat bahwa waktu *vacation* terjadi ketika tidak ada pelanggan yang masuk dalam sistem, saat *server* selesai melayani pelanggan terakhir yang mengantri. Dan *vacation* terjadi pada hari senin sebanyak delapan kali, hari selasa sebanyak empat kali dan pada hari rabu sebanyak enam kali selama waktu pelayanan berlangsung. Hal itu menunjukkan bahwa *server* tidak terlalu sibuk.

#### 4.2. Laju pelayanan dalam sistem

Jika  $\mu_v$  meningkat artinya semakin besar laju pelayanan pelanggan ketika *working vacation* maka semakin sedikit pelanggan yang berada didalam sistem. Pada hari senin  $\mu_v = 13,4$ , hari selasa  $\mu_v = 36,04$ , dan pada hari rabu  $\mu_v = 30,91$ . Pada hari selasa  $\mu_v$  mengalami peningkatan sehingga pelanggan yang berada didalam sistem semakin sedikit. Pada hari senin  $\mu_v$  mengalami penurunan dikarenakan server tidak terlalu sibuk.

#### 4.3. Meminimumkan biaya operasi

Teori antrian diharapkan dapat menjadikan keuntungan dalam meminimumkan biaya operasi atau memaksimumkan keuntungan bisnis. Diasumsikan bahwa waktu pelayanan pada periode sibuk dan *working vacation* mengikuti distribusi eksponensial (M/G/1). Misalkan  $c_w$  adalah biaya satuan waktu setiap pelanggan yang menunggu,  $c_0$  dan  $c_1$  adalah biaya layanan setiap satuan waktu selama periode *vacation* dan periode sibuk. Dapat diformulasikan fungsi biaya operasi yang diharapkan sebagai berikut:

$$Z_c = c_w E(L) + c_0 \mu_v P(J = 0) + c_1 \mu_b P(J = 1)$$

dimana peluang *state* dari server yaitu:

$$P(J = 0) = \pi_0 = \frac{\theta(\lambda + \theta)(1 - \rho)}{\theta(\lambda + \theta) - \lambda [\rho \theta G_v(\theta) - \lambda(1 - G_v(\theta))]} \dots\dots\dots(2.18)$$

$$P(J = 1) = 1 - P(J = 0) = \frac{\theta(\lambda + \theta)\rho - \lambda [\rho \theta G_v(\theta) - \lambda(1 - G_v(\theta))]}{\theta(\lambda + \theta) - \lambda [\rho \theta G_v(\theta) - \lambda(1 - G_v(\theta))]} \dots\dots(2.19)$$

untuk memperoleh nilai peluang *state*, terlebih dahulu mencari rata-rata dari waktu *vacation* pada hari senin, selasa dan rabu yaitu:

$$\theta = \bar{\theta} = \frac{1}{n} \sum_{i=1}^n \theta_i$$

$$\theta = \frac{1}{3} (0,4 + 0,49 + 0,34)$$

$$\theta = 0,41$$

jadi waktu rata-rata *vacation* (jeda) pada hari senin, selasa, dan rabu adalah  $\theta = 0,41$ .

Kemudian mencari rata-rata laju kedatangan pada hari senin, selasa, dan rabu yaitu sebagai berikut:

$$\lambda = \bar{\lambda} = \frac{1}{n} \sum_{i=1}^n \lambda_i$$

$$\lambda = \frac{1}{3} (0,078 + 0,063 + 0,066)$$

$$\lambda = 0,069$$

jadi rata-rata laju kedatangan pada hari senin, selasa, dan rabu adalah  $\lambda = 0,069$

Kemudian mencari rata-rata distribusi waktu *vacation* (jeda) pada hari senin, selasa, dan rabu yaitu:

$$\tilde{G}_v(\theta) = \frac{1}{n} \sum_{i=1}^n \tilde{G}_v(\theta)_i$$

$$\tilde{G}_v(\theta) = \frac{1}{3} (5,795 + 4,547 + 6,994)$$

$$\tilde{G}_v(\theta) = 5,779$$

jadi rata-rata laju kedatangan pada hari senin, selasa, dan rabu adalah

$$\tilde{G}_v(\theta) = 5,779$$

Kemudian mencari rata-rata laju pelayanan pada hari senin, selasa, dan rabu yaitu:

$$\mu_b = \bar{\mu}_b = \frac{1}{n} \sum_{i=1}^n \mu_b i$$

$$\mu_b = \frac{1}{3} (2 + 2 + 0,5)$$

$$\mu_b = 1,5$$

jadi rata-rata laju kedatangan pada hari senin, selasa, dan rabu adalah  $\mu_b = 1,5$ .

Kemudian mencari rata-rata laju pelayanan saat waktu *vacation* (jeda) pada hari senin, selasa, dan rabu yaitu:

$$\mu_v = \bar{\mu}_v = \frac{1}{n} \sum_{i=1}^n \mu_v i$$

$$\mu_v = \frac{1}{3} (0,22 + 0,59 + 0,5)$$

$$\mu_v = 0,44$$

jadi rata-rata laju kedatangan pada hari senin, selasa, dan rabu adalah  $\mu_v = 0,44$

Kemudian mencari rata-rata nilai harapan banyaknya pelanggan dalam sistem pada hari senin, selasa, dan rabu yaitu:

$$E(L) = E(L) = \frac{1}{n} \sum_{i=1}^n E(L) i$$

$$E(L) = \frac{1}{3} (0,15 + 0,5 - 0,09)$$

$$E(L) = 0,19$$

jadi rata-rata laju kedatangan pada hari senin, selasa, dan rabu adalah

$$E(L) = 0,19 .$$

Kemudian mencari peluang *state* dari server ketika  $P(J = 0)$  dengan rumus sebagai berikut:

$$\begin{aligned}
P(J = 0) = \pi_0 &= \frac{\theta(\lambda + \theta)(1 - \rho)}{\theta(\lambda + \theta) - \lambda [\rho\theta G_v(\theta) - \lambda(1 - G_v(\theta))]} \\
&= \frac{0,41(0,069 + 0,41)(1 - 0,0021)}{0,41(0,069 + 0,41) - 0,069[0,0021(0,41)(5,779) - 0,0021(1 - 5,779)]} \\
&= \frac{(0,1964)(0,9979)}{(0,1964) - 0,069(0,00498 - (-4,779))} \\
&= \frac{0,1959}{0,1964 - 0,330}
\end{aligned}$$

$$P(J = 0) = \pi_0 = -1,446$$

jadi peluang *state* ketika  $P(J = 0) = \pi_0 = -1,446$

Kemudian mencari peluang *state* dari server ketika  $P(J = 1)$  dengan rumus sebagai berikut:

$$\begin{aligned}
P(J = 1) = 1 - P(J = 0) &= \frac{\theta(\lambda + \theta)\rho - \lambda [\rho\theta G_v(\theta) - \lambda(1 - G_v(\theta))]}{\theta(\lambda + \theta) - \lambda [\rho\theta G_v(\theta) - \lambda(1 - G_v(\theta))]} \\
&= \frac{0,41(0,069 + 0,41)0,0021 - 0,069[0,0021(0,41)(5,779) - 0,069(1 - 5,779)]}{0,41(0,069 + 0,41) - 0,069[0,0021(0,41)(5,779) - 0,069(1 - 5,779)]} \\
&= \frac{0,00006122 - 0,0231}{0,0711 - 0,0231} \\
&= \frac{-0,02303}{0,048}
\end{aligned}$$

$$P(J = 1) = 1 - P(J = 0) = -0,479$$

jadi peluang *state* ketika  $P(J = 1) = 1 - P(J = 0) = -0,479$

Kemudian menghitung minimum biaya operasi adalah sebagai berikut:

Misalkan  $c_w = 4$ ,  $c_0 = 10$ ,  $c_1 = 15$

$$\begin{aligned}
Z_c &= c_w E(L) + c_0 \mu_v P(J = 0) + c_1 \mu_b P(J = 1) \\
&= 4(0,19) + 10(0,44)(-1,446) + 15(1,5)(-0,479) \\
&= 0,76 - 6,3624 - 10,7775
\end{aligned}$$

$$Z_c = -16,38$$

Jadi biaya operasi dapat diminumkan hingga -16,38. Artinya semakin kecil  $p$  maka semakin kecil biaya operasi minimum dan semakin besar nilai  $\mu_v$  optimal.

Berdasarkan hasil pembahasan, diperoleh rata-rata laju kedatangan ( $\lambda$ ) adalah 0,069 serta rata-rata laju pelayanan ( $\mu_b$ ) adalah 1,5 dengan rata-rata waktu *vacation* ( $\theta$ ) adalah 0,41 dan rata-rata nilai harapan banyaknya pelanggan dalam sistem ( $E(L)$ ) adalah 0,19. Artinya sistem antrian pada bank Muamalat KCP Sukaramai belum efisien, dikarenakan tingkat kesibukan server yang rendah dan nilai harapan banyaknya pelanggan dalam sistem adalah 0 atau tidak ada pelanggan yang menunggu dalam sistem. Laju pelayanan  $\mu_v$  yang tinggi juga menjadi penyebab tidak adanya pelanggan yang menunggu dalam sistem. Bahkan untuk biaya operasi juga dapat diminumkan menjadi -16,38. Sehingga bank Muamalat KCP Sukaramai tidak perlu menambah *teller* karena server yang ada tidak terlalu sibuk dan pelanggan yang datang masih bisa dilayani dengan satu *teller*.

## BAB V

### KESIMPULAN DAN SARAN

#### 5.1. KESIMPULAN

Penelitian ini menjelaskan sistem antrian  $M/G/1$ , dengan  $M$  berarti proses kedatangan atau waktu kedatangan pelanggan berdistribusi Poisson,  $G$  berarti waktu pelayanan berdistribusi umum, dan 1 artinya hanya ada satu *server*, dengan *Single Working Vacation* dan *Vacation Interruption*. *Single Working Vacation* terjadi pada saat tingkat pelayanan yang rendah dikarenakan sedikitnya pelanggan. Pada periode *vacation*, *server* bisa menghentikan atau melanjutkan *vacation* dengan kebijakan, jika ada pelanggan dalam antrian, *server* dapat kembali pada periode sibuk dengan peluang  $p$  (*vacation interruption*) atau melanjutkan *vacation* dengan peluang  $1 - p$ , sehingga disebut *vacation interruption* yang menyebar Bernoulli.

Berdasarkan hasil pembahasan, diperoleh rata-rata laju kedatangan ( $\lambda$ ) adalah 0,069 serta rata-rata laju pelayanan ( $\mu_b$ ) adalah 1,5 dengan rata-rata waktu *vacation* ( $\theta$ ) adalah 0,41 dan rata-rata nilai harapan banyaknya pelanggan dalam sistem ( $E(L)$ ) adalah 0,19. Artinya sistem antrian pada bank Muamalat KCP Sukaramai belum efisien, dikarenakan tingkat kesibukan server yang rendah dan nilai harapan banyaknya pelanggan dalam sistem adalah 0 atau tidak ada pelanggan yang menunggu dalam sistem. Laju pelayanan  $\mu_v$  yang tinggi juga menjadi penyebab tidak adanya pelanggan yang menunggu dalam sistem. Bahkan untuk biaya operasi juga dapat diminumkan menjadi -16,38. Sehingga bank Muamalat KCP Sukaramai tidak perlu menambah *teller* karena server yang ada tidak terlalu sibuk dan pelanggan yang datang masih bisa dilayani dengan satu *teller*. Berdasarkan perhitungan biaya operasi, semakin kecil peluang *vacation interruption* terjadi maka semakin kecil biaya operasi.

## 5.2. SARAN

Bagi peneliti selanjutnya, hasil penelitian ini bisa digunakan sebagai bahan perbandingan dan referensi untuk penelitian, dan sebagai bahan pertimbangan untuk memperdalam penelitian selanjutnya dengan menggunakan *Single Working Vacation and Vacation Interruption*.

## DAFTAR PUSTAKA

- Adji Ahmad dan solimun, 2016. *Pemodelan Statistika pada Analisis Reliabilitas dan Survival*. Malang: UB Press.
- Andika , Akim Manaor Hara pardede, dan Novriyenni. 2018. Simulasi Antrian Pelayanan Bank Menggunakan Metode Eksponensial. *Jurnal Sistem Informasi Kaputama (JSIK)*. Vol. 2, No 1.
- Ary, Maxsi. 2019. Analisis Model Antrian pada Pelayanan Administrasi. *Jurnal Tekno Insentif*. Vol.13, No. 1. Hal 9-15.
- Bustani, Henry. 2005. *Fundamental Operation Research*. Jakarta: Gramedia Pustaka Utama.
- D. Nurfitria, Nur'Eni, dan I.T. Utami. 2017. Analisis Antrian dengan model *Single Channel Single Phase Service* Pada Stasiun Pengisian Bahan Bakar Umum (SPBU) I Gusti Ngurahrai Palu. *Jurnal Scientific Pinisi*. Vol. 3, No. 1. Hal 65-71.
- Fuad, Muhammad, Christin H, dkk. 2000. *Pengantar Bisnis*. Jakarta: PT Gramedia Pustaka Utama.
- Harinaldi. 2005. *Prinsip-Prinsip Statistik Untuk Teknik dan Sains*. Jakarta : Erlangga.
- Herjanto, Eddy. 2009. *Sains Manajemen: Analisis Kuantitatif Untuk Pengambilan Keputusan*. Jakarta : Grasindo
- Kartika Botutihe, Jacky S B Sumarauw, dan Merlyn M Karuntu. 2018. Analisis Sistem Antrian *Teller* Guna Optimalisasi Pelayanan Pada PT. Bank Negara Indonesia (BNI) 46 Cabang Unit Kampus Manado. *Jurnal EMBA*. Vol. 6, No. 3. Hal 1338-1397.
- Lee Doo Ho dan Kim Bo Keun. 2016. *A Note on the Sojourn Time Distribution of an M/G/1 Queue with a Single Working Vacation and Vacation Interruption*. Vol.2, No.1. Hal 57-61.
- Mangey Ram, dan Hoang Pham. 2020. *Advances in Reability Analysis and its Aplications*. Beijing: Springer Internasional Publishing.

- Marli, Kesuma, Zurnila, dkk. 2018. Pengantar Biostatistika dan Aplikasinya Pada Status Kesehatan Gizi Remaja. Kuala : Syiah Kuala University Press Darussalam.
- Mayang Sari, Yashinta dan Estik Hari Pratiwi. 2016. Sistem Antrian Teller Bank Mandiri Sebagai Upaya Meningkatkan Efisiensi Kecepatan Transaksi. JEB. Vol. 1, No. 1. Hal 49-60.
- P. Rajadurai, V.M. Chandrasekaran, dan M.C. Saravanarajan. 2016. Analysis of an unreliable retrial G-queue with working vacations and vacation interruption under Bernoulli schedule. Vol. 9. Hal 567–580.
- Quan-Lin Li, Jinting Wang, dan Hai-Bo Yu. 2019. Stochastic Models in Reliability, Network Security and System Safety. Beijing: Springer.
- Rangkuti, Aidawati. 2013. 7 Model Riset Operasi dan Aplikasinya. Surabaya: Diandra Pramamitra.
- Sari, Nia Puspita, Sugito, dkk. 2016. Penerapan Teori Antrian pada Pelayanan Teller Bank X Kantor Cabang Pembantu Puri Sentra Niaga. Jurnal Gaussian. Vol.6, No. 1. Hal 81-90.
- Shakir Majid dan P. Manoharan. 2019. *Aanalysis of an M/M/1 Queue with Working Vacation and Vacation Interruption*. Vol. 14, No.1. Hal 19-33.
- Shan Gao dan Zaiming Liu. 2013. *An M/G/1 Queue with Single Working Vacation and Vacation Interruption Under Bernoulli Schedule*. Journal Homepage. Hal 1564-1579.
- Shao Gao dan Jinting Wang. 2013. *Discrete Time Geo<sup>x</sup>/G/1 Retrial Queue with Beneral Retrial Times Working Vacation and Vacation Interruption*. Vol.10, No.4. Hal 495-512.
- Suyatno, Thomas, MM, dkk. 1999. Kelembagaan Perbankan Edisi Ketiga. Jakarta: Gramedia.
- Syafi'I Antonio, Muhammad. 2001. Bank Syariah: dari Teori ke Praktik. Jakarta: Gema Insani Press.
- Tao Li, Liyuan Zhang, dan Shan Gao. 2016. Performance of an M/M/1 Retrial Queue with Working Vacation Interruption and Classical Retrial Policy. Hal 1-9.

Lampiran 1. Uji Kesesuaian Distribusi Kedatangan Pelanggan, menggunakan *One – Sample Kolmogorov Smirnov Test*.

1. Uji Distribusi Kedatangan Pelanggan

Langkah – langkah pengujian:

1.  $H_0$  : Kedatangan Pelanggan berdistribusi Poisson
2.  $H_1$ : Kedatangan Pelanggan tidak berdistribusi Poisson
3.  $\alpha = 0,05$
4. Wilayah kritik:  $H_0$  ditolak jika angka signifikan  $< \alpha$

Perhitungan dengan *software SPSS* pada hari senin

**One-Sample Kolmogorov-Smirnov Test 2**

		banyaknya_kedatangan
N		43
Poisson Parameter <sup>a,b</sup>	Mean	3.9091
Most Extreme Differences	Absolute	.163
	Positive	.162
	Negative	-.163
Kolmogorov-Smirnov Z		.540
Asymp. Sig. (2-tailed)		.003

a. Test Distribution is poisson.

b. Calculated from data.

Diolah pada tahun 2020

Hasil pengujian kesesuaian ukuran kedatangan pelanggan diperoleh angka signifikan lebih kecil dari  $\alpha$  yaitu  $0,003 < 0,05$  jadi  $H_0$  ditolak karena pelanggan yang datang tidak terlalu banyak. Simpulannya bahwa kedatangan pelanggan yang masuk ke dalam sistem antrian tidak berdistribusi Poisson.

Lanjutan lampiran 1

Perhitungan dengan *software SPSS* pada hari Selasa

**One-Sample Kolmogorov-Smirnov Test 2**

		banyaknya_kedatangan
N		71
Poisson Parameter <sup>a,b</sup>	Mean	6.4545
Most Extreme Differences	Absolute	.271
	Positive	.271
	Negative	-.251
Kolmogorov-Smirnov Z		.899
Asymp. Sig. (2-tailed)		.394

a. Test Distribution is poisson.

b. Calculated from data.

Diolah pada tahun 2020

Hasil pengujian kesesuaian ukuran kedatangan pelanggan diperoleh angka signifikan lebih besar dari  $\alpha$  yaitu  $0,394 > 0,05$  jadi  $H_0$  diterima. Simpulannya bahwa kedatangan pelanggan yang masuk ke dalam sistem antrian berdistribusi Poisson.

Lanjutan lampiran 1

Perhitungan dengan *software SPSS* pada hari rabu

**One-Sample Kolmogorov-Smirnov Test 2**

		banyaknya_kedatangan
N		63
Poisson Parameter <sup>a,b</sup>	Mean	6.4545
Most Extreme Differences	Absolute	.271
	Positive	.271
	Negative	-.251
Kolmogorov-Smirnov Z		.899
Asymp. Sig. (2-tailed)		.394

a. Test Distribution is poisson.

b. Calculated from data.

Diolah pada tahun 2020

Hasil pengujian kesesuaian ukuran kedatangan pelanggan diperoleh angka signifikan lebih besar dari  $\alpha$  yaitu  $0,394 > 0,05$  jadi  $H_0$  diterima. Simpulannya bahwa kedatangan pelanggan yang masuk ke dalam sistem antrian berdistribusi Poisson.

Lampiran 2

Uji Kesesuaian Distribusi Waktu Pelayanan Pelanggan menggunakan *One – Sample Kolmogorov Smirnov Test*.

1. Uji Distribusi Waktu Pelayanan Pelanggan

Langkah – langkah pengujian:

1.  $H_0$  : Waktu Pelayanan Pelanggan berdistribusi Eksponensial
2.  $H_1$ : Waktu Pelayanan Pelanggan tidak berdistribusi Eksponensial
3.  $\alpha = 0,05$
4. Wilayah kritik:  $H_0$  ditolak jika angka signifikan  $< \alpha$

Perhitungan dengan *software SPSS* pada hari senin

**One-Sample Kolmogorov-Smirnov Test 2**

		lama_pelayanan
N		43 <sup>c</sup>
Exponential parameter. <sup>a,b</sup>	Mean	4.3000
Most Extreme Differences	Absolute	.302
	Positive	.296
	Negative	-.302
Kolmogorov-Smirnov Z		.956
Asymp. Sig. (2-tailed)		.032

a. Test Distribution is Exponential.

b. Calculated from data.

Diolah pada tahun 2020

Lanjutan lampiran 2

Dari output tersebut angka signifikan lebih kecil dari  $\alpha$  yaitu  $0,032 < 0,05$  jadi  $H_0$  ditolak dikarenakan server tidak terlalu sibuk, simpulannya bahwa waktu pelayanan pelanggan tidak berdistribusi Eksponensial.

Lanjutan lampiran 2

dengan *software SPSS* pada hari selasa

### One-Sample Kolmogorov-Smirnov Test 2

		lama_pelayanan
N		71
Exponential parameter. <sup>a,b</sup>	Mean	6.4545
Most Extreme Differences	Absolute	.256
	Positive	.182
	Negative	-.256
Kolmogorov-Smirnov Z		.849
Asymp. Sig. (2-tailed)		.467

a. Test Distribution is Exponential.

b. Calculated from data.

Diolah pada tahun 2020

Dari output tersebut angka signifikan lebih besar dari  $\alpha$  yaitu  $0,467 > 0,05$  jadi  $H_0$  diterima, simpulannya bahwa waktu pelayanan pelanggan berdistribusi Eksponensial.

Lanjutan lampiran 2

Perhitungan dengan *software SPSS* pada hari rabu

**One-Sample Kolmogorov-Smirnov Test 2**

		lama_pelayanan
N		43
Exponential parameter. <sup>a,b</sup>	Mean	5.7273
Most Extreme Differences	Absolute	.317
	Positive	.147
	Negative	-.317
Kolmogorov-Smirnov Z		1.051
Asymp. Sig. (2-tailed)		.219

a. Test Distribution is Exponential.

b. Calculated from data.

Diolah pada tahun 2020

Dari output tersebut angka signifikan lebih besar dari  $\alpha$  yaitu  $0,219 > 0,05$  jadi  $H_0$  diterima, simpulannya bahwa waktu pelayanan pelanggan berdistribusi Eksponensial.

Lampiran 3. Uji Kesesuaian Distribusi Waktu *Vacation* menggunakan *One – Sample Kolmogorov Smirnov Test*.

1. Uji Distribusi Waktu *Vacation*

Langkah – langkah pengujian:

1.  $H_0$  : Waktu *Vacation* berdistribusi Eksponensial
2.  $H_1$ : Waktu *Vacation* tidak berdistribusi Eksponensial
3.  $\alpha = 0,05$
4. Wilayah kritik:  $H_0$  ditolak jika angka signifikan  $< \alpha$

Perhitungan dengan *software SPSS* pada hari senin

**One-Sample Kolmogorov-Smirnov Test**

		waktu_vacation
N		8
Exponential parameter. <sup>a,b</sup>	Mean	23.8588
Most Extreme Differences	Absolute	.512
	Positive	.240
	Negative	-.512
Kolmogorov-Smirnov Z		1.448
Asymp. Sig. (2-tailed)		.030

a. Test Distribution is Exponential.

b. Calculated from data.

Diolah pada tahun 2020

Dari output tersebut angka signifikan lebih kecil dari  $\alpha$  yaitu  $0,03 < 0,05$  jadi  $H_0$  ditolak, dikarenakan *vacation* yang terjadi sampai delapan kali dan server dalam keadaan tidak sibuk. Simpulannya waktu *vacation* tidak berdistribusi Eksponensial.

Lanjutan lampiran 3

Perhitungan dengan *software SPSS* pada hari selasa

**One-Sample Kolmogorov-Smirnov Test**

		waktu_vacation
N		4
Exponential parameter. <sup>a,b</sup>	Mean	29.4850
Most Extreme Differences	Absolute	.481
	Positive	.247
	Negative	-.481
Kolmogorov-Smirnov Z		.961
Asymp. Sig. (2-tailed)		.314

a. Test Distribution is Exponential.

b. Calculated from data.

Diolah pada tahun 2020

Dari output tersebut angka signifikan lebih besar dari  $\alpha$  yaitu  $0,314 > 0,05$  jadi  $H_0$  diterima. Simpulannya waktu *vacation* berdistribusi Eksponensial.

Lanjutan lampiran 3

Perhitungan dengan *software SPSS* pada hari rabu

**One-Sample Kolmogorov-Smirnov Test**

		waktu_vacation
N		6
Exponential parameter. <sup>a,b</sup>	Mean	20.2450
Most Extreme Differences	Absolute	.454
	Positive	.259
	Negative	-.454
Kolmogorov-Smirnov Z		1.111
Asymp. Sig. (2-tailed)		.169

a. Test Distribution is Exponential.

b. Calculated from data.

Diolah pada tahun 2020

Dari output tersebut angka signifikan lebih besar dari  $\alpha$  yaitu  $0,169 > 0,05$  jadi  $H_0$  diterima. Simpulannya waktu *vacation* berdistribusi Eksponensial.

Lampiran 4

10/08/2020

<https://siselma.uinsu.ac.id/pengajuan/cetakaktif/MTQ3NDU=>



KEMENTERIAN AGAMA REPUBLIK INDONESIA  
UNIVERSITAS ISLAM NEGERI SUMATERA UTARA MEDAN  
FAKULTAS SAINS DAN TEKNOLOGI  
Jl. Williem Iskandar Pasar V Medan Estate 20371  
Telp. (061) 6615683-6622925 Fax. 6615683

Nomor : B.110/ST.I/ST.V.2/TL.00/10/2020  
Lampiran : -  
Hal : Izin Riset

08 Oktober 2020

Yth. Bapak/Ibu Kepala Bank Muamalat kantor cabang pembantu sukaramai Medan

*Assalamualaikum Wr. Wb.*

Dengan Hormat, diberitahukan bahwa untuk mencapai gelar Sarjana Strata Satu (S1) bagi Mahasiswa Fakultas Sains dan Teknologi adalah menyusun Skripsi (Karya Ilmiah), kami tugaskan mahasiswa:

Nama : Rahmi Susilowati  
NIM : 0703163046  
Tempat/Tanggal Lahir : Kab. Batu Bara, 27 Desember 1998  
Program Studi : Matematika  
Semester : IX (Sembilan)  
Alamat : Dusun II Desa Pulau Sejuk Kecamatan Lima Puluh Kabupaten Batu Bara Sumatera Utara Kelurahan Pulau Sejuk Kecamatan Lima Puluh

untuk hal dimaksud kami mohon memberikan Izin dan bantuannya terhadap pelaksanaan Riset di Bank Muamalat kantor cabang pembantu sukaramai Medan, guna memperoleh informasi/keterangan dan data-data yang berhubungan dengan Skripsi yang berjudul:

*Antrian M/G/I dengan Single Working Vacation dan Vacation Interruption Terhadap Nilai Harapan Banyaknya Pelanggan Pada Bank Muamalat Kantor Cabang Pembantu Sukaramai*

Demikian kami sampaikan, atas bantuan dan kerjasamanya diucapkan terima kasih.

Medan, 16 Oktober 2020  
a.n. DEKAN  
Wakil Dekan Bidang Akademik dan  
Kelembagaan



*Digitally Signed*

Dr. Rina Filia Sari, M.Si  
NIP. 197703012005012006

Tembusan:

- Dekan Fakultas Sains dan Teknologi UIN Sumatera Utara Medan

Info : Silahkan scan QRCode diatas dan klik link yang muncul, untuk mengetahui keaslian surat

Lampiran 5



Bank Muamalat

No. 232/BMI-MDN/X/2020

Medan, 21 Oktober 2020 M  
4 Rabiul Awwal 1442 H

Kepada Yth.  
**Ibu Dr. Rina Filia Sari, M.Si**  
**Wakil Dekan Fakultas Sains dan Teknologi**  
**Universitas Islam Negeri Sumatera Utara Medan**

Perihal : Jawaban Permohonan Riset

*Assalamualaikum Warahmatullahi Wabarakatuh,*

Semoga Allah SWT senantiasa memberikan rahmat dan hidayah-Nya kepada kita semua dalam menjalankan aktivitas sehari-hari. Aamiin

Sehubungan dengan surat dari Universitas Islam Negeri Sumatera Utara Medan dengan nomor B.110/ST.I/ST.V.2/TL.00/10/2020 perihal permohonan izin untuk melakukan riset pada PT. Bank Muamalat Indonesia Cabang Medan Balai Kota bagi mahasiswa, maka dengan ini kami sampaikan bahwa :

Nama : **Rahmi Susilowati**  
NIM : 0703163046  
Fakultas : Sains dan Teknologi  
Program Studi : Matematika  
Judul Skripsi : **Antrian M/G/I dengan Single Working Vacation dan Vacation Interruption Terhadap Nilai Harapan Banyaknya Pelanggan Pada Bank Muamalat Kantor Cabang Pembantu Sukaramai**

Diberikan izin melakukan riset di Bank Muamalat Indonesia Kantor Cabang Medan Balai Kota selama bulan Oktober 2020.

Demikian kami sampaikan, atas perhatian yang diberikan kami ucapkan terima kasih.

*Wassalamualaikum Warahmatullahi Wabarakatuh,*

**PT BANK MUAMALAT INDONESIA, Tbk**  
**CABANG MEDAN BALAI KOTA**

  
**Afrizal**  
Branch Manager

 **Bank Muamalat**  
Kantor Cabang Medan Balai Kota

  
**Meidya Sari**  
Branch Operation Service Manager

PT. Bank Muamalat Indonesia, Tbk.  
**Cabang Medan**  
Jl. Balai Kota No. 10 D - E  
Medan 20111 - Indonesia

T +(62-61) 453 5353  
F +(62-61) 452 9586

www.muamalatbank.com